

О программе 3DFEMMesh

При проектировании и эксплуатации различных физических установок возникает необходимость в изучении распределения генерируемых в устройствах электромагнитных полей. Учитывая высокую стоимость магнитных систем, одним из наиболее используемых инструментов для этих целей является компьютерное моделирование.

Метод конечных элементов (МКЭ) [1] является наиболее удобным математическим методом для дискретизации линейных и нелинейных уравнений и для описания сложной геометрии разбиваемой области.

В целом, область применения МКЭ не ограничивается задачами физики. В машиностроении, медицине, картографии, геологии и пр. также широко используются численные методы и, в частности, МКЭ.

Использование МКЭ предполагает предварительное построение сетки, то есть некоего топологического множества точек, связанных между собой отрезками прямых линий таким образом, что исходная область разбивается на элементы определенной формы. В качестве элементов сетки обычно используются геометрические симплексы, т. е. треугольники в двумерном и тетраэдры в трехмерном случае. Это наиболее распространённые фрагменты сеток. Также возможно построение сеток и из четырёхугольников, призм, гексаэдров и др.

Генерация сеток в настоящее время выделилась в особую область знаний, несмотря на то, что это всего лишь один из этапов некоторого численного метода. Причина заключается в том, что она связана с методом лишь косвенно, через требования к полученным элементам. Кроме того, процесс построения сетки чрезвычайно трудоёмкий и требует изрядных усилий, как человеческих, так и машинных. И развитие вычислительной техники способствовало значительному прогрессу в области построения сеток.

Основные требования к генераторам сетки:

1. Наличие удобного интерфейса задания входных данных.
2. Максимально точная аппроксимация внешних границ областей, границ раздела сред с различным материалом и поверхностей задания дополнительных условий.
3. Отсутствие вырожденных элементов. Построенные элементы должны быть максимально приближены по форме к их правильному аналогу.
4. Возможность контроля среднего размера элементов в различных областях сетки.
5. Визуальный контроль построенной сетки. Возможность графического представления отдельных деталей, построения различных сечений.
6. Возможность построения сетки на компьютерах среднего класса.

В работе [2] описан алгоритм, базирующийся на представлении расчетной области в виде объединения стандартных макроблоков с дальнейшей генерацией двумерных сеток на их границах и построении трехмерных сеток отдельно в каждом макроблоке. На базе этой методики создан генератор 3DFEMMesh, описание которого приводится ниже.

Программа работает в операционной системе Windows, имеет графический интерфейс для ввода данных и визуальной оценки качества разбиения, вычисляет ряд критериев оценки качества полученной триангуляции.

Описание программы

На рис.1 приведен общий вид окна программы, где в качестве примера приведена модель шестерёнки. В верхней части экрана находится главное меню программы. Под ним поля «Mesh Name» с названием сетки, и «Grid Step», содержащее шаг триангуляции. Ниже - горизонтальный ряд кнопок, представляющий из себя панель инструментов для работы с основными элементами сетки - точками и ребрами («Points and Sides»). Если навести на кнопку курсор и задержать его там, появляется текст, поясняющий назначение этой кнопки. Нажатие на кнопку означает выбор соответствующей функции.

Слева под панелью инструментов - два поля, содержащие список точек и список рёбер. В центре окна - изображение сетки с осями координат. Крайнее справа поле (нет на рисунке) отведено для записи выполняемых операций и вычисленных значений критериев оценки качества полученной триангуляции («протокол» или log-файл). Поля имеют контекстные меню. Размеры всех полей программы можно менять.

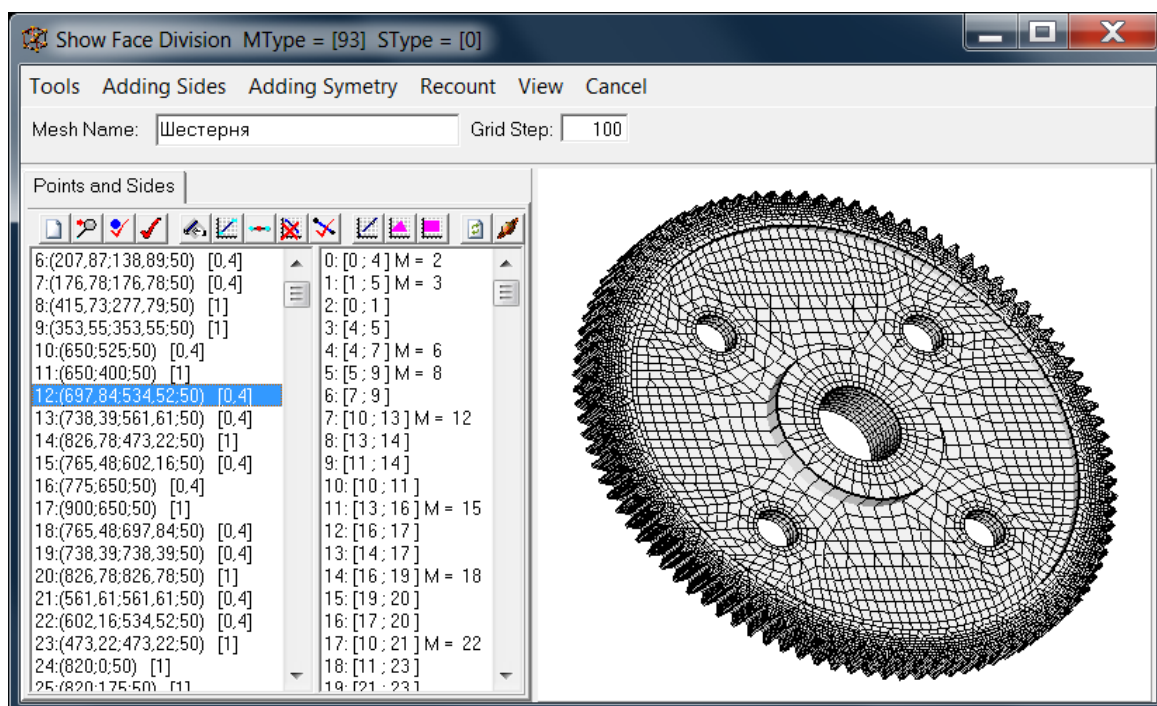
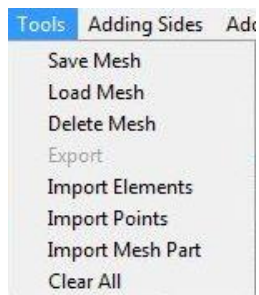


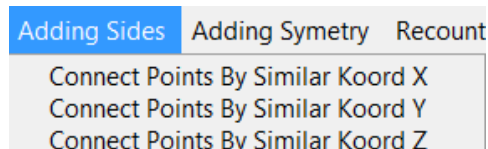
Рис.1. Общий вид окна программы.

Главное меню программы. Раздел «Tools». Содержит список действий над сеткой в целом, начиная от загрузки сетки и кончая удалением:

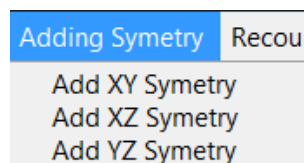
- «Save Mesh» - сохранить сетку.
- «Load Mesh» - загрузить сетку – выбрать её название из открывающегося списка.
- «Delete Mesh» - удалить сохранённую сетку.
- «Export» - экспорт данных - запись массивов, содержащих список точек (вершин) и список рёбер в файлы с заданными именами.
- «Import Elements» - импорт элементов серендипова типа.
- «Import Points» - импорт точек.
- «Import Mesh Part» - импорт сетки или ее части.
- «Clear All» - очистить всё.



Раздел меню «Adding Sides». Используется для автоматического создания рёбер сетки: соединяет 2 точки с одинаковыми координатами по X, Y или Z в ребро.

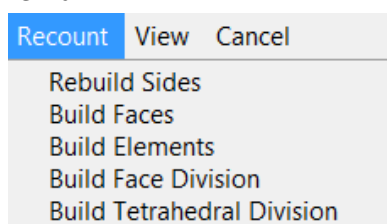


Раздел меню «Adding Symetry». Добавляет элементы сетки симметрично относительно плоскости XY, XZ или YZ.



Раздел меню «Recount». Построение элементов сетки:

- «Rebuild Sides» - если какая-либо точка делит ребро, то оно будет разбито на 2.
- «Build Faces» - поиск и построение граней макроэлементов.
- «Build Elements» - поиск и построение граней макроэлементов и самих макроэлементов.
- «Build Face Division» - поиск и построение граней макроэлементов и самих макроэлементов. Разбиение границы макроэлементов.
- «Build Tetrahedral Division» - поиск и построение граней макроэлементов и самих макроэлементов. Разбиение границы макроэлементов. Построение 3-хмерного разбиения внутри каждого макроэлемента.



Раздел меню «View». Изменение изображения сетки:

- «View Log» - показать поле, содержащее log-файл.
- «Make Square» - изменение пропорций окна отображения сетки до квадрата.
- «View OXY Plus» («View OXY Minus») - установка точки наблюдения со стороны оси координат Z+ (Z-). Аналогично для осей Y и X.
- «Change Z Y Coords» - меняет координаты Z и Y местами у всех точек.

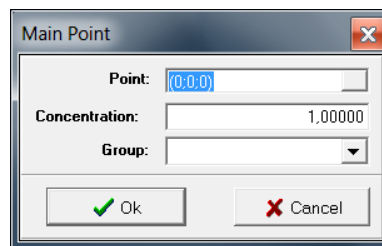


Раздел меню «Cancel». Переход в режим построения сетки.

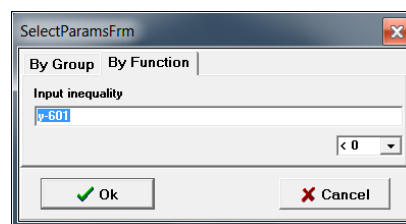
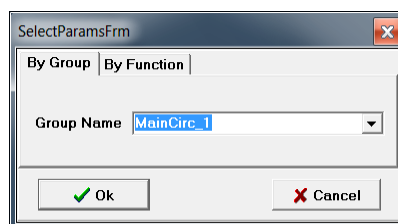
Для завершения сеанса работы с программой используется кнопка «Закреть» в заголовке окна. Если Вы сделали изменения в модели, Вас спросят - не сохранить ли их. Если Вы хотите сохранить результаты в другом файле, надо сменить имя сетки в поле «Mesh Name».

Панель инструментов. Кнопки и их функции.

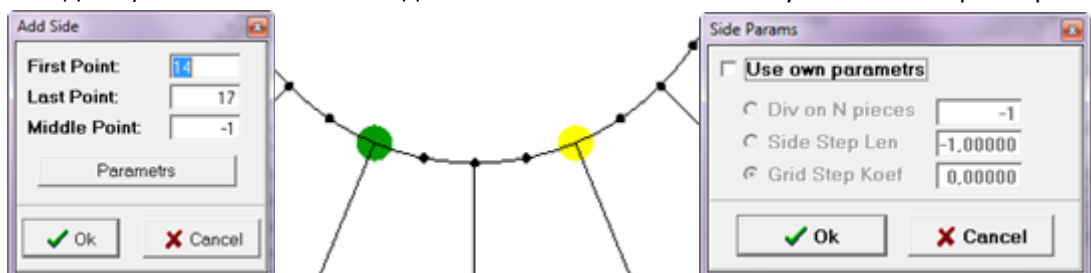
1. «Add Point» - добавление новой точки. При нажатии на эту кнопку открывается дополнительное окно, где указываются координаты точки, параметр сгущения сетки вблизи неё и принадлежность к группе (если необходимо).



