

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ АТОМНОГО ЯДРА:
НУКЛОНЫ И МЕЗОНЫ. ИСТОКИ.
СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ. ТЕНДЕНЦИИ

*Л. Н. Савушкин**

Государственный университет телекоммуникаций, Санкт-Петербург, Россия

БАЗИСНЫЕ КОНЦЕПЦИИ	1584
ЛИНЕЙНАЯ ВЕРСИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ АТОМНОГО ЯДРА	1589
Спин-орбитальный потенциал ядра	1591
Тензорные силы как релятивистская поправка.	
Спиново-ненасыщенные ядра	1595
МОДЕЛЬ ВАЛЕЧКИ. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ МЕХАНИЗМ НАСЫЩЕНИЯ. ПАРАМЕТРЫ МЕТОДА СКИРМА–ХАРТРИ–ФОКА	1599
РОЛЬ НЕЛИНЕЙНОСТИ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ	1607
СПИНОВАЯ И ПСЕВДОСПИНОВАЯ СИММЕТРИИ В КОНЕЧНЫХ ЯДРАХ	1610
РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЭФФЕКТА ИЗЛОМА ИЗОТОПИЧЕСКОЙ ЦЕПОЧКИ. КИНК-ЭФФЕКТ	1617
АТОМНОЕ ЯДРО КАК НЕЛИНЕЙНАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ФЕРМИ-СИСТЕМА	1622
ВАЖНЕЙШИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ. ТЕНДЕНЦИИ. ВЫВОДЫ	1629
Приложение 1	
ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ МАТРИЦЫ ДИРАКА	1632
Приложение 2	
СТРУКТУРА ПОТЕНЦИАЛОВ ОВЕР В v^2/c^2 -ПРИБЛИЖЕНИИ	1634

*E-mail: lev_savushkin39@mail.ru

Приложение 3 ТЕНЗОРНЫЕ СИЛЫ КАК РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПОПРАВКА	1636
Приложение 4	1637
Приложение 5 ЭФФЕКТИВНАЯ МАССА МЕЗОНОВ. ДИАГРАММЫ ФЕЙНМАНА	1638
Приложение 6 МЕТОД ЭФФЕКТИВНОЙ МЕЗОННОЙ МАССЫ	1639
Приложение 7 МЕТОД САМОДЕЙСТВИЯ НУЛЕВОГО РАДИУСА	1640
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1642

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ АТОМНОГО ЯДРА: НУКЛОНЫ И МЕЗОНЫ. ИСТОКИ. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ. ТЕНДЕНЦИИ

*Л. Н. Савушкин**

Государственный университет телекоммуникаций, Санкт-Петербург, Россия

Ядерная модель оболочек (ЯМО) представляет собой основополагающую модель теории ядра. На начальной стадии ЯМО развивалась на базе уравнения Шредингера, в частности, потому, что на этом этапе было неясно, с какими матрицами Дирака должны были ассоциироваться различные компоненты (релятивистского) потенциала модели оболочек. В начале 1970-х гг. была разработана основанная на уравнении Дирака релятивистская версия ЯМО; мезонные поля являются главными ингредиентами релятивистской ядерной модели оболочек (РЯМО). РЯМО включает мезонные поля с различными пространственно-временными трансформационными свойствами (скаляр, 4-вектор и т.д.); эти свойства подчеркивают поведение (соответствующих) мезонных полей при преобразованиях Лоренца. Этот факт является непосредственным указанием на то, что теория ядра должна быть релятивистской, а базисом теории должно быть уравнение Дирака.

The nuclear shell model (NSM) is a very important model of nuclear theory. At the initial stage NSM was developed in the framework of the Schrödinger equation. The nonrelativistic formalism has been utilized, in particular, because at that stage it was not clear with which Dirac matrices different components of the shell model potential should be associated. At the beginning of the seventies, the relativistic version of the NSM has been developed, based on the Dirac equation, the meson fields being the basic ingredients of the relativistic nuclear shell model (RNSM). The RNSM includes meson fields with the different space-time transformation properties (scalar, 4-vector, etc.), these properties indicating the behaviour of the respective meson fields under the Lorentz transformations. This fact demonstrates explicitly that the NSM should have the relativistic nature, and the most general form of the Dirac equation has been introduced as a basis for RNSM.

PACS: 21.10.-k; 21.60.-n

*E-mail: lev_savushkin39@mail.ru

1. БАЗИСНЫЕ КОНЦЕПЦИИ

Релятивистская теория атомного ядра представляется элегантным и мощным методом описания свойств атомного ядра, трактуемая в таком подходе как релятивистская, существенно нелинейная ферми-система с сильно выраженной изовекторной структурой [1–5].

Развитие релятивистского описания ядер неразрывно связано с успехами мезонной теории, в частности, мезонной теории NN -взаимодействия.

В настоящее время ядерная физика низких энергий полностью релятивизована и релятивистский формализм воспроизводит широкий спектр физических явлений (см. ниже).

В соответствии с идеей Х.Юкавы атомное ядро следует рассматривать как совокупность нуклонов, находящихся под действием мезонных полей различной природы, т.е. мезонных полей с различными пространственно-временными трансформационными свойствами [1–4]. При этом в рассмотрение следует включать скалярные S , векторные V , псевдоскалярные P и т.д. мезонные поля — как изоскалярные, так и изовекторные (речь идет о свойствах полей относительно преобразований Лоренца). Уже по этой причине адекватная теория атомного ядра должна быть релятивистской*. Исходная теория ядра была нерелятивистской именно потому, что на этом этапе было неясно, с какими матрицами Дирака ассоциируются различные компоненты ядерного потенциала**, а именно

$$\alpha, \beta, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu], \gamma_5, \gamma_5\gamma^\mu, \dots \quad (1)$$

В уравнении (1) приведены примеры матриц Дирака. Это некоммутирующие матрицы размерности 4×4 , их число равно 16 [1–6] (см. приложение 1). Построение NN -потенциала на базе мезонного обмена имеет очень важное значение с теоретической точки зрения, поскольку такой подход устраняет феноменологию на уровне NN -взаимодействия, перенося ее в область элементарных частиц и их взаимодействий.

Рассмотрим некоторые свойства NN -потенциала, порожденного мезонным обменом (ОВЕР — потенциал однобозонного обмена). Дальнействующая часть этого потенциала формируется однопионным обменом. Этот потенциал включает тензорную силу и спин-спиновую компоненту; он также зависит от изоспина [1, 4, 5].

*Старая кинематическая оценка роли релятивизма в теории ядра является слишком наивной, так как не учитывает эффективный характер нуклонной массы в среде, которая естественно возникает в релятивистской теории.

**В электродинамике ситуация была определенной с самого начала, и потенциал электромагнитного поля, являющийся 4-вектором $A^\mu = (A_0, \mathbf{A})$, мог ассоциироваться только с матрицей γ_μ , так чтобы величина $\gamma_\mu A^\mu$ была релятивистским скаляром.

Притяжение между нуклонами на промежуточных расстояниях объясняется либо обменом коррелированными пионными парами с $I = 0, J = 0$ (J — спин, I — изоспин), либо обменом скалярно-изоскалярным мезоном σ .

В дальнейшем экспериментальная ситуация была благоприятной для развития идей Юкавы о природе и механизмах NN -взаимодействия. В ранние 1960-е гг. были экспериментально обнаружены векторные (ω и ρ) мезоны. Начиная с этого времени ОБЕР-схема была развита и до настоящего времени является наиболее экономичным количественным описанием NN -взаимодействия и ядерных систем [1–8].

1. Современные потенциалы однобозонного обмена содержат обычно три изоскалярных (с изоспином $I = 0$) мезона: скалярный σ ($J = 0, P = +1$), векторный ω ($J = 1, P = -1$) и псевдоскалярный η ($J = 0, P = -1$)

Таблица 1. Легкие мезоны, включаемые в схему ОБЕР

Мезон	Масса мезона, МэВ	J^G, J^P	Обозначение мезонного поля	Константа связи с нуклонами
π (псевдоскалярный-изовекторный)	139	$1^-, 0^-$	π	$g_\pi - ps^*$ $f_\pi - pv$
σ (скалярный-изоскалярный)	400–1200	$0^+, 0^+$	φ	g_σ^{**}
ω (векторный-изоскалярный)	782	$0^-, 1^-$	ω^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$)	g_ω^{***} f_ω
ρ (векторный-изовекторный)	770	$1^+, 1^-$	ρ^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$)	g_ρ^{***} f_ρ
a_0 (скалярный-изовекторный)	980	$1^-, 0^+$	\mathbf{a}^μ	g_{a_0}
η (псевдоскалярный-изоскалярный)	548	$0^+, 0^-$	ζ	g_ζ
a_1 (аксиальный-изовекторный)	1260	$1^-, 1^+$	\mathbf{a}^μ	g_a

* Взаимодействие пионного поля с нуклонным может быть представлено либо в псевдоскалярной форме (с константой связи g_π), либо в псевдовекторной форме (с константой связи f_π) (см. ниже).

** ОБЕР-модели содержат феноменологический элемент: проблемой этого подхода является скалярный-изоскалярный бозон (σ или ε) — важная компонента этих моделей. Эмпирическое подтверждение этого мезона с требуемыми параметрами в настоящее время является противоречивым.

*** Векторные поля ω^μ и ρ^μ взаимодействуют с нуклонным полем либо напрямую (с константами связи g_ω, g_ρ соответственно), либо через тензорную связь (с константами связи f_ω, f_ρ соответственно).

(см. табл. 1), где J^P обозначает спин и четность, а I^G соответствует изоспину и G -четности (см. также [4, 5] для дальнейших деталей). Отметим, что каждая парциальная ОВЕР-компонента (соответствующая конкретному мезону) включает статическую часть плюс релятивистские поправки порядка v^2/c^2 (пион не имеет статической части взаимодействия, и это означает, что покоящиеся нуклоны не взаимодействуют путем обмена пионами).