2. «Delete Point» - удаление ближайшей к курсору точки.
3. «Select points» - выделение ближайшей к курсору точки. Левая кнопка мыши – выделить.
4. «Select Points By Params» - выделение точек, удовлетворяющих некоторым параметрам. Возможно выделение по названию группы и по задаваемому математическому условию.

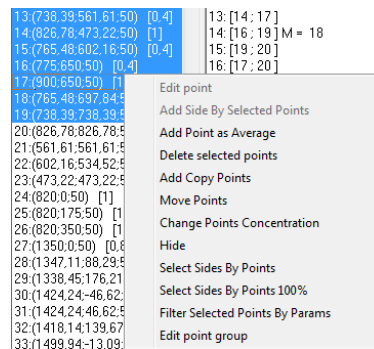


5. «Add Side» - добавить ребро вручную. Указываются номера начальной, средней (если необходимо) и конечной точки. В дополнительном окне можно указать его параметры.

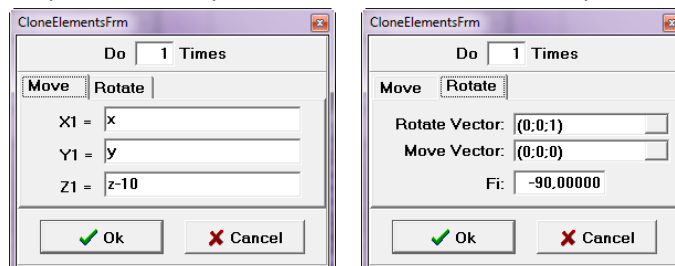


6. «Add Side By 2 Points» - добавить обычное ребро курсором. Указываются начальная и конечная точки.
7. «Add Side By 3 Points» - добавить изопараметрическое ребро курсором. Указываются начальная, средняя и конечная точки.
8. «Delete Side» - удаление ближайшего к курсору ребра.
9. «Select Sides» - выделение ближайшего к курсору ребра. Левая кнопка мыши – выделить.
10. «Add 1 Side» - добавление двух точек и ребра по координатам.
11. «Add 3 Sides» - добавление трёх точек и трёх ребер по координатам (треугольник).
12. «Add 4 Sides» - добавление четырёх точек и четырёх ребер по координатам (четырёхугольник).
13. «Clear selections» - снять выделение точек и граней.
14. «Show Hidden» - показать скрытые точки.

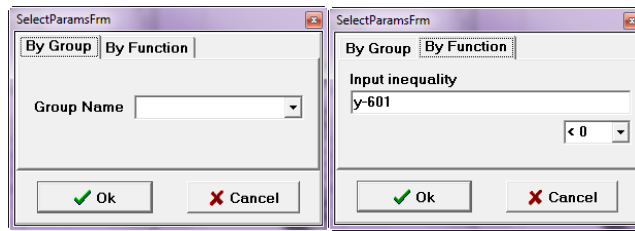
Контекстное меню для точек сетки.



- «Edit point» - редактирование одной выделенной точки.
- «Add Side By Selected Points» - добавление ребра на двух выделенных точках.
- «Add Point as Average» – добавление точки как среднее выделенных точек.
- «Delete selected points» - удаление выделенных точек.
- «Add Copy Points» - добавление копии выделенных точек. При этом возможен параллельный перенос и поворот точек относительно вектора.

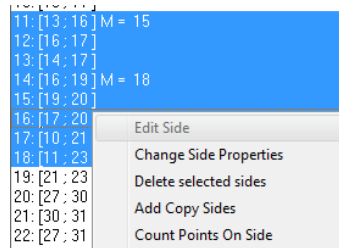


- «Move Points» - перемещение выделенных точек. Возможен параллельный перенос и поворот точек относительно вектора.
- «Change Points Concentration» - изменение сгущения сетки около выделенных точек.
- «Hide» - скрыть выделенные точки.
- «Select Sides By Points» - выделить рёбра, содержащие выделенные точки.
- «Select Sides By Points 100%» - выделить рёбра, содержащие выделенные точки на обоих концах.
- «Filter Selected Points By Params» - снять выделение части точек по параметрам.

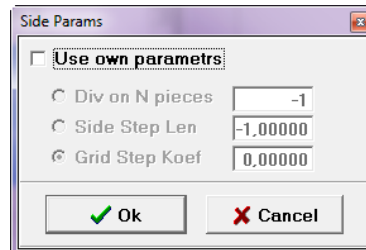


- «Edit point group» - изменить присвоение к группе у выделенных точек.

Контекстное меню для рёбер сетки.



- «Edit Side» - редактировать выделенное ребро.
- «Change Sides Properties» - изменить параметры разбиения ребра.

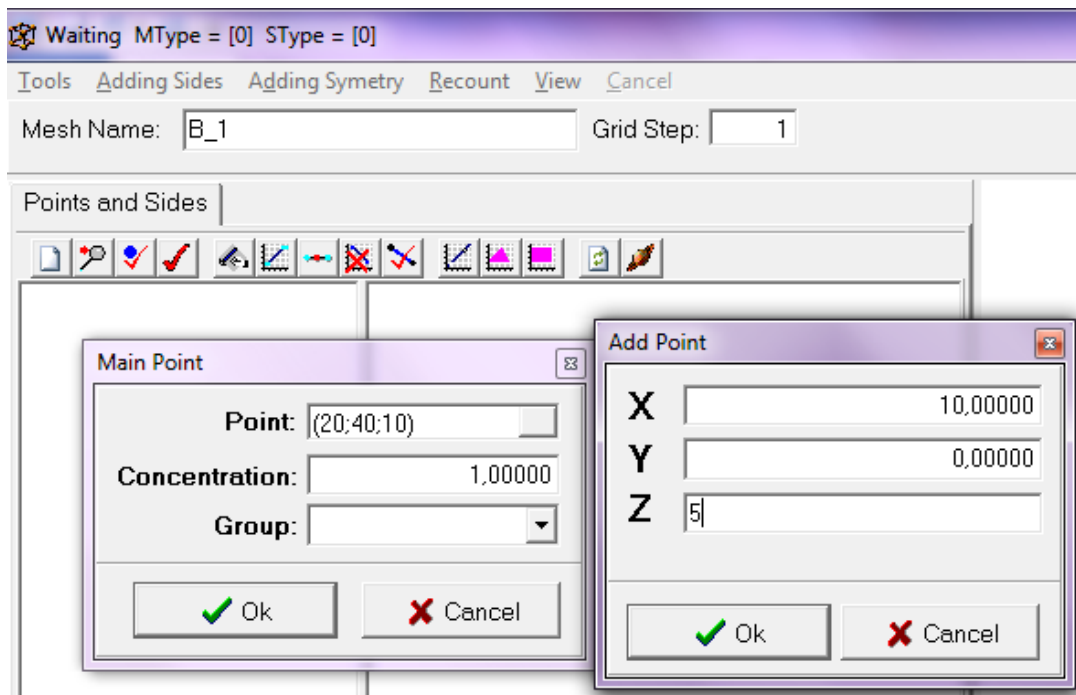


- «Delete selected sides» - удалить выделенные рёбра.
- «Add Copy Sides» - добавить копии выделенных рёбер.
- «Count Points On Side» - добавить точки на ребре.

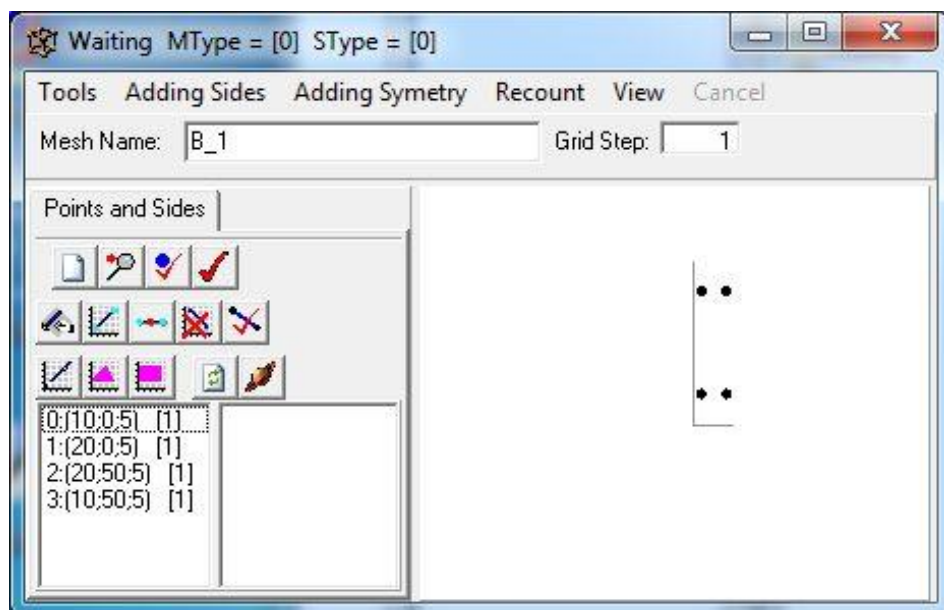
Пример построения сетки. Нарисуем магнит типа «Оконная рама»


Генерация сетки начинается с задания входной геометрии. Поскольку «Оконная рама» симметрична, достаточно нарисовать её четвертинку, состоящую из вертикальной и горизонтальной линий, которую затем можно зеркально отобразить средствами программы. В процессе создания сетки нужно выполнить ряд типичных операций. Опишем их, иллюстрируя картинками – «скриншотами» программы.

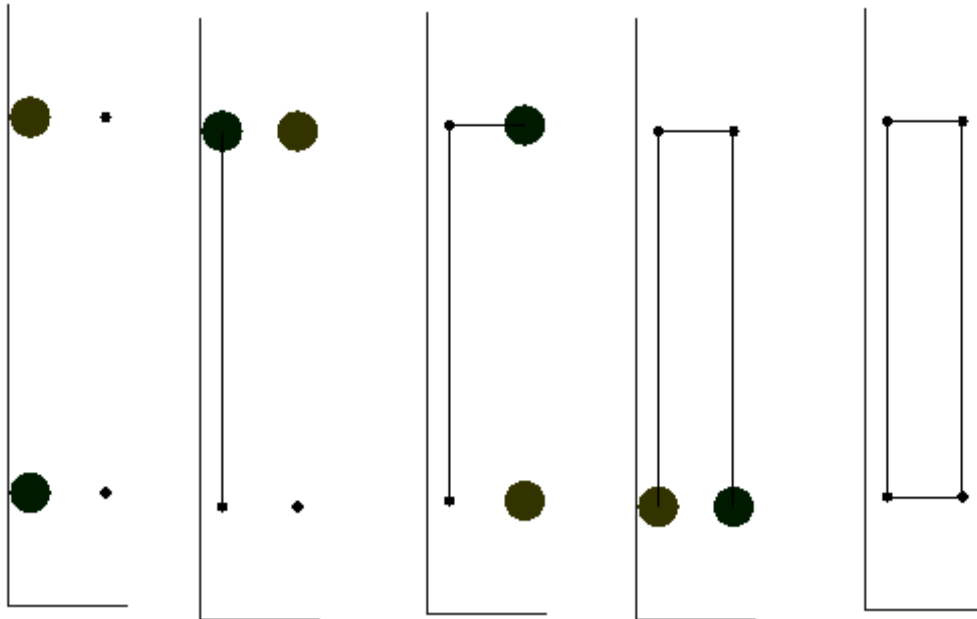
Задание точек. Первоначально задаются точки - вершины будущих макроэлементов. С помощью кнопки «Add Point» на панели инструментов создадим 4 точки с координатами (10;0;5), (20;0;5), (20;50;5), (10;50;5), которые есть вершины прямоугольника, соответствующие одной вертикальной линии буквы «Оконной рамы». Пример задания точки (10;0;5) – ниже на рисунке.



Заданные координаты точки вместе с её номером и коэффициентом сгущения (Concentration) выводятся в поле «Список точек» в формате «Номер точки: (координаты) [коэффициент сгущения]», а сами точки появляются в области изображения сетки, где ось координат X направлена вправо, ось Y - вверх, а Z - перпендикулярно плоскости листа.

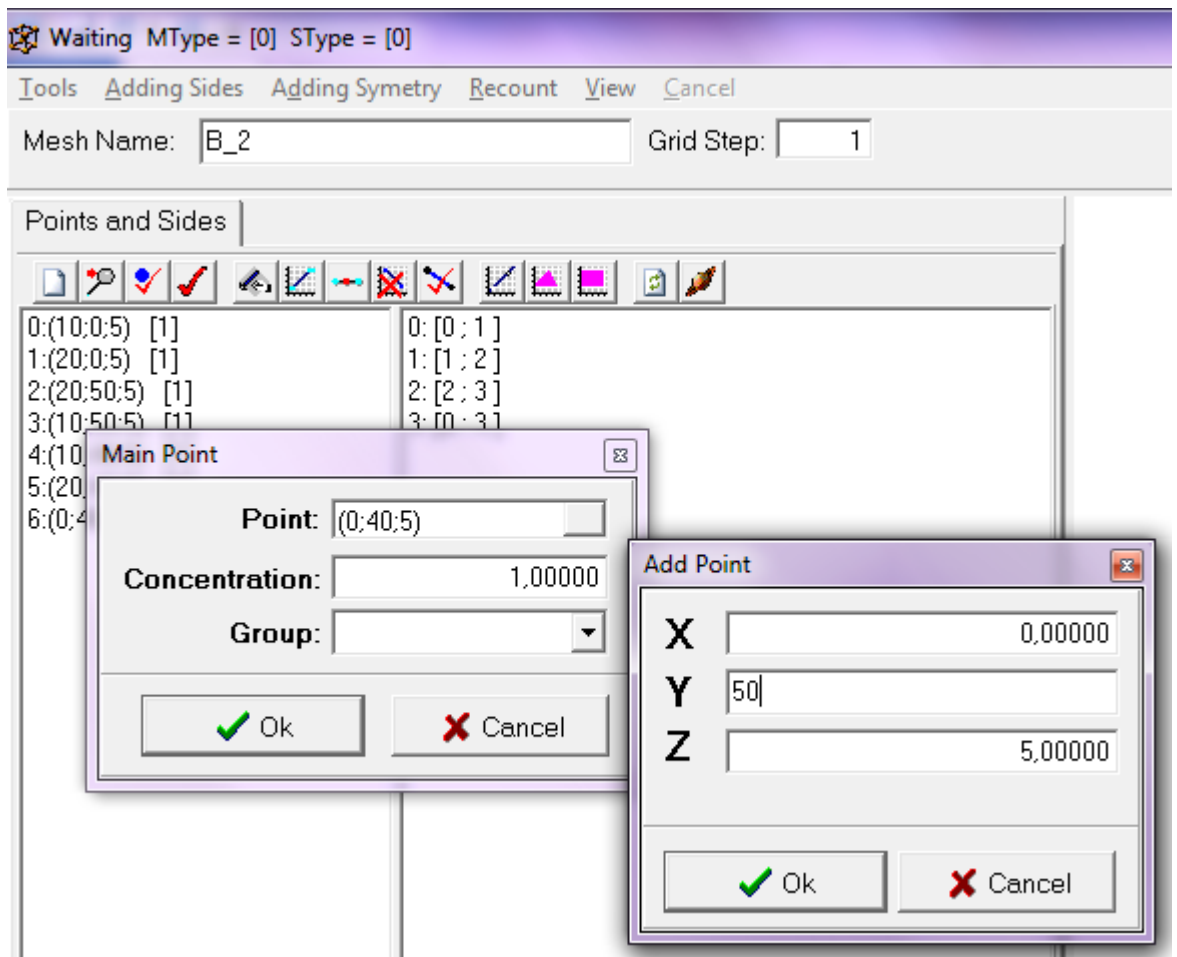


Задание рёбер. Следующий шаг - точки надо соединить рёбрами. Это можно сделать несколькими способами: например, воспользовавшись кнопкой панели инструментов «Add Side» и задавая номера точек ребра в дополнительном окне; кнопками «Add Side By 2 Points» или «Add Side By 3 Points», выделяя начало и конец ребра курсором. Ниже на рисунке показаны последовательные шаги построения прямоугольника в режиме построения ребра по точкам - кнопка «Add Side By 2 Points» . Отмеченные курсором точки выделяются размером и цветом. Введённые рёбра появляются на рисунке и в поле «Список рёбер» в формате «Номер ребра: [номер 1-ой; 2-ой точки]».

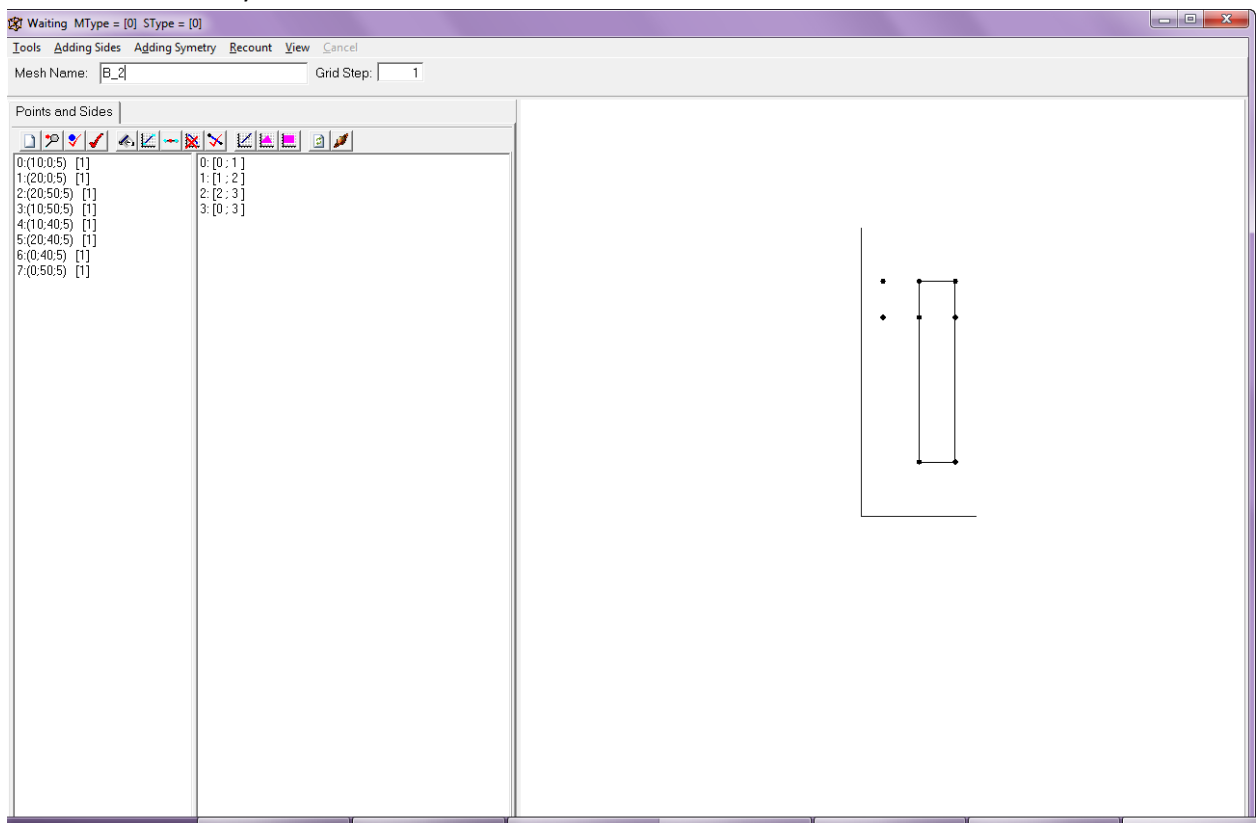


Для ускорения и упрощения процедуры ввода данных в программе есть возможность добавления целого прямоугольника, т.е. добавления сразу 4-х точек и объединение их 4 ребрами с помощью кнопки «Add 4 Sides». Аналогично для треугольника - «Add 3 Sides». Нужно отметить, что объединять точки в рёбра курсором (мышкой) не всегда удобно, т.к. рисунок в общем случае трёхмерный.

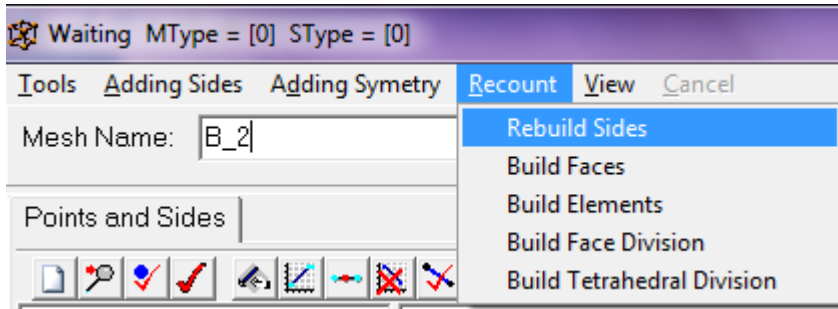
Задание дополнительных точек. Затем надо добавить горизонтальную линию для «Оконной рамы». Для этого нам понадобятся ещё 4 точки, например, с координатами (10,40,5), (20,40,5), (0,40,5) и (0,50,5).