2. Выражения для случая $I = 1$ -мезонов (изовекторных мезонов) получаются из выражений для $I = 0$ -мезонов путем замены соответствующих бозонных полей ϕ на $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\phi}$, где $\boldsymbol{\tau}$ — изоспиновый оператор нуклона, а $\boldsymbol{\phi}$ — изовекторное поле (вектор в изоспиновом пространстве). Соответствующие ОВЕР получаются из ($I = 0$)-ОВЕР путем умножения его на $\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2$, где нижние индексы соответствуют двум взаимодействующим нуклонам. Обычно в ОВЕР-моделях NN -потенциала фигурируют три изовекторных мезона: псевдоскалярный-изовекторный ($\boldsymbol{\pi}$), векторный-изовекторный ($\boldsymbol{\rho}$) и скалярный-изовекторный $a_0(\delta)$ (см. табл. 1).

Легкие мезоны, включенные в схему ОВЕР, и их свойства приведены в табл. 1 (жирные буквы обозначают векторы в изотопическом пространстве); численные значения констант связи даются ниже. (Константы связи g и f , как правило, являются подгоночными параметрами. Именно по этой причине численные значения этих величин в настоящей таблице не приводятся.)

Можно использовать, например, следующую регуляризованную функцию Юкавы:

$$Y_c(r) = -\frac{g^2}{4\pi} \left(\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - m^2} \right)^2 \left[\frac{e^{-mr}}{r} - \frac{e^{-\Lambda r}}{r} \left(1 + \frac{\Lambda^2 - m^2}{2\Lambda} r \right) \right], \quad (2)$$

где g — константа связи; m — масса мезона, а Λ — параметр регуляризации. Функция типа Юкавы не может быть использована в качестве статической части ОВЕР, потому что она сингулярна при $r = 0$. Существуют различные феноменологические возможности регуляризовать юкавский потенциал, вводя обрезание потенциала на расстояниях $\sim 0,5$ фм.

В начале 1970-х гг. была установлена причина проявления раннего релятивизма в ядерной физике низких энергий [1–11]. В частности, в работе [11] была предложена общая форма уравнения Дирака (включающая только локальные потенциалы для применения в контексте ядерной структуры, совместимая с требованием инвариантности относительно вращений и отражений в 4-мерном пространстве):

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left\{ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta \left[M + S(r) - \tau_3 \frac{N - Z}{A} S^\tau(r) \right] + \left[V(r) - \tau_3 \frac{N - Z}{A} V^\tau(r) \right] + i \frac{f_\rho}{g_\rho} \frac{1}{2M} \tau_3 \frac{N - Z}{A} \beta \boldsymbol{\alpha} \nabla V^\tau(r) \right\} \Psi, \quad (3)$$

где α, β — матрицы Дирака [4, 5]; \mathbf{p} — импульс нуклона; M — масса нуклона; $\tau_3 = \pm 1$ (положительный знак соответствует протонам, а отрицательный — нейтронам; при этом $S(r)$, $V(r)$, $S^\tau(r)$ и $V^\tau(r)$ представляют скалярную, векторную, скалярную-изовекторную и векторную-изовекторную компоненты ядерного потенциала (мы используем систему единиц $\hbar = c = 1$). В простейшем случае релятивистского приближения Хартри (РПХ) эти потенциалы являются локальными и не зависящими от состояния. В указанной схеме псевдоскалярное поле π не находит отражения, так как в РПХ математическое ожидание (по основному состоянию) псевдоскалярного поля π равно $\langle \pi \rangle = 0$. В уравнении (3) $A = N + Z$, где N — число нейтронов, а Z — число протонов в ядре.

Следует отметить, что в уравнении (3) масса свободного нуклона M фигурирует с той же матрицей Дирака β (см. уравнение (1)), что и компонента потенциала $S(r)$ и $S^\tau(r)$. Таким образом, в релятивистском формализме эффективная масса нуклона имеет следующую изовекторную структуру (возможно и другое определение эффективной массы нуклона, см. ниже):

$$M_\tau^*(r) = M + S(r) - \tau_3 \frac{N - Z}{A} S^\tau(r), \quad (4)$$

где $\tau = p, n$, и изовекторная часть $M_\tau^*(r)$ в РПХ определяется скалярным-изовекторным мезоном $a_0(980)$. Для ядер $N = Z$ изовекторные компоненты $S^\tau(r)$ и $V^\tau(r)$ не дают вклада в соответствующие компоненты в уравнениях (1), (3) и (4).

Отметим, что все компоненты в уравнениях (3) и (4) соответствуют мезонам, известным из эксперимента и представленным в табл. 2. Допустима и более формальная точка зрения. При этом рассматривают поля с различными трансформационными свойствами (относительно преобразований Лоренца):

Таблица 2. Мезоны и поля, задействованные в уравнениях (3), (4), и их параметры: константы связи (их численные значения приведены ниже) и массы (в МэВ)

Константа связи	Поле	Мезон	Масса, МэВ
g_σ	$S(r)$ $0^+, 0^+$ — скалярный-изоскалярный потенциал (притягивающий)	σ	400–1200
g_{a_0}	$S^\tau(r)$ $1^-, 0^+$ — скалярный-изовекторный потенциал (вносит вклад в изовекторную структуру ядерного потенциала)	a_0	980
g_ω	$V(r)$ $0^+, 1^-$ — изовекторный-изоскалярный потенциал (отталкивающий)	ω	782
g_ρ	$V^\tau(r)$ $1^-, 1^-$ — векторный-изовекторный потенциал (вносит вклад в изовекторную структуру ядерного потенциала)	ρ	770

скалярные, векторные, тензорные, аксиально-векторные и т. д., не беспокоясь о более глубокой природе этих полей (оставляя решение этой проблемы на будущее) (в приближении Хартри это только короткодействующие мезоны). Векторный-изовекторный ρ -мезон дает два вклада в уравнение (3) с потенциалом $V_\tau(r)$ и $\nabla V^\tau(r)$, при этом g_ρ представляет константу прямой связи ρ -мезона с нуклонами (связи Дирака), а f_ρ — константу тензорной связи (связи Паули).

Отметим, что в уравнениях (3), (4) задействованы только незаряженные компоненты изовекторных мезонных полей $S^\tau(r)$ и $V^\tau(r)$ (заряженные компоненты этих полей равны нулю); кулоновский потенциал ядра создается только протонами; этот потенциал автоматически включается в $V(r)$. Можно определить эффективную массу нуклона $\mathcal{M}(r)$, используя соотношение между большой φ и малой χ компонентами однонуклонной волновой функции Ψ . Это дает

$$2\mathcal{M}(r) = 2M + S - \tau_3 \frac{N - Z}{A} S^\tau(r) - V + \tau_3 \frac{N - Z}{A} V^\tau(r) - \frac{1 + \tau_3}{2} C + \varepsilon, \quad (5)$$

где C — кулоновский потенциал, а ε определяется уравнением

$$H_D \Psi = \varepsilon_\lambda \Psi_\lambda, \quad \Psi_\lambda = \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \chi_\lambda \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где H_D задается с помощью уравнения (3). Понятие $\mathcal{M}(r)$ подробно обсуждается в разд. 3.

Оценить порядок величины $M^*(r)$ можно следующим образом:

- записать уравнение (3) для $N = Z$, при этом получается уравнение, содержащее только S и V ;

- принять во внимание, что комбинация $S + V$ определяет глубину ядерного потенциала, а $S - V$ определяет величину спин-орбитального потенциала; и та и другая величины известны из эксперимента;

- на этой основе может быть выполнен расчет величин полей $S \sim -420$ МэВ, а $V \sim +330$ МэВ эффективной массы $\mathcal{M} \approx 0,6M$. Такой расчет в детальной форме выполнен ниже. Здесь отметим только, что большие величины полей S и V по сравнению с M заставляют использовать релятивистскую формулировку теории атомного ядра. Первым и наиболее важным результатом такой трактовки было получение правильной величины и знака одночастичного спин-орбитального потенциала в ядре [9–11] — проблемы, остававшейся нерешенной долгие годы, начиная с создания модели оболочек и до 1973 г.

2. ЛИНЕЙНАЯ ВЕРСИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ АТОМНОГО ЯДРА

Введем следующие обозначения:

$$g_\sigma \varphi(r) = S(r), \quad g_{a_0} a_{0\tau}(r) = S^\tau(r), \quad g_\omega \omega_0(r) = V(r), \quad g_\rho \rho_\tau(r) = V^\tau(r),$$

$$[\tau = -1, 0, +1], \tag{7}$$

$$\omega^\mu = (\omega^i, \omega^0), \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \quad \langle \omega^i \rangle = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{пространственные компоненты}),$$

$$\rho^\mu = (\rho^i, \rho^0) \langle \rho^i \rangle = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{пространственные компоненты}),$$

где жирный шрифт обозначает вектор в изопространстве, например, поле ρ^μ представляет 4-вектор в пространстве-времени и изовектор, т.е. вектор в изопространстве, при этом только нейтральная (незаряженная) компонента выживает (заряженные компоненты отсутствуют).

Лагранжиан системы для линейной версии релятивистской теории содержит две компоненты: \mathcal{L}_0 — лагранжиан свободных полей (нуклонного ψ , различных мезонных полей и электромагнитного поля A_μ) и \mathcal{L}_{int} — лагранжиан взаимодействия нуклонов с мезонами [4] и фотоном:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\psi, S, \omega_\mu(V), \rho_\mu, A_\mu) + \mathcal{L}_{\text{int}} \quad (\text{линейный по бозонным полям}). \tag{8}$$

Лагранжиан взаимодействия нуклонов и мезонных полей для линейной версии релятивистской теории имеет вид [4, 5] (жирно обозначены изовекторы, τ — изоспин)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & g_\sigma \underbrace{\bar{\psi}\psi}_{\text{scalar density}} \varphi + g_{a_0} \underbrace{\bar{\psi}\boldsymbol{\tau}\psi}_{\text{scalar-isovector density}} \mathbf{a}_0 + g_\omega \underbrace{\bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}^\mu\psi}_{\text{vector density}} + g_\rho \underbrace{\bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}^\mu\boldsymbol{\tau}\psi}_{\text{vector-isovector density}} \boldsymbol{\rho}_\mu + \\ & + \frac{f_\rho}{2M} \underbrace{\bar{\psi}\boldsymbol{\sigma}^{\mu\nu}\boldsymbol{\tau}\psi}_{\text{tensor-isovector density}} \partial_\mu \boldsymbol{\rho}_\nu + \frac{f_\pi}{m_\pi} \underbrace{\bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\gamma}^\mu\boldsymbol{\tau}\psi}_{\text{pseudovector-isovector density}} \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \quad \text{или} \quad i \underbrace{g_\pi \bar{\psi}\boldsymbol{\gamma}_5\boldsymbol{\tau}\psi}_{\text{pseudoscalar-isovector density}} \boldsymbol{\pi}. \end{aligned} \tag{9}$$

В связи с записью \mathcal{L}_{int} в форме (9) отметим два обстоятельства:

1) взаимодействие векторного-изовекторного ρ -мезона с нуклонами содержит две константы g_ρ и f_ρ (связь Дирака и связь Паули);

2) взаимодействие псевдоскалярного-изовекторного пиона с нуклонами может быть записано либо в псевдовекторном виде (константа связи f_π), либо в псевдоскалярной форме (константа связи g_π) (также может быть использована суперпозиция этих двух типов взаимодействия).

В уравнении (9) g_i ($i = \sigma, a_0, \omega, \rho$) определяют константы связи соответствующих мезонов с нуклонами. Взаимодействие протонов с электромагнитным полем A_μ имеет стандартный вид, и по этой причине в уравнении (9) оно не представлено.

Лагранжиан (9) использовался для описания фазовых сдвигов NN -рассеяния в широком диапазоне значений энергии, свойств дейтрона, а также для описания свойств ядерной материи и атомных ядер в рамках релятивистских методов Хартри и Хартри–Фока.

При описании NN -рассеяния использовались потенциалы ОБЕР (однобозонного обмена) в

- конфигурационном (координатном) представлении [1, 2, 4, 5],
- импульсном представлении [8, 1, 2, 4, 5].

Рассмотрение основывалось на лагранжиане типа (8), (9), при этом учитывался вклад ($\sigma, \omega, \rho, \pi$)-мезонов.

При получении ОБЕР в конфигурационном пространстве можно использовать, например, традиционный метод функционалов Фока [1]. Эта стандартная процедура приводит к NN -потенциалу, имеющему для всех мезонов следующую структуру:

$$V_{\text{tot}} = V_c(r) + V_\sigma(r)\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + V_{\text{LS}}(r)\boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{S} + V_T(r)S_{12} + V_\Delta(r) \cdot \nabla^2 + V_\nabla(r)(\mathbf{r}\nabla), \quad (10)$$

которая содержит статическую часть $V_c(r)$ (см. (2), а также приложение 2), а последние пять слагаемых в (10) являются релятивистскими поправками порядка v^2/c^2 относительно $V_c(r)$ (см. приложение 2). В уравнении (10) параметризуется только $V_c(r)$, все релятивистские поправки в этом уравнении являются однозначно определенными структурой тех релятивистских уравнений, на основании которых эти поправки получаются. Дополнительных подгоночных параметров релятивистские поправки не содержат. Параметризуется только $V_c(r)$, при этом подгоночными параметрами выступают константы связи (g^2, f) некоторых мезонов с нуклонами, массы (m) некоторых мезонов, регуляризационные параметры (Λ). Именно по этой причине число подгоночных параметров, используемых в схеме ОБЕР, невелико (5–10). Отметим, что двухчастичные спин-орбитальные (LS) и тензорные силы являются релятивистскими поправками (наряду с $V_\Delta, V_\nabla, V_\sigma$) порядка v^2/c^2 (где v — скорость движения нуклонов в ядре, а c — скорость света) в схеме ОБЕР, а также компонентами теории, не содержащими дополнительных подгоночных параметров.

Отметим вклад различных мезонов в отдельные компоненты нуклон-нуклонного потенциала ОБЕР (10) (см. приложение 3). Отметим, что скалярный-изоскалярный σ -мезон 1) обеспечивает (сильное) притяжение в V_c^σ ; в то время как векторный-изоскалярный мезон ω ответствен за сильное отталкивание в NN -системе V_c^ω (несколько более слабое, чем притяжение V_c^σ),

2) наоборот, вклады σ - и ω -мезонов в двухчастичный спин-орбитальный потенциал имеют одинаковые знаки (это автоматически обеспечивается структурой двухчастичных релятивистских уравнений, в рамках которых получаются и статические части $V_c(r)$, и релятивистские поправки (10)). Что касается изовекторных мезонов (ρ и a_0), то их роль существенно меньше, чем роль изоскалярных мезонов (σ и ω) — она сводится к определению изовекторной структуры оболочечного потенциала. Указанные пункты 1) и 2) играют определяющую роль в формировании всей структуры релятивистской теории атомного ядра (см. приложение 3):

$$\begin{array}{c} \text{Скалярные мезоны } (\sigma) \\ \hline V_c \quad V_{LS} \quad V_{\Delta} \quad V_{\nabla} \\ V_{\sigma} = 0 \quad V_T = 0 \end{array}, \quad \begin{array}{c} \text{Векторные мезоны } (\omega, \rho) \\ \hline V_c \quad V_{LS} \quad V_{\Delta} \quad V_{\nabla} \\ V_{\sigma} \quad V_T \end{array}, \quad (11)$$

$$\begin{array}{c} \text{Псевдоскалярные мезоны } (\pi) \\ \hline V_c = 0 \quad V_{LS} = 0 \quad V_{\Delta} = 0 \quad V_{\nabla} = 0. \\ V_{\sigma} \quad V_T \end{array}.$$

В двухчастичные спин-орбитальные силы в схеме ОБЕР дают вклад σ -, ω - и ρ -мезоны, а тензорные силы определяются вкладом ω -, ρ - и π -мезонов (основной вклад в тензорные силы (V_T) в схеме ОБЕР идет от пионов из-за их большой константы связи и малой по сравнению с m_{ω} и m_{ρ} массой); это обстоятельство иллюстрируется следующей схемой:

$$V_{LS} \begin{Bmatrix} \sigma \\ \omega \\ \rho \end{Bmatrix}, \quad V_T \begin{Bmatrix} \omega \\ \rho \\ \pi \end{Bmatrix}. \quad (12)$$

2.1. Спин-орбитальный потенциал ядра. В качестве первого шага рассмотрим релятивистскую модель, включающую однонуклонные скалярное и векторное поля (как изоскалярные, так и изовекторные); эти поля могут быть получены с использованием пустотных ОБЕР [12]. Мы начинаем с этой модели ввиду ее простоты (PVS-модели*, включающие псевдоскалярные мезоны, в дальнейшем будут рассмотрены нами также в полной мере). Для этого случая одночастичный потенциал среднего поля ядра может быть вычислен следующим образом:

$$U_{av}^H = [S(r) + V(r)] - \tau_3 \frac{N - Z}{A} [S^{\tau}(r) + V^{\tau}(r)], \quad (13)$$

*PVS — P (псевдоскалярный), V (векторный) и S (скалярный). Отметим, что пионы в рамках приближения Хартри вообще не дают вклада в формирование основного состояния ядра.

где потенциалы $S(r)$, $V(r)$, $S^\tau(r)$ и $V^\tau(r)$ могут быть вычислены, например, по теории возмущений на основе *статических* компонент соответствующего ОБЕР. При этом одночастичный спин-орбитальный потенциал ядра получается, если сделать в уравнении (3) преобразование Фолди:

$$U_{S0}^H = \frac{1}{4M^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ [V(r) - S(r)] + \tau_3 \frac{N - Z}{A} \times \right. \\ \left. \times \left[S^\tau(r) - \left(1 + 2 \frac{f\rho}{g\rho} \right) V^\tau(r) \right] \right\} \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (14)$$

Сравнивая (13) и (14), подчеркнем, что скалярное $S(r)$ и векторное $V(r)$ поля (как изоскалярные, так и изовекторные) входят в уравнение (13) (для потенциала среднего поля) с одинаковыми знаками, а в уравнение (14) (для спин-орбитального потенциала) с противоположными знаками*. Уравнения (13) и (14) определяют однозначно и величину, и знак спин-орбитального потенциала (в ядерных одночастичных спектрах уровень с $j = \ell - 1/2$ всегда должен быть выше уровня с $j = \ell + 1/2$. Воспроизведение *без подгоночных параметров* величины и знака спин-орбитального потенциала есть одно из важнейших достижений релятивистской теории атомного ядра [9, 10].

Отметим, что оператор (14) также может быть получен (его правильная величина и знак), если стартовать с двухчастичных спин-орбитальных сил (ОБЕР) и далее перейти к одночастичному спин-орбитальному потенциалу с помощью стандартной процедуры [15].

Одночастичный спин-орбитальный оператор, рассчитываемый в рамках рассматриваемой схемы, может быть записан в виде [9]

$$U_{S0}^H = C^H \frac{1}{r} \frac{d\rho}{dr} \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (15)$$

где C^H — константа, вычисляемая в рамках этой процедуры из потенциалов однобозонного обмена ОБЕР в приближении Хартри; ρ — ядерная плотность; $\boldsymbol{\ell}$ — оператор момента количества движения, а $\boldsymbol{\sigma}$ — оператор спина; эта константа зависит только от параметров ОБЕР (g^2, f, Λ), используемого для расчета [9, 10].

Введем следующее обозначение: ΔE_{LS}^H — итоговое спин-орбитальное расщепление одночастичного состояния, вызываемое оператором (15), где индекс LS подчеркивает то обстоятельство, что для получения U_{S0}^H используются *только* двухчастичные спин-орбитальные силы. Величина $\Delta E_{LS}(H)$

*Некоторые свойства уравнения Дирака с двумя потенциалами (скалярным $S(r)$ и векторным $V(r)$) были рассмотрены в работах [13, 14]. Можно сказать, что эта работа опередила свое время — она была сделана в те годы, когда никаких мезонов, кроме пионов, известно не было.