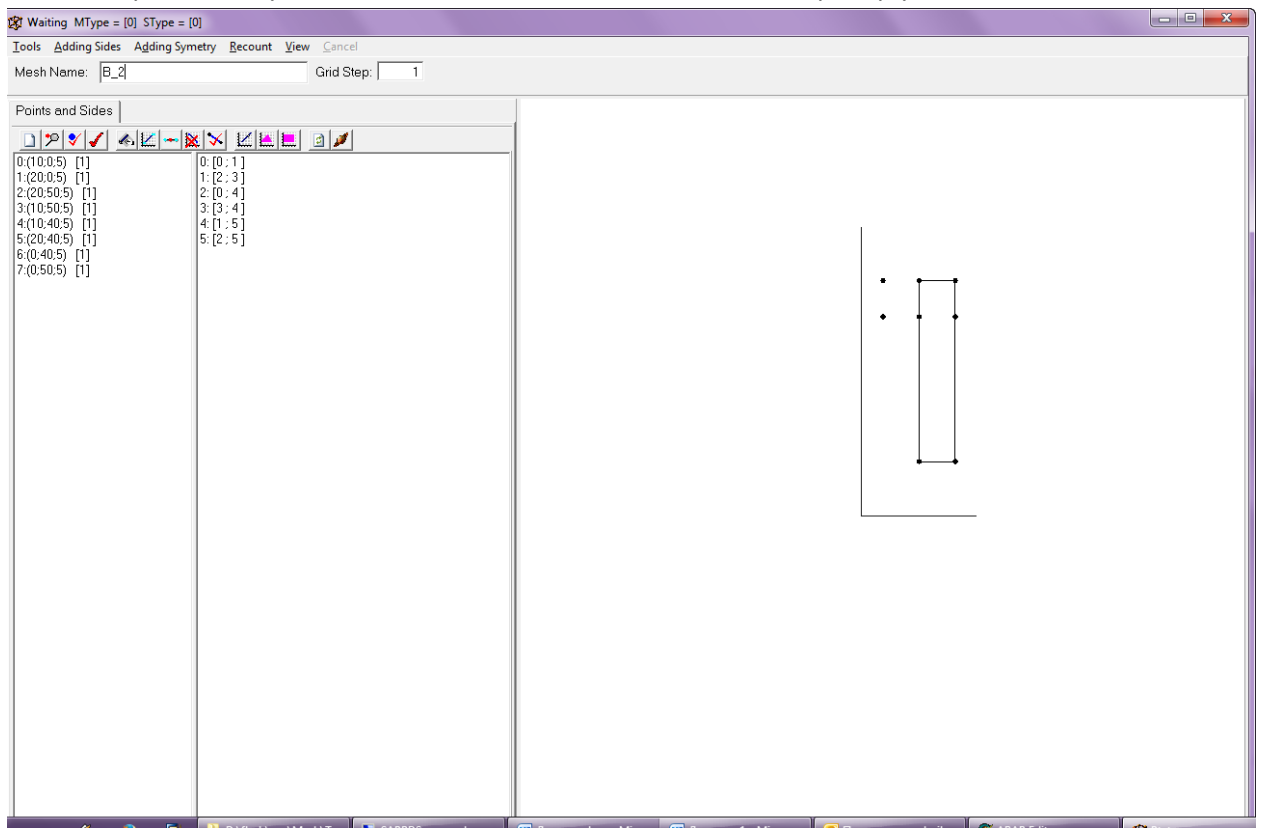
Вот что получилось:



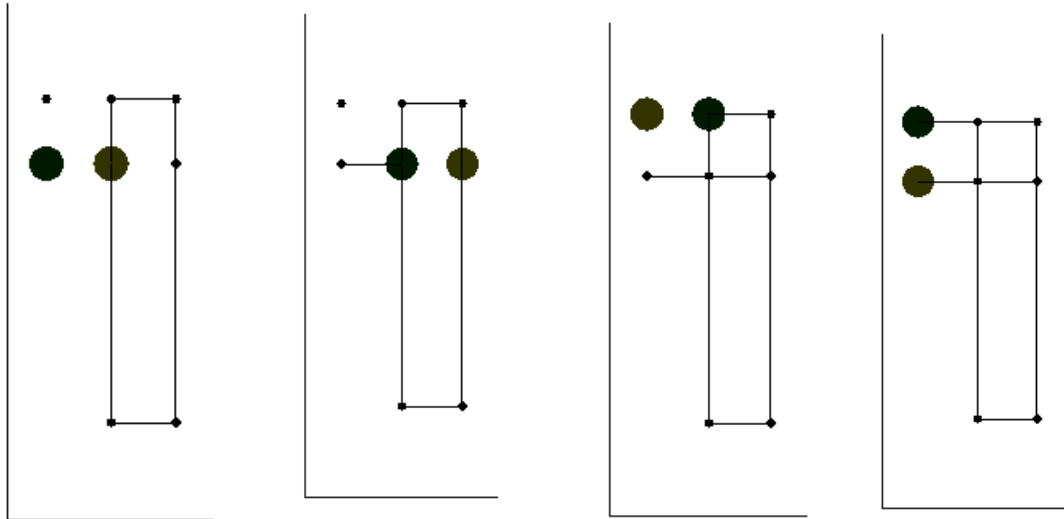
«Переразбивка» рёбер. В результате этих действий появились точки, которые разбивают существующие рёбра на 2 части, поэтому надо «переразбить» рёбра. Для выполнения этой операции воспользуемся пунктом меню «Recount»/«Rebuild Sides»:



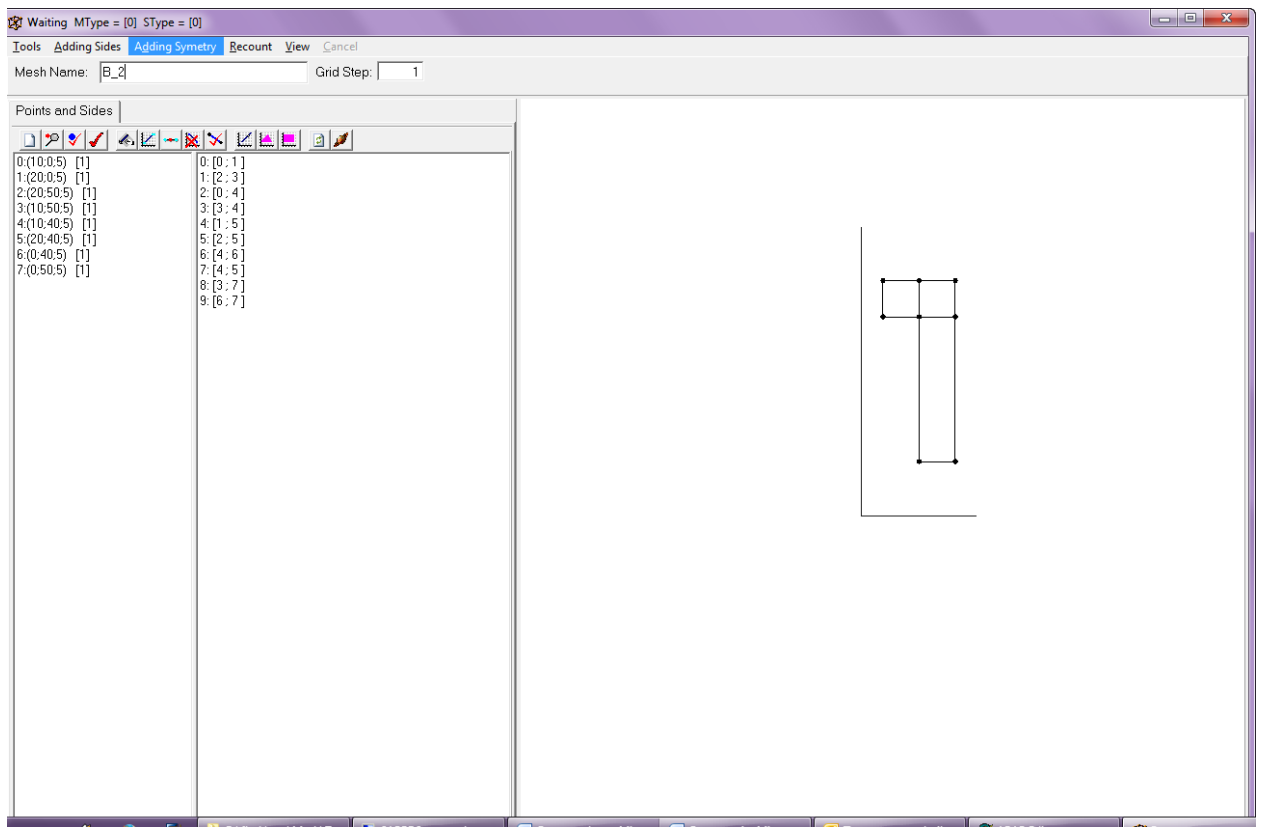
Картинка визуально не изменилась, но видно, что число рёбер увеличилось – их стало 6.



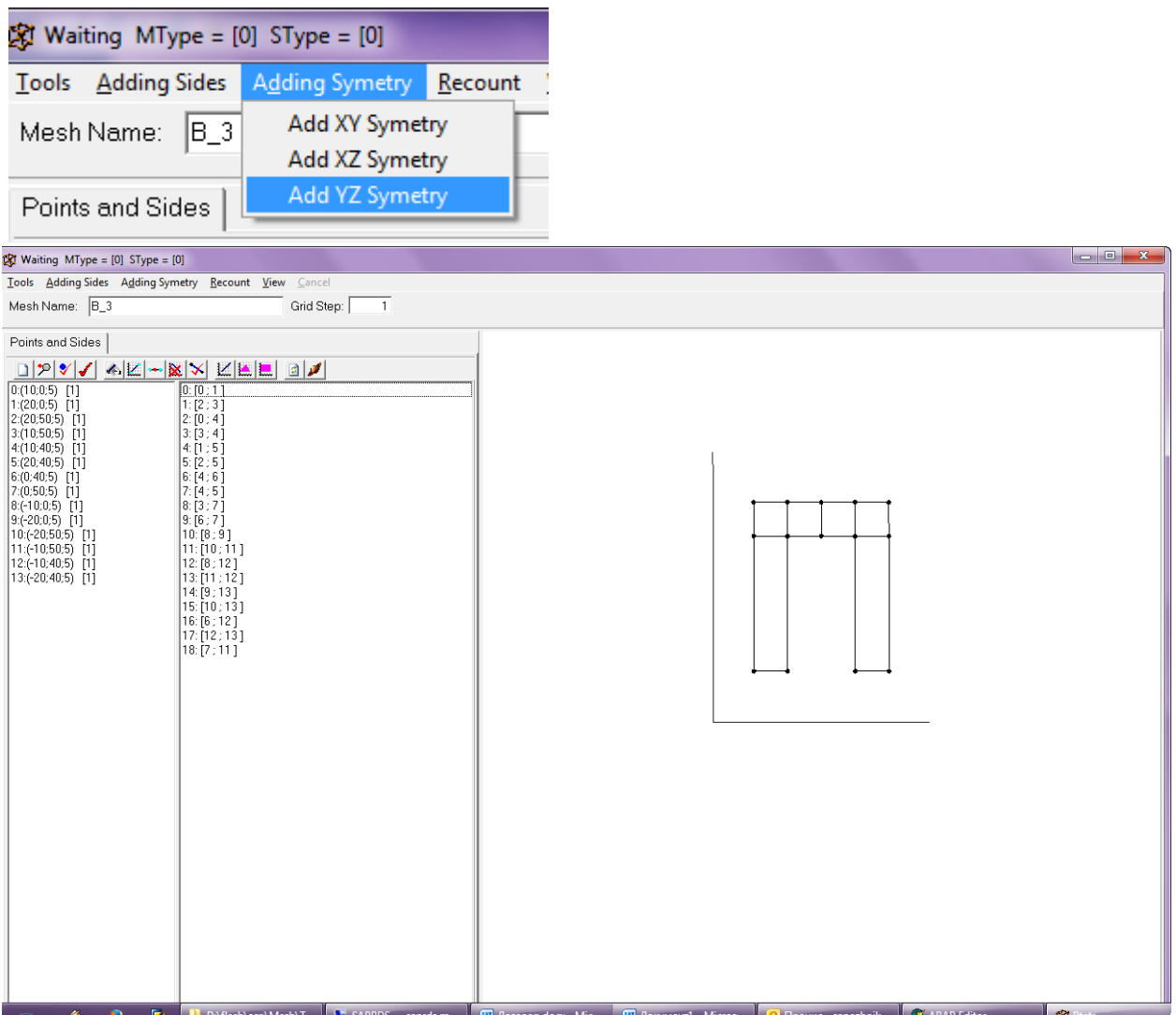
Соединим введённые точки рёбрами.