может быть представлена в виде суммы парциальных компонент $\Delta E_{LS}^{(i)}(H)$, где « i » определяет тип мезона, порождающего рассматриваемый парциальный вклад: $i = \sigma, \omega, \rho, a_0$ ($S, V, S\tau, V\tau$), а величина (H) соответствует приближению Хартри:

$$\Delta E_{LS}(H) = \Delta E_{LS}^{(S)}(H) + \Delta E_{LS}^{(V)}(H) + \Delta E_{LS}^{(S\tau)}(H) + \Delta E_{LS}^{(V\tau)}(H). \quad (16)$$

В работе [10] было учтено влияние фоковских (обменных) матричных элементов на спин-орбитальные расщепления. В настоящем разделе рассматриваются результаты этих расчетов без проведения самосогласования (полная самосогласованная задача обсуждается в последующих разделах). В работе [10] были установлены важные соотношения, справедливые для дваждымагических (и дваждымагических \pm один нуклон) ядер (в приближении короткодействия двухчастичных спин-орбитальных сил):

$$\Delta E^S(\text{HF}) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{N}{A} \right) \Delta E^S(H) \quad \text{для нейтронного состояния}, \quad (17)$$

$$\Delta E^S(\text{HF}) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{Z}{A} \right) \Delta E^S(H) \quad \text{для протонного состояния}; \quad (18)$$

$$\Delta E^V(\text{HF}) = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{N}{A} \right) \Delta E^V(H) \quad \text{для нейтронного состояния}, \quad (19)$$

$$\Delta E^V(\text{HF}) = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{Z}{A} \right) \Delta E^V(H) \quad \text{для протонного состояния}; \quad (20)$$

$$\Delta E^{S\tau}(\text{HF}) = \frac{3}{2} \frac{N}{N-Z} \Delta E^{S\tau}(H) \quad \text{для нейтронного состояния}, \quad (21)$$

$$N \neq Z,$$

$$\Delta E^{S\tau}(\text{HF}) = -\frac{3}{2} \frac{Z}{N-Z} \Delta E^{S\tau}(H) \quad \text{для протонного состояния}; \quad (22)$$

$$\Delta E^{S\tau}(\text{HF}) = \frac{3}{2} \Delta E_n^{S\tau}(H) \quad \text{для нейтронного состояния}, \quad (23)$$

$$N = Z,$$

$$\Delta E^{S\tau}(\text{HF}) = \frac{3}{2} \Delta E_p^{S\tau}(H) \quad \text{для протонного состояния}. \quad (24)$$

В настоящем разделе, когда вычисляются спин-орбитальные расщепления, мы принимаем во внимание только обменные (фоковские) члены, однако при этом самосогласованная процедура не проводится. Тем не менее

результаты, обсуждаемые при этом, мы называем хартри-фоковскими:

$$\Delta E^{V\tau}(\text{HF}) = \frac{1}{2} \frac{(5 + 8f/g)N + (4 + 4f/g)Z}{(1 + 2f/g)(N - Z)} \Delta E^{V\tau}(H)$$

для нейтронного состояния, (25)

$$N \neq Z,$$

$$\Delta E^{V\tau}(\text{HF}) = \frac{1}{2} (5 + 8f/g)Z + (4 + 4f/g)N(1 + 2f/g)(Z - N) \Delta E^{V\tau}(H)$$

для протонного состояния; (26)

$$\Delta E^{V\tau}(\text{HF}) = \frac{(9 + 12f/g)}{(2 + 4f/g)} \Delta E_n^{V\tau}(H) \quad \text{для нейтронного состояния,} \quad (27)$$

$$N = Z,$$

$$\Delta E^{V\tau}(\text{HF}) = \frac{(9 + 12f/g)}{(2 + 4f/g)} \Delta E_p^{V\tau}(H) \quad \text{для протонного состояния,} \quad (28)$$

$\Delta E_{n(p)}$ — спин-орбитальное расщепление, произведенное только всеми нейтронными (протонными) состояниями; f/g — отношение константы тензорной и векторной связи для векторного-изовекторного мезона (с нуклоном);

Таблица 3. Спин-орбитальные расщепления, полученные в рамках приближения Хартри–Фока (ХФ) для различных ОБЕР

Ядро и состояние	а) [16]	б) [16, 17] (модель II)	в) [16, 17] (модель III)	г) [16, 17]	Эксп.
$\Delta E_{1f}^{\text{so}}(^{41}\text{Ca})$	13,8 (9,32)	7,65 (4,25)	9,45 (5,56)	10,1 (5,98)	6,50
$\Delta E_{2p}^{\text{so}}(^{41}\text{Ca})$	3,30 (2,22)	1,82 (1,01)	2,25 (1,32)	2,37 (4,14)	2,00
$\Delta E_{2g}^{\text{so}}(^{209}\text{Pb})$	3,53 (2,22)	2,62 (1,16)	2,88 (1,43)	2,94 (1,52)	2,47
$\Delta E_{1i}^{(\text{so})}(^{209}\text{Pb})$	11,2 (7,08)	8,33 (3,70)	9,22 (4,59)	9,37 (4,82)	4,57
$\Delta E_{3d}^{(\text{so})}(^{209}\text{Pb})$	2,03 (1,28)	1,49 (0,667)	1,66 (0,830)	1,69 (0,874)	0,98

Примечание. Спин-орбитальные расщепления в приближении Хартри для тех же ОБЕР даются в скобках [10]. Все величины приведены в МэВ; а)–г)-результаты соответствуют различным моделям ОБЕР. Подчеркнем, что Х- и ХФ-результаты в каждой колонке настоящей таблицы сравниваются для одного и того же набора параметров ОБЕР (используемых в соответствующей колонке).

для расчетов, приведенных в табл. 3, $f/g = 3,7$ (как это сделано в соответствующих ОВЕР-моделях).

2.2. Тензорные силы как релятивистская поправка. Спиново-ненасыщенные ядра. Спиново-насыщенные ядра — это такие ядра, для которых все спин-орбитальные дублеты либо полностью заполнены, либо пусты. В спиново-ненасыщенных ядрах среди спин-орбитальных дублетов имеются также частично заполненные спин-орбитальные дублеты. Для спиново-ненасыщенных ядер ситуация в методе Хартри–Фока может существенно отличаться от результатов, полученных в методе Хартри [1, 18].

Для спиново-ненасыщенных ядер (СННЯ) помимо факторов, отмеченных выше (эффективная масса нуклона, включение обменных (фоковских) матричных элементов, конструктивная интерференция вкладов скалярных и векторных мезонов при вычислении спин-орбитальных расщеплений), в методе Хартри–Фока возникают дополнительные факторы, существенно влияющие на спин-орбитальные расщепления. Дело в том, что для спиново-ненасыщенных ядер двухчастичные силы *любой природы* (кроме $C\delta(\mathbf{r})$, где C — произвольная постоянная), в частности тензорные силы (см. приложение 3), также дают вклад в спин-орбитальные расщепления, а соответствующий одночастичный спин-орбитальный оператор (генерируемый вкладом спиново-ненасыщенных оболочек) определяется спин-орбитальной плотностью $J(r)$, входящей в оператор*, который имеет следующий вид (этот результат получается в приближении короткодействия тензорной силы):

$$\Delta U_{\text{so}}^{T,n} = \frac{1}{r}(\alpha J_n + \beta J_p)\ell \cdot \sigma, \quad (29)$$

$$\Delta U_{\text{so}}^{T,p} = \frac{1}{r}(\alpha J_p + \beta J_n)\ell \cdot \sigma, \quad (30)$$

где индексы n, p соответствуют нейтронам и протонам. В то же время спин-орбитальные плотности определяются как

$$J(r) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_{\alpha} (2j_{\alpha} + 1) \left[j_{\alpha}(j_{\alpha} + 1) - \ell_{\alpha}(\ell_{\alpha} + 1) - \frac{3}{4} \right] R_{\alpha}^2(r), \quad (31)$$

где суммирование ведется по занятым протонным состояниям и (или) занятым нейтронным состояниям; отметим, что для спиново-насыщенных ядер $J(r) = 0$ (в предположении, что в ядре имеет место спиновая симметрия, т. е. считая, что волновые функции R_{α} для двух состояний спин-орбитального дублета одинаковы, см. ниже), α и β в уравнениях (29) и (30) есть константы, которые вычисляются через параметры (например, тензорных сил ОВЕР).

*Мы представляем здесь гросс-структуру оператора (детали можно найти в [1, 4, 5, 18]).

В случае ХФ-метода для спиново-насыщенных ядер $J(r)$ равняется нулю (с точностью до равенства радиальных волновых функций спин-орбитального дублета $R_{j=\ell-1/2} \approx R_{j=\ell+1/2}$ (спиновая симметрия); известно, что эта симметрия хорошо работает для конечных ядер). В работах [1, 18] в рамках метода Хартри–Фока* рассчитываются вклады в спин-орбитальные расщепления (одночастичных состояний) двухчастичных сил (связанных с ОВЕР) любой природы наряду с вкладом двухчастичных спин-орбитальных сил. Вклады *всех*, кроме LS, компонент ОВЕР (например, центральных сил) в одночастичный спин-орбитальный потенциал определяются оператором, имеющим вид (29) и (30). Эти вклады, в частности, зависят от числа спиновонасыщенных оболочек в рассматриваемом ядре; результаты соответствующих расчетов представлены в табл. 4 для сферических ядер и в табл. 5 для деформированных.

Таблица 4. Вклад различных ОВЕР-компонент в спин-орбитальные расщепления для ядра ^{208}Pb (модель II [1, 18] и модель III [1, 18])

Сила	Расщепление, МэВ					
	$\Delta E(1i)$		$\Delta E(2g)$		$\Delta E(3d)$	
	Модель II	Модель III	Модель II	Модель III	Модель II	Модель III
Конечный радиус статической части ОВЕР	-3,02	-2,54	-1,23	-1,02	-0,548	-0,456
$-\frac{1}{2M^2}(p^2 Y_c + Y_c p^2)$	-0,546	-0,571	-0,226	-0,232	-0,100	-0,103
$-\frac{1}{4M^2}(\nabla^2 Y_c)$	1,18	1,17	0,501	0,493	0,22	0,217
$-\frac{1}{12M^2}(\nabla^2 Y_c)\sigma_1 \cdot \sigma_2$	1,42	1,45	0,568	0,576	0,253	0,258
Тензорная сила	-3,55	-3,62	-1,42	-1,44	-0,633	-0,646
Спин-орбитальная сила	8,33	9,22	2,62	2,88	1,49	1,66
Полное расщепление	3,81	5,11	0,813	1,26	0,682	0,93
Эксперимент	4,57		2,47		0,98	

В общем случае одночастичный спин-орбитальный оператор имеет следующую структуру для сферических ядер:

$$U^{\text{LS}} \sim \left(\frac{1}{r} \frac{d\rho}{dr} + \frac{1}{r} J(r) \right) \ell \cdot \sigma, \quad (32)$$

*В этом разделе мы рассматриваем только роль обменных (фоковских) матричных элементов, а самосогласованная процедура не проводится. Тем не менее здесь мы ссылаемся на эти расчеты как на хартри-фоковские.

Таблица 5. Спин-орбитальные расщепления нейтронного уровня $|Nn\Lambda\sigma\rangle = |202\pm\rangle$ в ядрах ^{25}Mg и ^{27}Si ; соответствующие величины приведены в МэВ (используются модели Уеда и Грина [16]: модель II [1, 18] и модель III [1, 18])

NN -сила	^{25}Mg		^{27}Si	
	Модель II	Модель III	Модель II	Модель III
Спин-орбитальная сила	11,4	12,3	10,9	11,8
Тензорная сила	-7,6	-7,7	-2,4	-2,4
$\mathbf{r} \cdot \nabla$	10,7	11,1	3,8	4,0
Итоговое спин-орбитальное расщепление	14,5	15,7	12,3	13,4

где $\rho(r)$ есть ядерная плотность, а $J(r)$ — спин-орбитальная плотность, определяемая уравнением (31). Следует подчеркнуть, что в приближении среднего поля (Хартри) $J(r)$ -компонента не появляется, по крайней мере в v^2/c^2 -пределе. Отметим, что роль фоковских (обменных) матричных элементов в расчетах спин-орбитальных расщеплений очень существенна (и различна для спиново-насыщенных и спиново-ненасыщенных ядер).

Рассматривая матричные элементы различных компонент ОВЕР, мы использовали в работах [1, 18] следующее приближение короткодействия: матричные элементы различных ОВЕР-компонент раскладывались в ряд Тэйлора, при этом сохранялись только члены, квадратичные по относительным импульсам \mathbf{k} и \mathbf{k}' двух взаимодействующих нуклонов. Такая процедура позволяла нам использовать технику потенциалов радиуса для расчета матричных элементов различных ОВЕР-компонент. Аналогичные расчеты были выполнены нами [18] также и для деформированных ядер. В этом случае удобнее использовать разложение ОВЕР по степеням относительного импульса, несколько отличное от того, которое применялось для сферических ядер. Мы рассматривали аксиально-симметричные ядра и четно-четную сердцевину, инвариантную относительно операции обращения времени. Позже использовалось асимптотическое представление Нильссона (полиномы Эрмита и Лагерра). Спин-орбитальное расщепление состояния нечетного нуклона с квантовыми числами (подробное обсуждение этих квантовых чисел дано в [18] для аксиально-симметричного ядра; отметим, что квантовое число n связано с полиномом Эрмита H_n , а квантовые числа \tilde{n} и Λ — с полиномом Лагерра $\mathcal{L}_{\tilde{n}}^{|\Lambda|}$, см. ссылки в [18])

$$n, \tilde{n}, \Lambda, \tau(|n\tilde{n}\Lambda\tau\rangle \equiv |Nn\Lambda\tau\rangle, \quad \text{где } N = n + 2\tilde{n} + |\Lambda|,$$

в силу использования приближения нулевого радиуса ОВЕР-оператора, индивидуальные компоненты которого обозначаются как

$$V^i(\mathbf{r}, \mathbf{p}; \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2; \boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{\tau}_2) \quad (ci = \mathbf{LS}; T, \nabla),$$

может быть представлено в форме

$$\Delta E_{\text{so}}^i(n\tilde{n}\Lambda\tau) = E^i(n\tilde{n}\Lambda\tau\sigma = -1) - E^i(n\tilde{n}\Lambda\tau\sigma = +1), \quad (33)$$

где E_i есть вклад потенциала V^i в одночастичную энергию нуклона; расчеты выполнены аналитически с волновыми функциями правильной симметрии.

Роль тензорных сил эффектно продемонстрирована в табл. 4 и 5. В частности, в табл. 5 приведено спин-орбитальное расщепление нейтронного уровня $|Nn\Lambda\sigma\rangle = |202\pm\rangle$ в ядрах ^{25}Mg и ^{27}Si (в сферическом базисе спин-орбитальное расщепление этого уровня можно сравнить с расщеплением $1d_{1/2} - 1d_{3/2}$ нейтронного состояния в потенциале Вудса–Саксона с $A \sim 27$. Как видно из табл. 5, вклады тензорных сил значительно больше для ^{25}Mg (чем для ^{27}Si), так как это ядро является спиново-ненасыщенным как по нейтронам, так и по протонам, в то время как ^{27}Si является спиново-ненасыщенным только по нейтронам. Вклад тензорной силы в спин-орбитальное расщепление идет через фоковские матричные элементы и спиново-ненасыщенные оболочки, причем существенно зависит от числа последних. Двухчастичные спин-орбитальные силы представляют собой специализированную компоненту ОБЕР (и любых нуклон-нуклонных потенциалов): в случае спиново-насыщенных (SS) ядер итоговое спин-орбитальное расщепление полностью определяется двухчастичной спин-орбитальной силой (это утверждение строго выполняется в спиновой симметрии, в рамках которой радиальные волновые функции двух состояний любого спин-орбитального дублета одинаковы, что справедливо с очень высокой степенью точности для реальных ядер).

Отметим, что имеет место следующая зависимость от A двух операторов (см. (31)) спин-орбитальной связи (в сферическом базисе):

$$\text{Спин-орбитальное расщепление} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \frac{dp}{dr} \ell \cdot \sigma \sim A^{-2/3}, \\ \frac{1}{r} J(r) \ell \cdot \sigma \sim \text{зависит от числа спиновоненасыщенных} \\ \text{оболочек ядра.} \end{array} \right. \quad (34)$$

Выше результаты были получены с использованием теории возмущений (но не самосогласованной теории). Мы обсудили ряд важных вопросов, относящихся к механизму скалярно-векторного усиления оператора спин-орбитальной связи $\sim (V' - S')$, роли обменных (фоковских) матричных элементов в вычислении спин-орбитальных расщеплений для сферических и деформированных ядер, проблемы изовекторной структуры (компонент) ядерного потенциала, роли тензорных сил в структуре атомных ядер, при этом рассматривались важные вопросы, не имевшие ответа в теории ядра до появления указанных работ.

Отметим, что параметры мезонов в ядерных задачах (g, f, m) (а их было очень немного) заимствовались из задач, не связанных со структурой ядра (параметры π -мезона, например), либо из нуклон-нуклонного рассеяния (для ω - и ρ -мезонов масса известна из эксперимента, а g заимствовалась из подгонки NN -рассеяния; для σ -мезона масса и константа связи — из NN -рассеяния (см. табл. 1).

Из-за недостатка места мы отметим еще ряд работ по указанным вопросам в лапидарной форме. В частности, в работах [19, 20] рассматривалась задача о взаимодействии антипротонов с ядрами. В этой задаче скалярный потенциал $S_{\bar{p}} \approx -420$ МэВ сохраняет знак и величину — такие же, как и в нуклон-ядерной задаче, а векторный потенциал меняет знак $V_{\bar{p}} = -330$ МэВ, поэтому глубина потенциала взаимодействия антипротона \bar{p} с ядром становится равной $S_{\bar{p}} + V_{\bar{p}} \sim -800$ МэВ. В работе [20] рассматривалась проблема потенциальных резонансов в антипротон-ядерном рассеянии. Отметим также работу [21], посвященную эффектам кулон-ядерной интерференции при нуклон-ядерном рассеянии.

3. МОДЕЛЬ ВАЛЕЧКИ. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ МЕХАНИЗМ НАСЫЩЕНИЯ. ПАРАМЕТРЫ МЕТОДА СКИРМА–ХАТТРИ–ФОКА

Насыщение [22, 23] есть важная особенность современных релятивистских подходов, связанная с учетом малой компоненты волновой функции нуклона (приводящим к редукции математического ожидания одночастичного оператора кинетической энергии).

В 1974 г. Валечка [24, 25] предложил элегантный путь построения теории, основывающейся на лагранжиане \mathcal{L}_W , включающем нуклоны и два мезонных поля — скалярное φ и векторное ω^μ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - M - g_\sigma\varphi - g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - \\ & - \frac{1}{2}m_\sigma^2\varphi^2 - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu, \end{aligned} \quad (35)$$

где для $\omega_{\mu\nu}$ имеем

$$\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu. \quad (36)$$

Если сравнить уравнения (35), (36) и (8), (9), то становится ясным, что лагранжиан (35) является частным случаем уравнения (8); уравнение (35) содержит только два мезонных поля: скалярное (притягивающее) и векторное

(отталкивающее). Уравнения движения для лагранжиана (35) имеют вид

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu - M - g_\sigma\varphi - g_\omega\gamma_\mu\omega^\mu)\psi = 0, \quad (37)$$

$$(\square + m_\sigma^2)\varphi = -g_\sigma\bar{\psi}\psi, \quad (38)$$

$$(\square + m_\omega^2)\omega^\mu = g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (39)$$

В статическом случае члены с производной по времени пропадают; при инвариантности относительно обращения времени пространственные компоненты ω -мезонного поля равны нулю: $\omega = 0$. В этом случае получаем

$$(\Delta - m_\sigma^2)\varphi = g_\sigma\bar{\psi}\psi, \quad (40)$$

$$(\Delta - m_\omega^2)\omega^0 = -g_\omega\bar{\psi}\gamma^0\psi, \quad (41)$$

где $\bar{\psi}\psi \equiv \rho_S$ есть скалярная плотность, а $\bar{\psi}\gamma^0\psi \equiv \rho_V$ — векторная плотность (временная компонента барионного тока). В уравнениях (40) и (41) обе плотности записаны в символической форме. В расшифрованном виде получаем

$$\rho_S = \sum_\alpha \bar{\psi}_\alpha\psi_\alpha, \quad (42)$$

$$\rho_V = \sum_\alpha \bar{\psi}_\alpha\gamma^0\psi_\alpha, \quad (43)$$

где суммирование выполняется по занятым состояниям, а волновые функции этих состояний получаются при решении уравнения Дирака (37). Отметим, что при инвариантности относительно обращения времени пространственные компоненты 4-компонентного поля ω^μ исчезают и остается только временная компонента ω^0 .