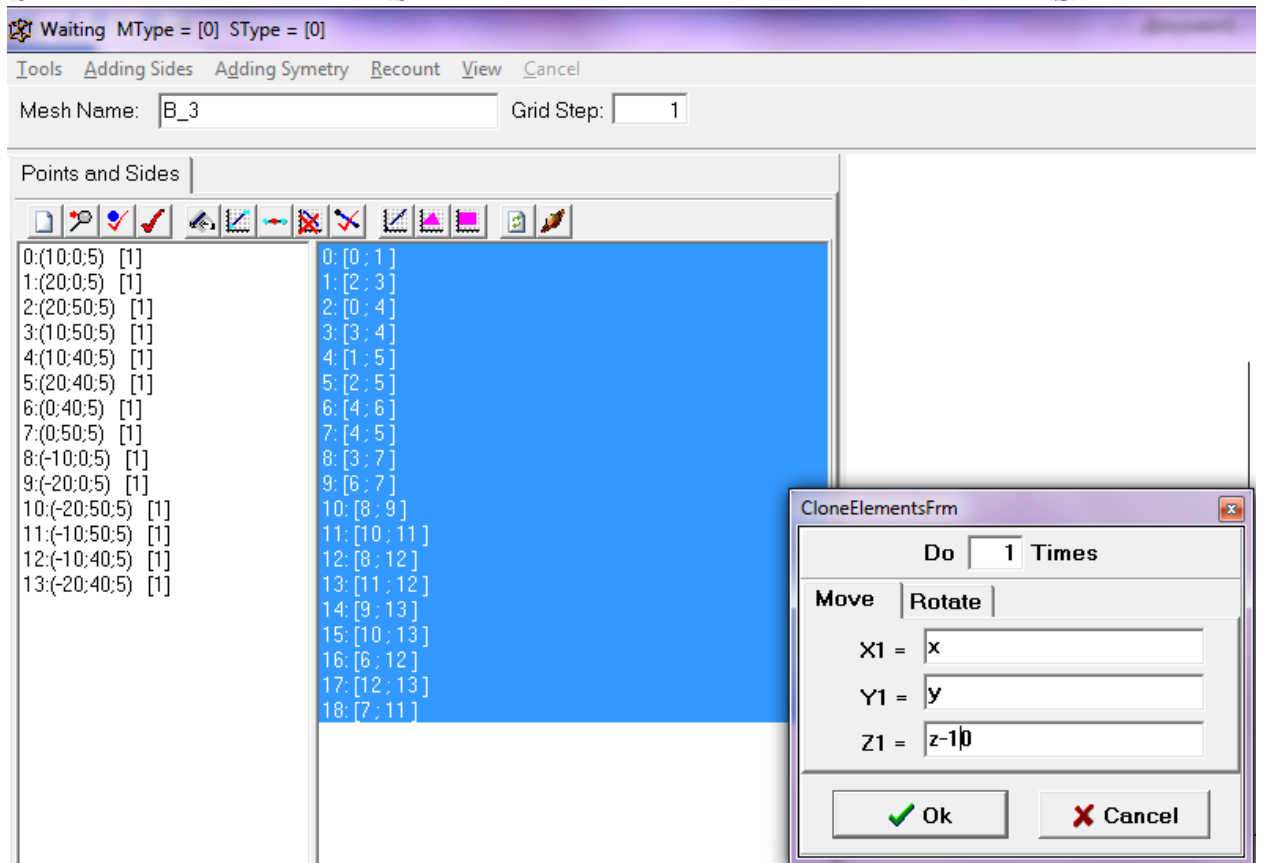
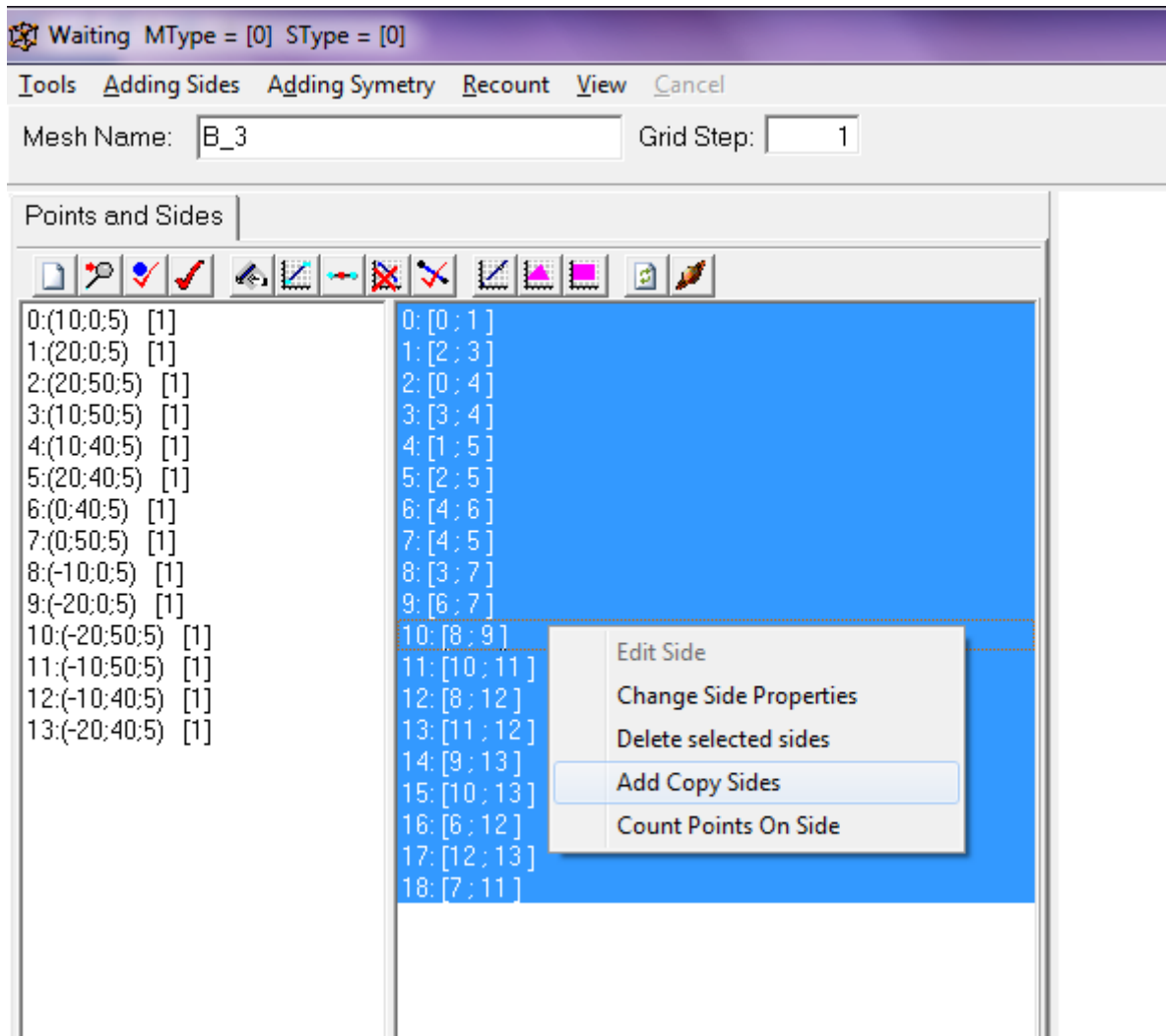
Вот что вышло:



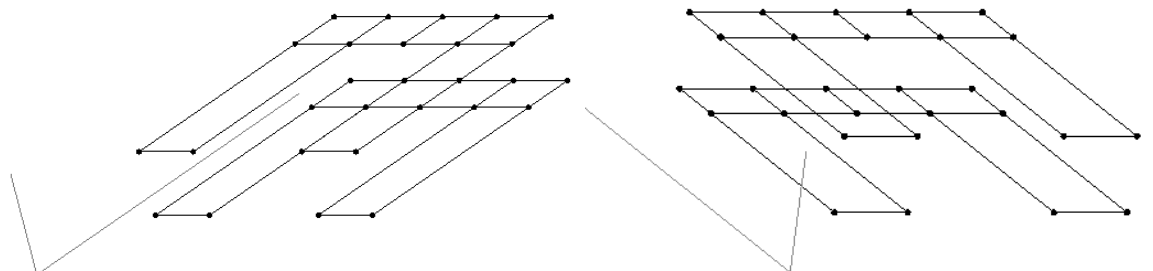
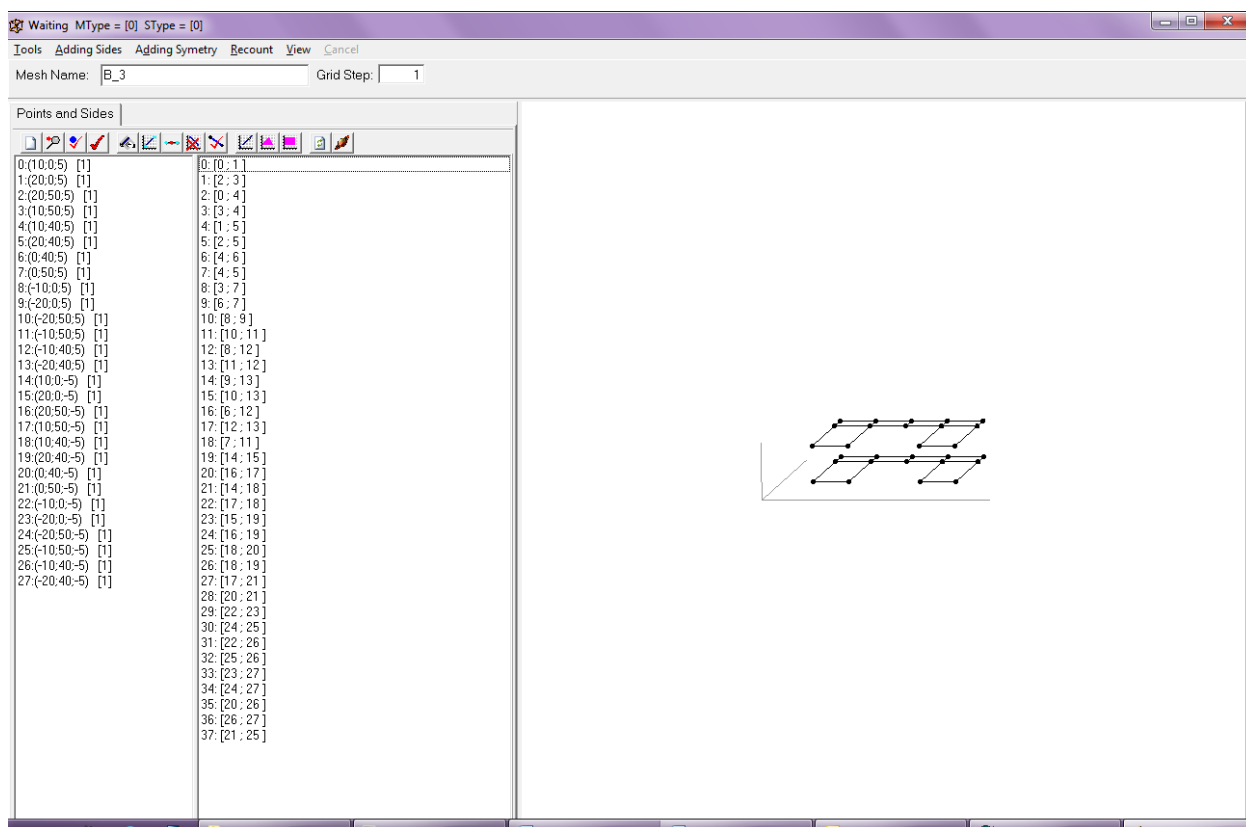
Копирование. С помощью пунктов меню «Adding Symmetry»/«Add YZ Symmetry» скопируем зеркально относительно оси OZY полученный фрагмент, в результате чего получим половину «Оконной рамы».



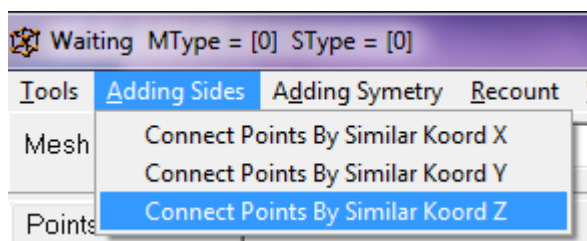
Построение объемного изображения. Следующий шаг – сделаем половинку «Оконной рамы» объемной. Для этого добавим копию всех рёбер с их точками со смещением по оси Z. Для этого сначала выделим все рёбра (мышкой или кнопкой «Select Sides»), затем в контекстном меню выбираем пункт «Add Copy Sides», а в дополнительном окне во вкладке «Move» указываем величину смещения по оси Z: $Z1=Z-10$.

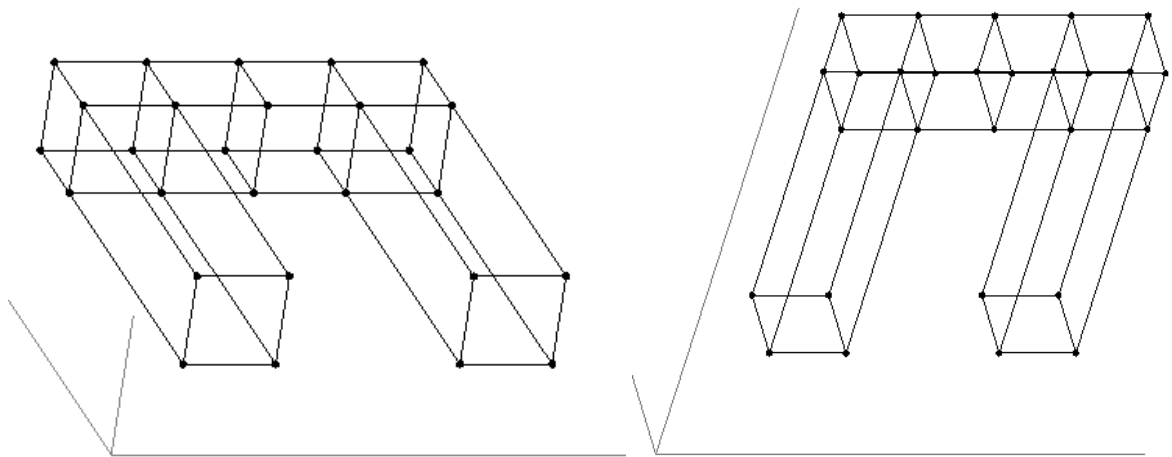


Результат этой операции - на рисунке:

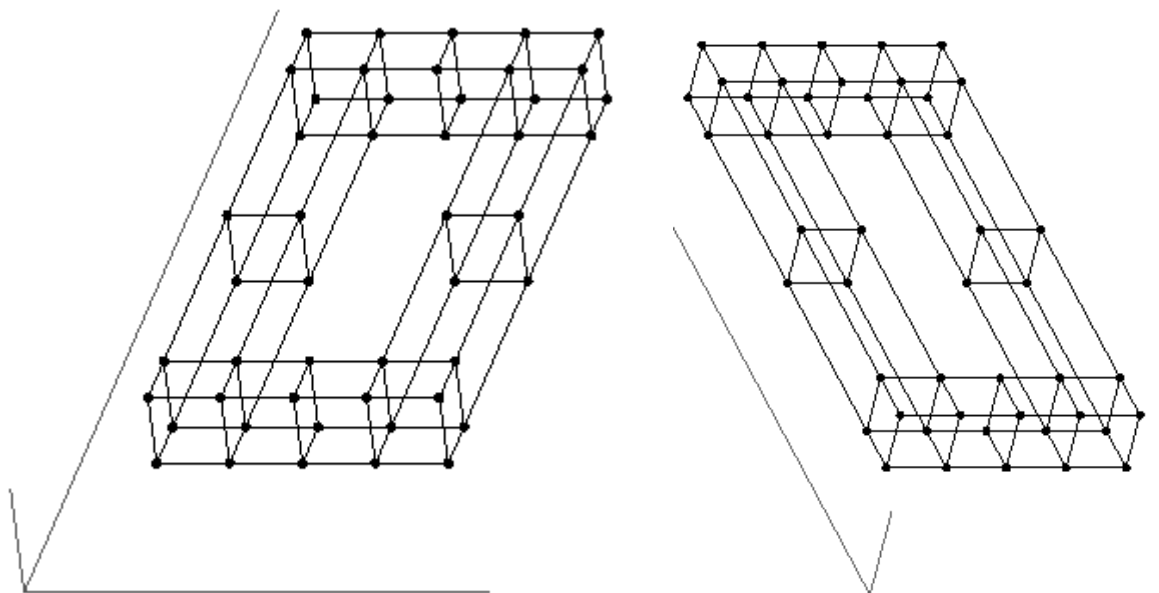


Массовая операция добавления рёбер. Для завершения построения объёмного изображения добавляем вертикальные соединительные рёбра, для чего используем функцию меню «Adding Sides»/«Connect Points By Similar Coords Z»:

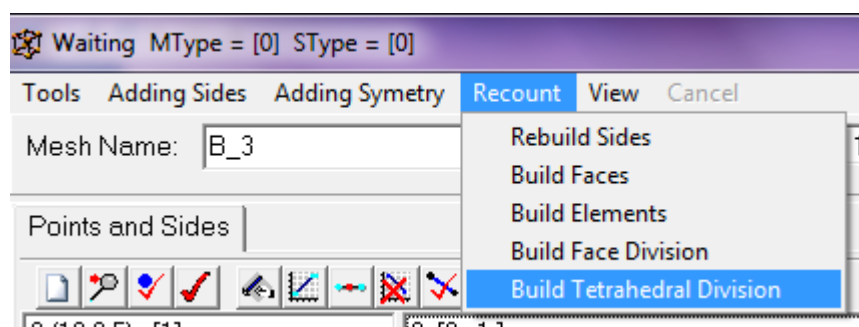


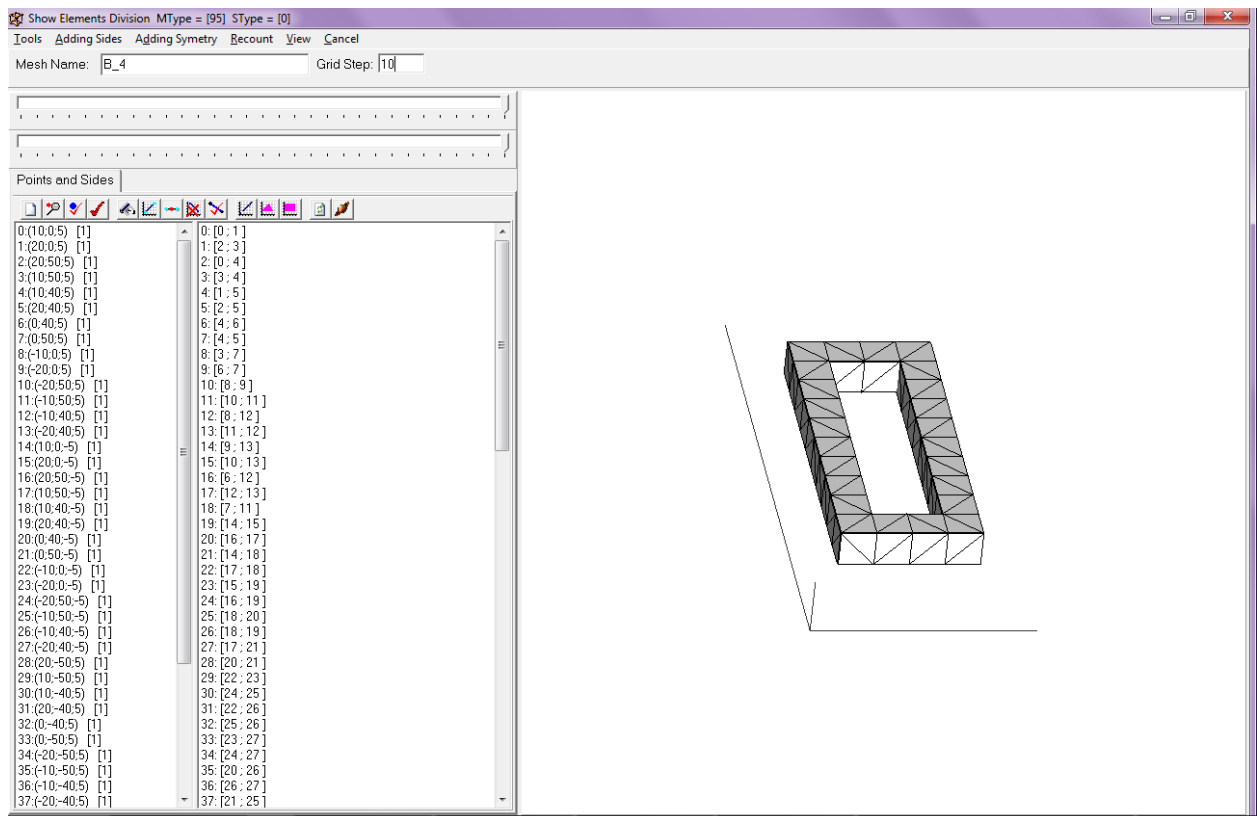


Скопируем изображение еще раз симметрично относительно плоскости OXZ - получаем окончательное изображение «Оконной рамы»:

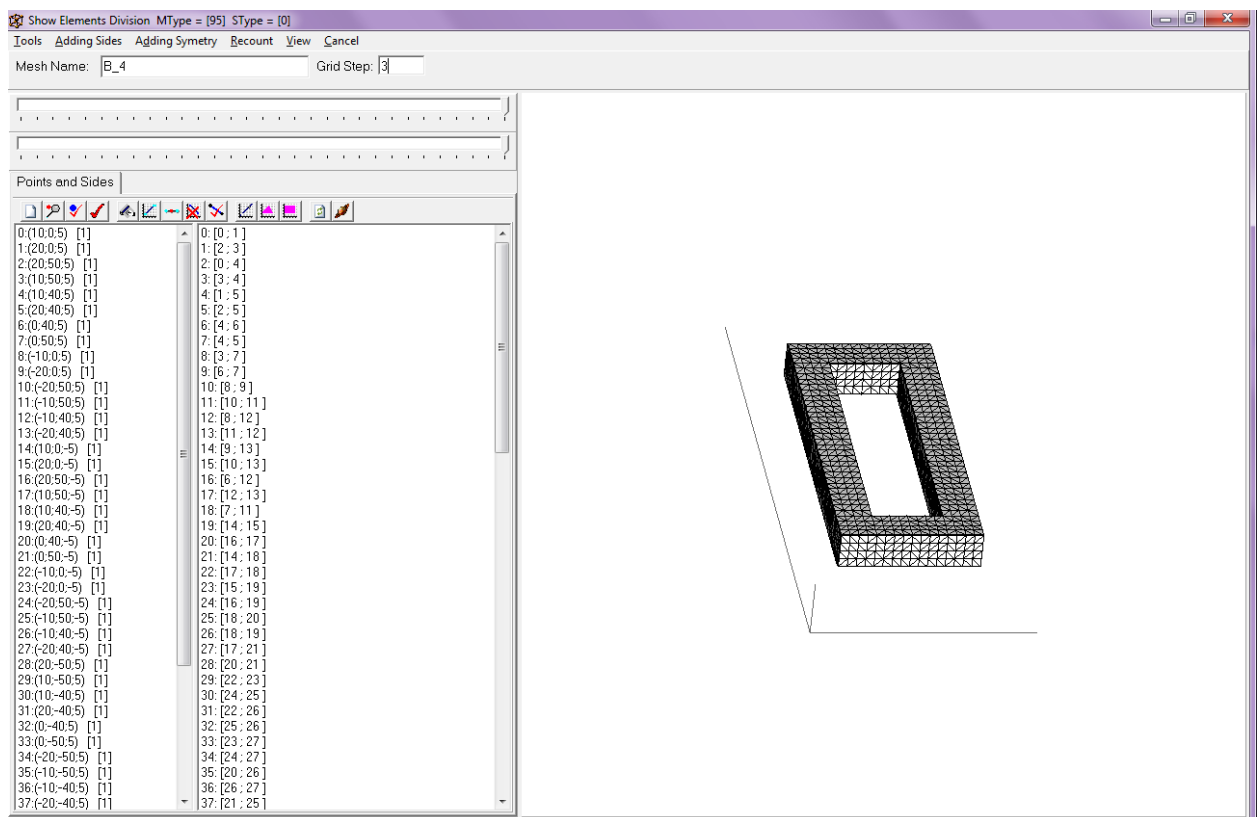


Построение разбиения. После построения объемного изображения можно строить разбиение: «Recount»/«Build Tetrahedral Division»:



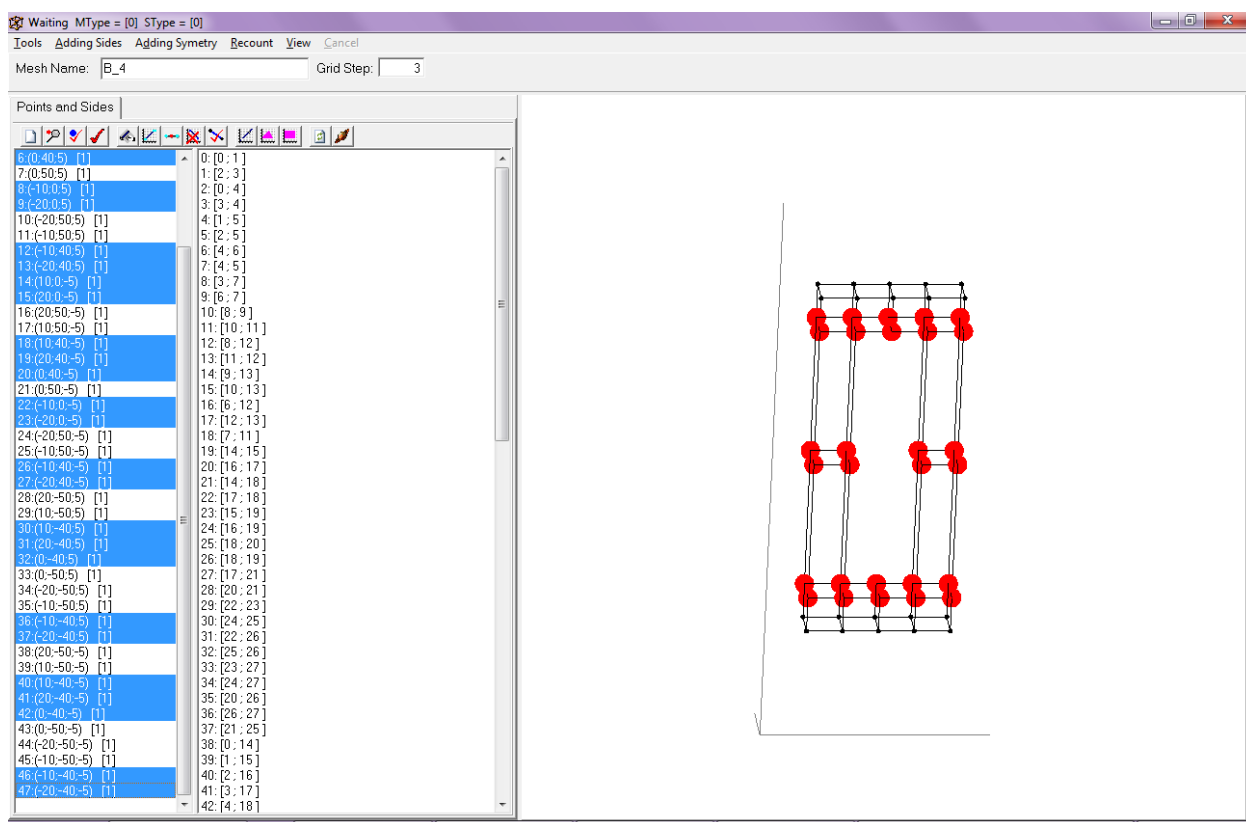
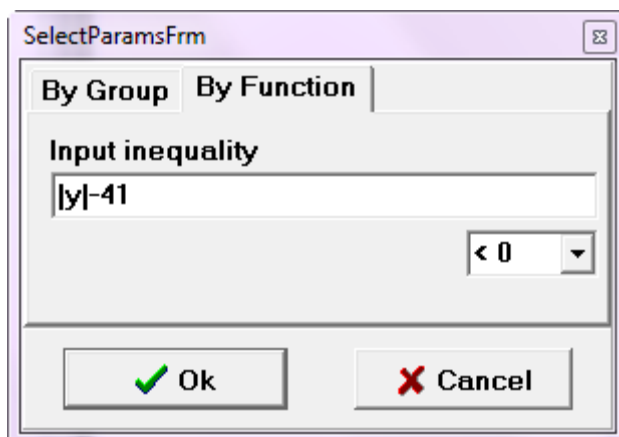


Изменение шага сетки. Для того, чтобы сделать сетку помельче, нужно уменьшить шаг сетки - параметр в поле «Grid Step». Результат:

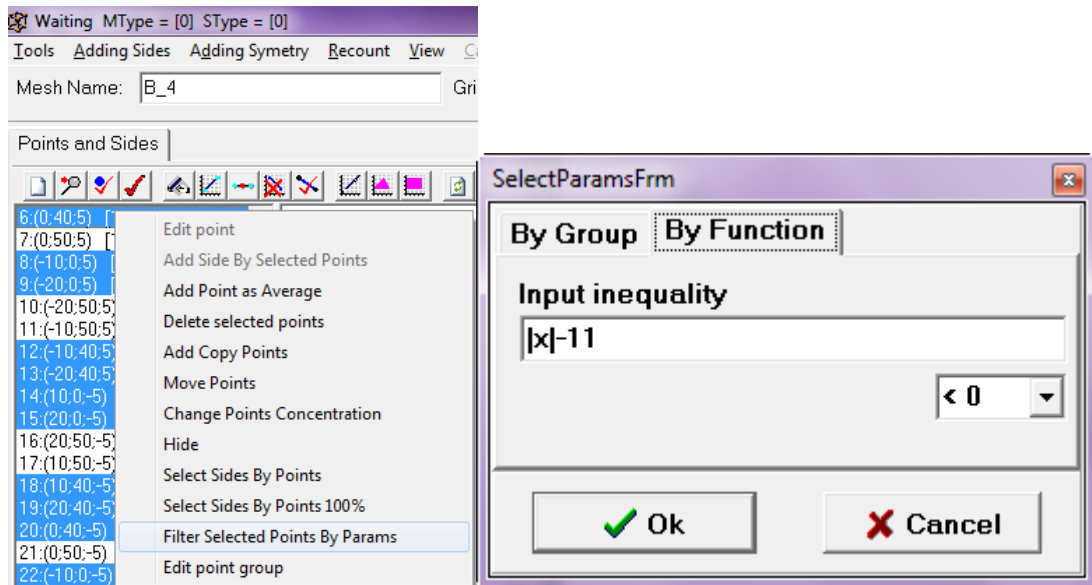


Изменение коэффициента сгущения. Поменяем коэффициент сгущения - сделаем при приближении к центру сетку помельче. Для этого у всех внутренних точек нужно уменьшить коэффициент сгущения. Воспользуемся функцией массового выделения «Select Points By

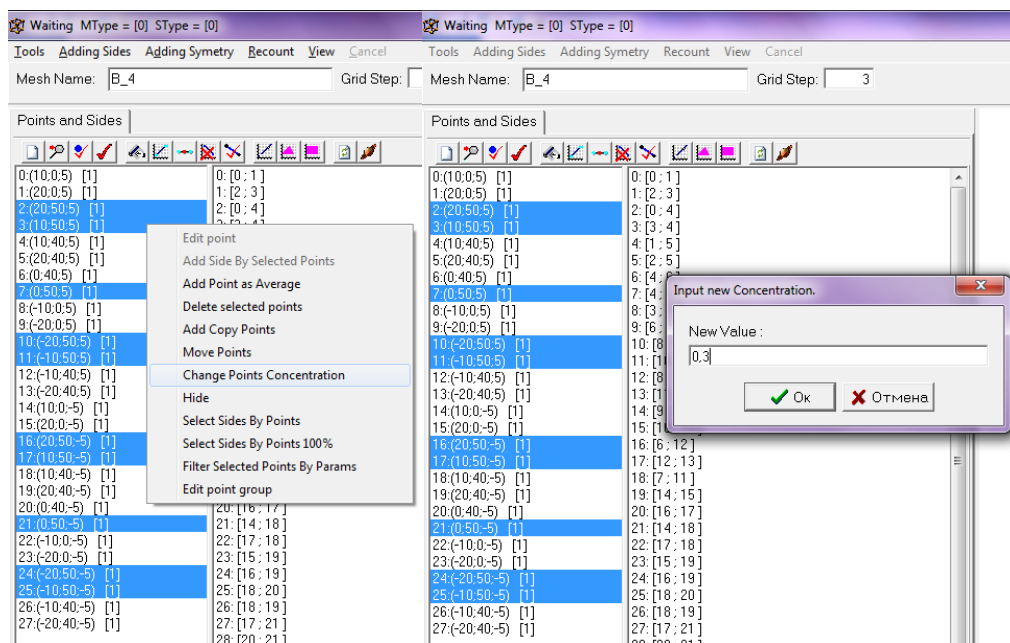
Params»/«By Function»: выделим все точки, которые удовлетворяют математическому выражению « $|y|-41 < 0$ »:

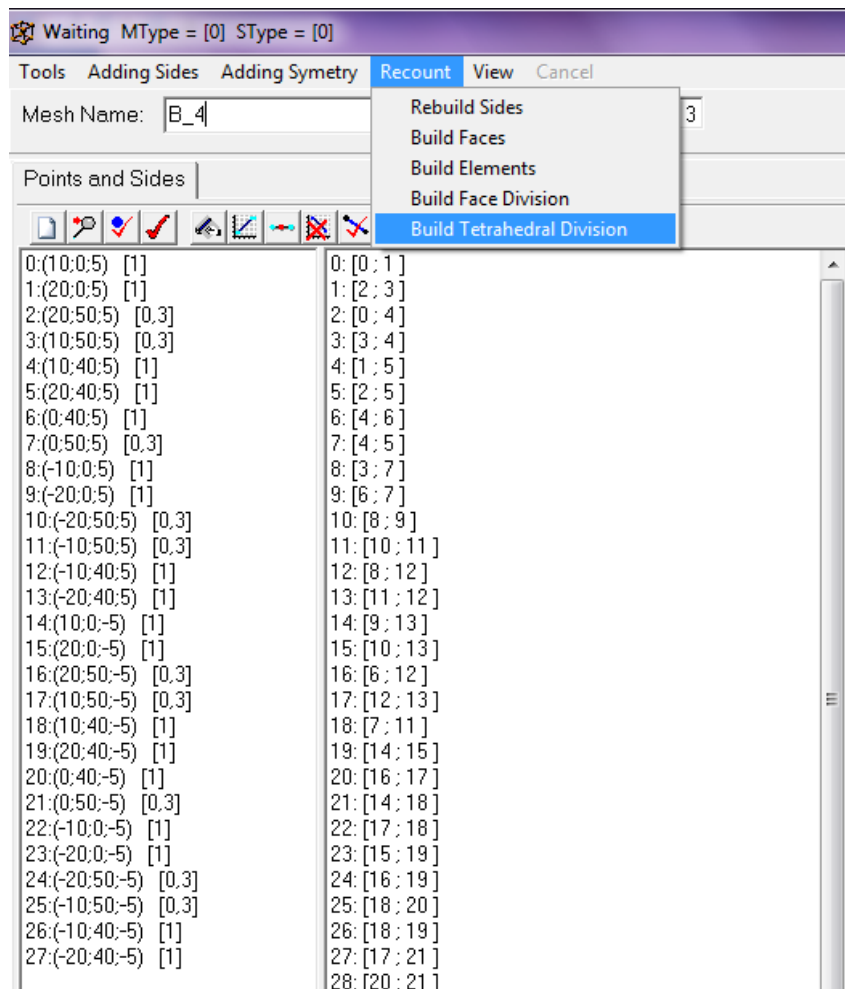


Теперь надо ещё отфильтровать выделенные точки. Для этого воспользуемся функцией «Filter Selected Points By Params». Среди всех выделенных точек оставим выделенными только те, которые удовлетворяют математическому выражению « $|x|-11 < 0$ »:

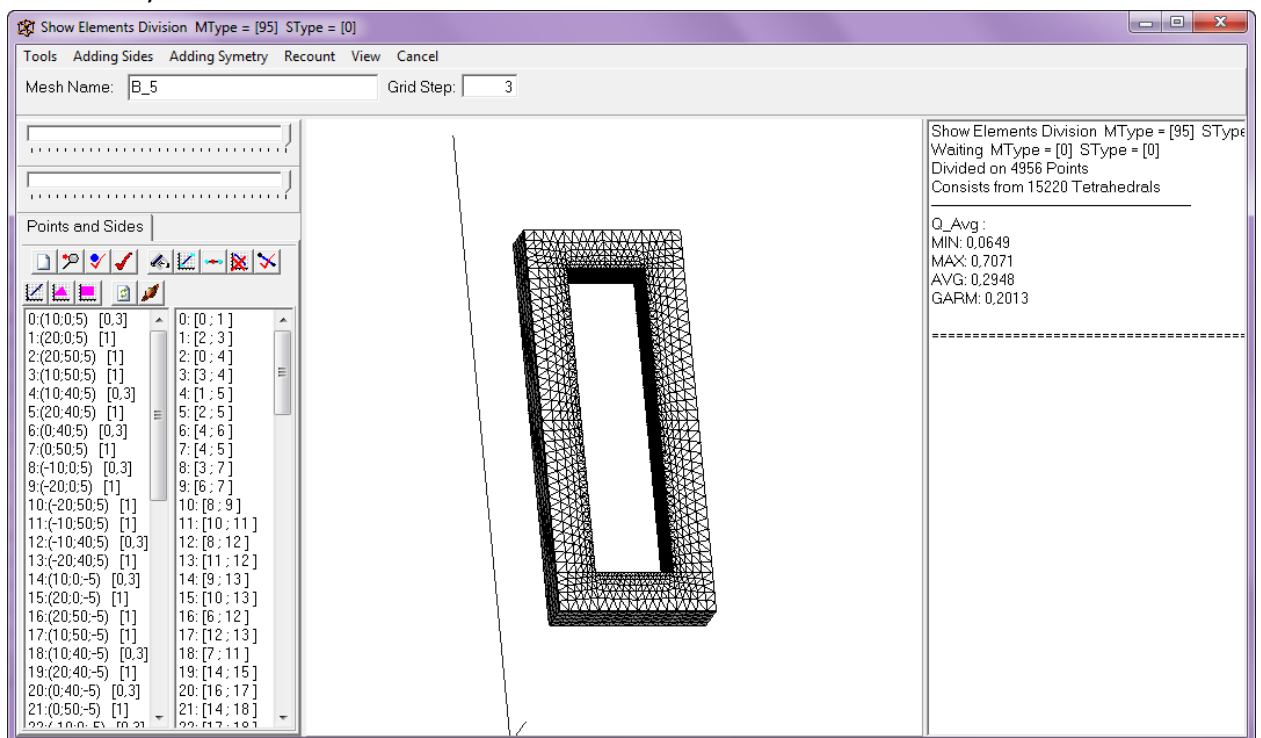


Поставим выделенным точкам коэффициент сгущения 0,3. Для этого в контекстном меню «Поле точек» надо выбрать подменю «Change Points Concentration», и в открывшемся окне ввести новое значение коэффициента сгущения. После чего необходимо перестроить сетку с помощью «Recount»/«Build Tetrahedral Division».





Результат:



Критерии качества разбиения. После генерации сетки производится расчёт её качества для всех сгенерённых элементов. В программе учитываются 3 критерия:

- Отношение радиуса описанной сферы к длине наибольшего ребра.
- Отношение длин наибольшего и наименьшего ребер.
- Отношение наименьшего и наибольшего телесных углов.

Затем критерии нормируются, и вычисляется среднее значение критериев для каждого элемента. В качестве итогового значения критерия для сетки используется среднее арифметическое и среднее гармоническое по всем элементам сетки. Полученные значения критериев качества разбиения выводятся в поле «Log» («View»/«View Log»). Ниже приведены результаты разбиения для нашего примера «Оконная рама», где MIN - минимальное значение критерия (самый «плохой» тетраэдр), MAX - максимальное значение (самый «хороший» тетраэдр), AVG - среднее значение, GARM - среднее гармоническое по всем тетраэдрам.

Show Elements Division MType = [95] SType = [0]

Divided on 4956 Points

Consists from 15220 Tetrahedrals

Q_Avg :

MIN: 0,0649

MAX: 0,7071

AVG: 0,2948

GARM: 0,2013

Создание сетки

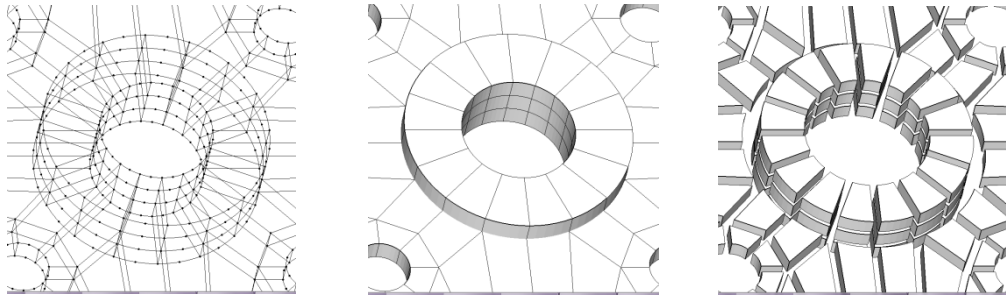
Опишем кратко весь процесс создания сетки.

Генерация сетки начинается с задания входной геометрии, которая есть объединение выпуклых макроблоков, в качестве которых могут использоваться гексаэдры, треугольные призмы, пирамиды, тетраэдры и их изопараметрические аналоги.

Первоначально задаются точки - вершины будущих макроэлементов. Точки удобно объединять в группы для массовой обработки. Точки из одной группы можно копировать с их геометрической трансформацией. Допускается сдвиг на вектор, поворот относительно прямой, отражение относительно плоскости. Можно устанавливать параметр сгущения разбиения в окрестности точки.

Для задания рёбер макроэлементов введённые вершины необходимо объединить. Это можно сделать как напрямую, введя номера вершин, так и курсором, маркируя начальную и конечную вершины ребра. Если ребро криволинейное, то дополнительно указывается его средняя точка. Для каждого ребра можно установить его локальные параметры разбиения. Рёбра, как и точки, можно копировать с их дальнейшей геометрической трансформацией. При этом вершины будут также копироваться. Ребро можно разделить на несколько более мелких частей. При этом будут добавляться новые вершины. Рёбра объединяются в треугольники и четырёхугольники.

Процесс построения трёхмерной сетки осуществляется в 3 этапа. На каждом этапе разбиения алгоритм опирается на то, что было построено на предыдущем. На первом этапе производится разбиение всех ребер стартовых макроблоков. На втором – разбиение всех граней. На третьем этапе проводится разбиение каждого макроблока отдельно с учетом уже построенного разбиения его границы.



Визуальная оценка качества разбиения.

После генерации сетка выводится на экран. Изображение можно вращать во всех направлениях, приближать и удалять, скрывать и отображать элементы. Для визуальной оценки качества разбиения существует возможность пропорционального уменьшения размеров конечных элементов.

Литература

- [1] O.C. Zienkiewicz. The finite element method in engineering science. MCgraw-hill. London, 1971.
- [2] Акишин П. Г., Сапожников А. А. Автоматическая генерация трёхмерных сеток. ОИЯИ, Дубна, 2015.