Дираковский биспинор ψ_α представляется в виде

$$\psi_\alpha = \begin{pmatrix} \phi_\alpha \\ \chi_\alpha \end{pmatrix}, \quad (44)$$

где ϕ_α — большая компонента биспинора, а χ_α — его малая компонента, α включает полный набор квантовых чисел рассматриваемого состояния, при этом ρ_S и ρ_V могут быть представлены в виде

$$\rho_S = \sum_\alpha (|\phi_\alpha|^2 - |\chi_\alpha|^2), \quad (45)$$

$$\rho_V = \sum_\alpha (|\phi_\alpha|^2 + |\chi_\alpha|^2). \quad (46)$$

Векторная плотность ρ_V соответствует стандартной барионной плотности, она нормирована на полное число частиц и определяется как сумма квадрата модулей большой (ϕ_α) и малой (χ_α) компонент релятивистской волновой функции нуклона. Скалярная плотность ρ_S включает разность тех же самых величин; она может уменьшаться, когда малая компонента становится важной, в частности, в случае возможного коллапса.

Как можно видеть из (40), скалярная плотность ρ_S в источнике притягивающего потенциала S является отправной точкой возможного коллапса. Это значит, что имеется релятивистский механизм, который стабилизирует систему.

Мы не будем далее в настоящем разделе делать предположений о природе скалярного ($S(r)$) и векторного ($V(r)$) полей в ядре.

Уравнение Дирака (37) для стационарных состояний ($E = M + \varepsilon$) можно представить в виде двух связанных уравнений для большой (ϕ) и малой (χ) компонент релятивистской волновой функции нуклона:

$$\varepsilon\phi = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\chi + [V(r) + S(r)]\phi, \quad (47)$$

$$\varepsilon\chi = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\phi - [2M + S(r) - V(r)]\chi. \quad (48)$$

Для удобства рассмотрим $N = Z$ -сферически-симметричное ядро и на время забудем про кулоновский потенциал (при необходимости его легко принять во внимание, так как V_ω и V_{Coul} имеют одинаковые трансформационные свойства). Из уравнения (48) следует, что эффективная масса нуклона $\mathcal{M}(r)$ может быть определена следующим образом [26]:

$$2\mathcal{M}(r) = 2M + S(r) - V(r), \quad (49)$$

если иметь в виду, что $\varepsilon \ll M$ (ε представляет собой нерелятивистское собственное значение). Тогда из уравнения (48) получаем

$$\chi = \frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\phi; \quad (50)$$

воспользуемся тождеством

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} = \mathbf{p} \frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \mathbf{p} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \right) \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (51)$$

и из уравнения (46) получаем

$$\varepsilon\phi = \left[\mathbf{p} \frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \mathbf{p} + V(r) + S(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \right) \boldsymbol{\ell} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right] \phi. \quad (52)$$

Уравнение (52) есть уравнение типа Шредингера для частицы с эффективной массой $\mathcal{M}(r)$, двигающейся в центральном и спин-орбитальном

потенциалах. Аналогичное уравнение получается в рамках метода Хартри–Фока с силами Скирма (ХФС) [28]. Подчеркнем, что в случае ХФС спин-орбитальный потенциал вводится феноменологически, а в релятивистской теории он выражается в виде производной от величины, обратной удвоенной эффективной массе нуклона. Можно использовать этот факт для того, чтобы сделать некоторые оценки. Сравним спин-орбитальный потенциал в уравнении (52) и эмпирический спин-орбитальный потенциал

$$U_{\text{LS}}(r) = \frac{\alpha_{\text{LS}}}{r} \frac{d\rho_V}{dr}, \quad \alpha_{\text{LS}} = 85,5 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5, \quad (53)$$

где ρ_V есть ядерная плотность. Из этого сравнения получаем

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{1}{2\mathcal{M}(r)} \right) = \alpha_{\text{LS}} \frac{d\rho_V}{dr} \quad (54)$$

и

$$\frac{1}{2\mathcal{M}(r)} = \frac{1}{2M} + \alpha_{\text{LS}} \rho_V(r). \quad (55)$$

Интегрируя уравнение (54), мы использовали граничные условия: $\mathcal{M}(r) = M$, $\rho(r) = 0$ для $r \rightarrow \infty$, которые очевидны: нуклонная плотность обращается в нуль вне ядра, в то время как эффективная масса становится равной свободной нуклонной массе. ХФС-метод также приводит к (55). Однако в методе ХФС (55) является точным уравнением, в то время как в релятивистском случае можно получить и более точный результат (см. работу [4] и ссылки в ней). Из уравнений (54) и (55) можно получить

$$\frac{\mathcal{M}}{M} = \frac{2M + S - V}{2M} = 0,6. \quad (56)$$

Используя этот результат, получаем

$$V - S = 0,8M = 750 \text{ МэВ}, \quad (57)$$

где V и S есть векторный и скалярный потенциалы внутри ядра. Чтобы оценить величину $V + S$, воспользуемся тем обстоятельством, что мощность потенциальной ямы определяется величиной $2\mathcal{M}(V+S)R^2$, где R есть радиус ядра. Сравнивая эту величину с мощностью ямы нерелятивистского оболочечного потенциала и принимая во внимание, что $\mathcal{M} = M$ (для этого случая), получим

$$2\mathcal{M}(S + V) = 2MU_{o\delta}. \quad (58)$$

Полагая $U_{o\delta} \approx -50 \text{ МэВ}$, легко получить

$$V + S = \frac{M}{\mathcal{M}} U_{o\delta} \approx -90 \text{ МэВ}. \quad (59)$$

Важно подчеркнуть, что для получения (59) в [26] использовалась величина плотности внутри ядра $\approx 0,17 \text{ фм}^{-3}$, глубина оболочечного потенциала $U_{od} \approx -50 \text{ МэВ}$ и величина спин-орбитального потенциала $\alpha_{LS} \approx 85 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5$, при этом не было сделано никаких предположений о природе скалярного и векторного полей. По этой причине полученная оценка может рассматриваться как *модельно-независимая*.

Используя численные значения для α_{LS} из (55) и (50), получим следующее выражение для малых компонент волновых функций одночастичных нуклонных состояний в ядре:

$$\chi = -\frac{i}{2M}(1 + 4,123\rho(r))\sigma \cdot \mathbf{p}\phi. \quad (60)$$

Из уравнения (60) видно, что малые компоненты волновых функций существенно усилены в ядре, и этот факт должен быть принят во внимание при рассмотрении поведения ядра во внешних полях, действующих между большой и малой компонентами волновых функций. Электромагнитные поля магнитного типа, а также пионное поле [26] являются примерами такого типа полей (например, взаимодействие с пионным полем содержит γ_5 -матрицу, являющуюся недиагональной, и по этой причине матричные элементы содержат ϕ и χ одновременно).

Примем теперь во внимание тот факт, что поля V и S есть самосогласованные поля, т. е. то, что они зависят от ядерной плотности $\rho_V(r)$. Чтобы встать на эту точку зрения (в соответствии с релятивистской ядерной моделью оболочек), будем идентифицировать поле $V(r)$ с ω -мезонным полем, а поле $S(r)$ — со скалярным мезонным полем, они подчиняются соответствующим уравнениям Клейна–Гордона.

Известно, что в ядерной материи свойство насыщения достигается, если центральный потенциал (как функция плотности) имеет минимум при определенной плотности (учет кинетической энергии только сместит этот минимум в сторону меньших плотностей). Обсудим, как это свойство реализуется в релятивистской теории. Для этой цели, чтобы сделать оценку, используем тот факт, что в центре ядра плотность есть практически постоянная величина. Можно использовать уравнения (справедливые для ядерной материи)

$$S \equiv g_\sigma \varphi = -\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S, \quad (61)$$

$$V = g_\omega \omega^0 = +\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_V, \quad (62)$$

т. е. мезонные поля выражаются непосредственно через соответствующие плотности. Плотность ρ_V выражается через импульс Ферми традиционным образом:

$$\rho_V = \frac{2p_F^3}{3\pi^2}. \quad (63)$$

Выражение для скалярной плотности имеет более сложный вид:

$$\begin{aligned} \rho_S &= \int_{|\mathbf{p}| \leq p_F} \frac{4M^* d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 \sqrt{p^2 + M^{*2}}} = \\ &= \frac{M^*}{\pi^2} \left\{ p_F \sqrt{p_F^2 + M^{*2}} - M^{*2} \ln \frac{p_F + \sqrt{p_F^2 + M^{*2}}}{M^*} \right\}, \\ M^* &= M + S = M - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S. \end{aligned} \quad (64)$$

Уравнение (64) с учетом (63) представляет собой трансцендентное уравнение, определяющее зависимость ρ_S от ρ_V , оно может быть решено аналитически в двух случаях: $\rho_V \rightarrow 0$ и $\rho_V \rightarrow \infty$. В этих случаях имеем

$$\rho_S = \begin{cases} \rho_V, & \rho_V \rightarrow 0, \\ \frac{M m_\sigma^2}{g_\sigma^2}, & \rho_V \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (65)$$

Величина $\rho_S = (M m_\sigma^2)/g_\sigma^2 = 0,4025 \text{ фм}^{-3}$ соответствует ультрарелятивистскому пределу. Зависимость ρ_V от ρ_S представлена на рис. 1 совместно с

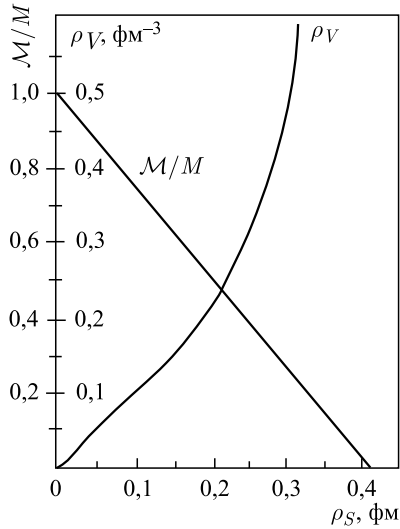


Рис. 1. Зависимость отношения M/M и плотности ρ_V от скалярной плотности ρ_S

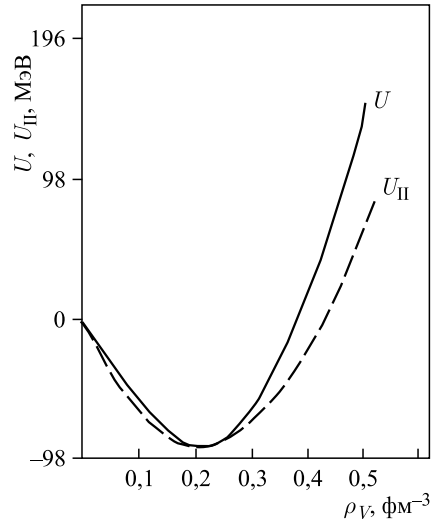


Рис. 2. Зависимость потенциалов U и U_{II} от плотности ρ_V

зависимостью M/M от скалярной плотности. Из этого рисунка и (65) может быть сделан очень важный вывод: скалярная плотность совпадает с ρ_V при низких плотностях, но она быстро «насыщается» с увеличением барионной плотности ρ_V . В силу уравнения (61) ядерный скалярный потенциал зависит от плотности аналогичным образом, поэтому ядерный центральный потенциал

$$U = V + S = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_V - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S \quad (66)$$

имеет минимум при определенной плотности; этот факт обеспечивает феномен ядерного насыщения (рис. 2).

В нерелятивистской теории малые компоненты волновых функций не учитываются, и по этой причине $\rho_S = \rho_V$ (это легко видеть из уравнений (45) и (46)), так что глубина центрального потенциала в этом случае дается уравнением вида (где ρ обозначает нерелятивистскую ядерную плотность)

$$U_I = \left(\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} - \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \right) \rho, \quad (67)$$

т. е. вообще не имеет минимума (как функция плотности), его глубина будет неограниченно возрастать, и мы получим коллапс в согласии с хорошо известным результатом, принадлежащем Вигнеру [29] (см. также ссылки в этой работе). Таким образом, *в релятивистской ядерной модели оболочек свойство насыщения имеет чисто релятивистскую природу*. Это свойство реализуется только потому, что в ядре имеются два поля (S и V) с трансформационными свойствами релятивистского скаляра и релятивистского вектора, а также в силу наличия «малой» компоненты нуклонной волновой функции. В нерелятивистской теории Хартри–Фока со Скиммом (ХФС) свойство насыщения обеспечивается параболической зависимостью ядерного центрального потенциала от плотности следующего типа (она представлена также на рис. 2):

$$U_{II} = -a\rho + b\rho^2. \quad (68)$$

Требуя, чтобы функция U_{II} имела минимум в той же точке, что и релятивистский ядерный центральный потенциал (66), рассчитанный с параметрами модели Валечки

$$C_V^2 = \frac{M^2}{m_\omega^2} g_\omega^2 = 195,7, \quad C_S^2 = \frac{M^2}{m_\sigma^2} g_\sigma^2 = 266,9, \quad (69)$$

получаем

$$a = 816 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3, \quad b = 1889 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^6. \quad (70)$$

Теперь примем во внимание конечный размер ядра. Уравнения (38) и (39) для стационарных состояний могут быть записаны в форме

$$V(r) = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_V(r) + \frac{1}{m_\omega^2} \Delta V(r), \quad S(r) = -\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S(r) + \frac{1}{m_\sigma^2} \Delta S(r), \quad (71)$$

которая позволяет решить проблему с помощью итерационной процедуры. Делая первую итерацию и пренебрегая на этом этапе различием между ρ и ρ_S , получаем поправку на конечный размер ядра в следующем виде:

$$\delta_1 U = -c\rho(r), \quad c = \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^4} - \frac{g_\omega^2}{m_\omega^4} = 200 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5 \quad (m_\sigma = 550 \text{ МэВ}), \quad (72)$$

и окончательно из (50), (55), (66), (46) можно получить, что ядерный центральный потенциал имеет следующую поправку:

$$\delta_2 U = e\tau(r), \quad \tau(r) = \sum_{\alpha} |\nabla\phi_{\alpha}|^2, \quad (73)$$

$$e = \left(\frac{1}{2\mathcal{M}}\right)^2 \left(\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} + \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2}\right) = 125 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5,$$

где $\tau(r)$ — плотность кинетической энергии. Итак, мы получили ХФС-результаты как для эффективной нуклонной массы (формула (55)), так и для ядерного потенциала

$$U_{\text{HFS}} = -a\rho + b\rho^2 - c\Delta\rho + e\tau(r) + \frac{\alpha_{\text{LS}}}{r} \frac{d\rho}{dr} \ell \cdot \sigma \quad (74)$$

и вычислим все ХФС-параметры для $N = Z$ -ядер, начиная от параметров релятивистской модели оболочек. В табл. 6 эти параметры сравниваются с набором параметров Скирма II [28], одним из наиболее часто используемых в ХФС-расчетах. Из этой таблицы и формулы (74) ясно видно, что метод ХФС на самом деле является имитацией ядерного релятивистского метода в нерелятивистских терминах.

Отметим, что между релятивистским приближением среднего поля РПСР и ХФС-методом имеется много общих свойств, но также и ряд различий в деталях.

Что касается общих отличий двух подходов, то следует иметь в виду, например, что оператор спин-орбитального взаимодействия возникает вполне естественно в релятивистском формализме, в то время как в нерелятивистской теории этот оператор вводится руками.

Таблица 6. Сравнение параметров релятивистского приближения [26] Хартри с набором параметров Скирма II [28]

Метод	α , МэВ · фм ⁵	a , МэВ · фм ³	b , МэВ · фм ⁶	c , МэВ · фм ⁵	e , МэВ · фм ⁵
Релятивистский метод [26]	85,5	816	1889	200	125
Метод Скирма II [28]	101	783	1750	169	101

Дальнейшие детали сравнительного анализа двух подходов можно найти также в работах [3, 30, 31].

Релятивистский самосогласованный расчет типа Хартри для модели Валочки был выполнен в работе [32] (см. также [33, 34], где установлены три типа релятивистских поправок к уравнению Дирака в приближении Фолди).

В работе [35] исследована устойчивость основного состояния ядра, сформированного в релятивистской самосогласованной теории (0^+) относительно возбуждений (0^-), имеющих спин и четность пионного поля, т.е. отличная от симметрии основного состояния. Показано, что суперпозиция двух типов связи пионов с нуклонами может быть тем механизмом, который в релятивистской теории обеспечивает устойчивость основного состояния относительно пионной конденсации (в работе учитывалась возможность возбуждений Δ -изобары).

В работе [36] основное состояние ядра было сформировано в рамках релятивистского метода Хартри на основе модели векторной доминантности Сакураи [37].

4. РОЛЬ НЕЛИНЕЙНОСТИ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ СРЕДНЕГО ПОЛЯ

Релятивистское приближение среднего поля (РПСР) в исходной форме включает только изоскалярные мезоны (σ и ω) и один векторный-изовекторный ρ -мезон (последний вводится для описания свойств изотопов и асимметричной ядерной материи). Однако такая модель дает только качественное описание основных состояний атомных ядер и ядерной материи. Модуль сжатия ядерной материи и свойства поверхности ядер не могут быть воспроизведены в рамках такой простой версии ([1–5] и ссылки в них). В [38, 39] авторы исследовали роль самодействия скалярного мезонного поля в ядерной среде типа ($\sigma^3 + \sigma^4$). Самодействие мезонных полей связано с многочастичными силами. Модуль сжатия и поверхностные свойства ядер хорошо воспроизводятся в модели с самодействием скалярного поля, однако энергии связи и радиусы ядер не могут быть хорошо воспроизведены одновременно без этих компонент (см. [5] и ссылки в ней). Включение самодействия ω^4 было следующим шагом, который был сделан Богутой и Бодмером [38, 40] (кубическое самодействие в лагранжиане $\sim \omega^3$ не может использоваться по соображениям четности).

Отметим, что простейшая и наиболее общая нелинейная форма функционала, содержащего φ - и ω -мезонные поля, была введена в работах [40, 41]. Этот функционал содержит мезон-мезонные взаимодействия, в частности, следующего типа:

$$-\frac{1}{2}g_4\varphi\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{2}g_5\varphi^2\omega_\mu\omega^\mu$$

(которые поддерживаются киральной симметрией). В [40–42] такой тип лагранжиана использовался наряду с $(\varphi^3 + \varphi^4)$ -членами для исследования свойств конечных ядер и ядерной материи. Это исследование показало, что модель с $\sigma - \omega$ мезонным взаимодействием дает описание энергии связи и зарядовых радиусов ядер в большом интервале A . Наряду с $K = 265$ МэВ (где K — модуль сжатия ядерной материи), модель успешно воспроизводит также резонансные энергии дыхательной моды монополярного изоскалярного гигантского резонанса. Поведение уравнения состояния ядерной и нейтронной материи при высоких плотностях существенно мягче, чем в случае только скалярной нелинейной модели (с нелинейностями только скалярного поля). Аналогичные расчеты проделаны для деформированных ядер.

На настоящем этапе нелинейные члены вводятся феноменологически в схему приближения среднего поля, они играют роль, подобную той, которая отводится зависящим от плотности силам в нерелятивистском формализме.

В рамках такого подхода с различными типами нелинейностей были выполнены обширные исследования свойств атомных ядер, которые продемонстрировали тот факт, что атомное ядро является сугубо нелинейной релятивистской системой [1–5].

Существует альтернативная возможность вводить нелинейности в релятивистскую теорию ядерной структуры через зависимость от плотности мезон-нуклонных констант связи. Эта возможность впервые реализована в работе [43] и далее в работах [44–46]. На этот метод в настоящее время ссылаются как на релятивистский, зависящий от плотности метод Хартри (РЗПХ), позднее он был расширен для применения в рамках релятивистского метода Хартри–Фока (см. ниже).

Релятивистский метод Хартри включает следующие уравнения, которые решаются на основе самосогласованной процедуры:

- 1) уравнение Дирака для нуклонных волновых функций $\psi_\alpha(r)$;
- 2) уравнение Клейна–Гордона для мезонных полей:
 - скалярного-изоскалярного поля $S(r)$,
 - векторного-изоскалярного поля $V(r)$,
 - векторного-изовекторного поля $V^\tau(r)$,
- 3) уравнение Клейна–Гордона для кулоновского поля $A_0(r)$.

Источниками мезонных полей являются следующие плотности:

- а) скалярная плотность $\rho_S(r)$,
- б) векторная (барионная) изоскалярная плотность $\rho_V(r)$,
- в) векторная-изовекторная плотность $\rho_3(r)$.

Источником кулоновского поля является зарядовая плотность $\rho_p(r)$. Эти плотности определяются через нуклонные волновые функции следующим образом:

$$\rho_S = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^2 \bar{\psi}_{\alpha} \psi_{\alpha}, \quad (75a)$$

$$\rho_V = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^2 \bar{\psi}_{\alpha} \gamma_0 \psi_{\alpha}, \quad (75b)$$

$$\rho_3 = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^2 \bar{\psi}_{\alpha} \gamma_0 \tau_{3\alpha} \psi_{\alpha}, \quad (75c)$$

$$\rho_p = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^2 \bar{\psi}_{\alpha} \gamma_0 \frac{1 + \tau_{3\alpha}}{2} \psi_{\alpha}. \quad (75d)$$

Для магических ядер вероятности заполнения состояний v_{α}^2 равны 1 для занятых и 0 для незанятых состояний. Для ядер с открытыми оболочками вводятся парциальные вероятности заполнения v_{α}^2 для каждого нуклонного состояния, обозначаемого символом α . Далее только в лапидарной форме обсудим проблему парных корреляций в БКШ- (Бардин, Купер, Шриффер) форме (полное обсуждение этой проблемы в контексте релятивистской теории можно найти, например, в работах [47, 48]).

В этой схеме вероятность заполнения становится (приводим схематическую модель спаривания с константной щелью) равной

$$v_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_{\alpha} - E_F}{\sqrt{(E_{\alpha} - E_F)^2 + \Delta^2}} \right) \quad (76)$$

для квантового состояния с одночастичной энергией E_{α} . Тогда вероятность «незаполнения» определяется как $u_{\alpha}^2 = 1 - v_{\alpha}^2$. Мы примем значение $\Delta = 11,2 \text{ МэВ} \cdot A^{-1/2}$ для ширины щели. Величина E_F получается из условия

$$\sum v_{\alpha}^2 = N = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \left(1 - \frac{E_{\alpha} - E_F}{\sqrt{(E_{\alpha} - E_F)^2 + \Delta^2}} \right), \quad (77)$$

где N есть число протонов или нейтронов. В БКШ-расчетах можно рассматривать одночастичные состояния вплоть до еще одной оболочки выше энергии Ферми [49]. Для большинства ядер, не слишком близких к drip-line, не возникает проблем при использовании этого метода. Однако при приближении к drip-line одночастичные состояния выше уровня Ферми становятся несвязанными. В этом случае в (76) учитываются вклады только связанных состояний по чисто практическим соображениям. При этом следует добавлять парную энергию

$$E_{\text{pair}} = -\Delta \sum_{\alpha} u_{\alpha} v_{\alpha} \quad (78)$$

как часть полной энергии.

В заключение еще следует делать поправки на движение центра масс к полной энергии и зарядовому радиусу. В релятивистском формализме трудно отделить поправки на движение центра масс, по этой причине используется нерелятивистский анзац

$$E_{ZPE} = \frac{\langle F | \hat{P}_{tot}^2 | F \rangle}{2M_{tot}}, \quad (79)$$

где

$$M_{tot} = AM, \quad \hat{P}_{tot}^2 = \sum_i \hat{p}_i^2. \quad (80)$$

Для основного состояния можно выбрать одну из двух возможностей. В первом случае $|F\rangle$ есть волновая функция гармонического осциллятора, поэтому мы можем определить E_{ZPE} аналитически:

$$E_{ZPE} = \frac{3}{4} 41 A^{-1/3} \text{ МэВ}. \quad (81)$$

Эта простая форма используется в некоторых наборах параметров для тяжелых ядер, потому что ядерная энергия связи велика, а поправка на движение центра масс невелика. Для легких ядер поправки становятся существенными, и в этом случае будет точнее сделать такой выбор: $|F\rangle = |F_H\rangle$ (релятивистский метод Хартри). Проблема парных корреляций имеет очень важное значение в ядерной физике, в релятивистской теории атомного ядра в частности. Более полное обсуждение этой темы в рамках релятивистской трактовки можно найти в работах [4, 5, 50–52].

5. СПИНОВАЯ И ПСЕВДОСПИНОВАЯ СИММЕТРИИ В КОНЕЧНЫХ ЯДРАХ

Условие $S + V \ll S - V$ является одной из основных особенностей всех разумных современных релятивистских моделей, обеспечивающих, в частности, правильную величину и знак спин-орбитальной силы в ядре. Однако в то же самое время неадекватное использование именно этого условия привело в некоторых публикациях последнего времени к неадекватной трактовке псевдоспиновой симметрии (ПСС) в конечных ядрах — интересного феномена в ядерной физике, тесно связанного со спиновой симметрией. Понятие ПСС было введено в ядерную физику около пятидесяти лет назад [53–61], однако оно остается одной из центральных тем исследований в области ядерной структуры и в настоящее время. Много интересных результатов было получено за последние двадцать лет [62–80].

В центральном потенциале однонуклонные волновые функции имеют следующий вид [4, 5]:

$$\psi_\kappa = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} iG_\kappa(r)\Omega_{jem} \\ F_\kappa(r)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})\Omega_{jem} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (82)$$

где $G_\kappa(r), F_\kappa(r)$ — большая и малая радиальные компоненты волновой функции; Ω_{jem} — спин-угловая функция; $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$, а κ — квантовое число релятивистской теории, определенное как $\kappa = \mp(j+1/2)$ для $j = \ell \pm 1/2$. Кроме собственного значения ε (см. (47), (48)) используется также $E_\kappa = M + \varepsilon_\kappa$. Спинор в случае сферической симметрии (82) характеризуется квантовым числом углового момента, четностью и изоспином. Для сферических ядер уравнения (82) и (47), (48) сводятся к двум дифференциальным уравнениям второго порядка для большой $G_\kappa(r)$ и малой $F_\kappa(r)$ компонент волновой функции (нуклона).

В работах [53, 54] квазивырождение однонуклонных состояний a - и b -дублета с квантовыми числами

$$\left(n_r, \ell, j = \ell + \frac{1}{2} \right) \quad \text{и} \quad \left(n_r - 1, \ell + 2, j = \ell + \frac{3}{2} \right) \quad (83)$$

было обнаружено в тяжелых ядрах, где n_r, ℓ и j — одночастичные квантовые числа — радиальное, орбитальное и полного углового момента соответственно. В указанных работах квантовое число $\tilde{\ell}$ псевдоорбитального углового момента было введено согласно следующему правилу: $\tilde{\ell} = \ell + 1$. В формализме псевдоспина введено также квантовое число псевдоспина $\tilde{s} = 1/2$, так что $\tilde{j} = \tilde{\ell} \pm \tilde{s}$ для псевдоспиновых дублетов (ПСД). С использованием предписания $\tilde{n}_r = n_r$ два состояния ПСД могут быть обозначены как $(\tilde{n}_r, \tilde{\ell}, \tilde{j})$. Например, пары псевдодублетов $(4s_{1/2}, 3d_{3/2})$ и $(3d_{5/2}, 2g_{7/2})$ могут быть представлены, соответственно, в виде псевдодублетов $(4\tilde{p}_{1/2}, 4\tilde{p}_{3/2})$ и $(3\tilde{f}_{5/2}, 3\tilde{f}_{7/2})$. Обычно в рамках оболочечной модели величина псевдоспин-орбитального расщепления значительно меньше величины спин-орбитального.

Если уровень с $\tilde{j} = \tilde{\ell} - 1/2$ расположен выше уровня с $\tilde{j} = \tilde{\ell} + 1/2$, то говорят, что дублет имеет естественный порядок уровней, термин «противоестественный» порядок уровней дублета соответствует инвертированной ситуации. Эта терминология заимствована из опыта с нормальными спин-орбитальными расщеплениями, когда естественный порядок соответствует единственно возможной ситуации. Мы будем говорить, что псевдодублет проявляет псевдоспиновую симметрию (ПСС), если псевдопартнеры, его образующие, имеют одинаковую энергию. Аналогично будем говорить, что имеется спиновая симметрия (СС), если два уровня спинового дублета (СД) имеют одинаковую энергию.

В настоящее время установлено, что ПСС проявляет себя в ядрах как симметрия с легким нарушением. Формализм ПСС первоначально был огра-

ничен сменой ярлыков, которая приводила к почти вырожденным псевдодублетам, наблюдающимся эмпирически. Однако природа* ПСС никогда не понималась в рамках нерелятивистского рассмотрения. Бахри и др. [55] в рамках релятивистской теории, используя одночастичный гамильтониан типа Нильссона $H = H_0 - \zeta \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - k \cdot \ell^2$, где H_0 есть осцилляторный потенциал, установили, что для получения точной ПСС величины спин-орбитального ζ и орбита-орбитального потенциалов должны удовлетворять условию $\zeta/k = 1/4$. Это соотношение приближенно выполняется для средних и тяжелых ядер. В различных моделях приближения среднего поля, используя нерелятивистскую редукцию, авторы [55, 56] установили близкую величину отношения коэффициентов спин-орбита и орбита-орбита (динамический характер ПСС соответствует этим результатам). ПСС широко используется для объяснения различных особенностей деформированных ядер, например, тождественных вращательных полос [56–60].

Недавно было установлено, что природа ПСС может трактоваться адекватно в рамках релятивистского формализма [61–64]. Авторы впервые связали природу ПСС со свойствами гамильтониана Дирака и впервые указали, что

$$\tilde{\ell} = \ell', \quad (84)$$

т. е. квантовое число псевдоорбитального углового момента, введенное выше, тождественно квантовому числу ℓ' углового момента малой компоненты F спинора Дирака. Это было важным наблюдением, указывающим на то, что природа ПСС в ядрах может быть существенно связана с релятивистским характером движения нуклонов в ядрах.

Введем обозначения

$$A(r) \equiv S(r) + V(r) - \varepsilon, \quad (85)$$

$$B(r) \equiv 2M + \varepsilon + S(r) - V(r). \quad (86)$$

С учетом (85), (86) уравнение Дирака в сферических координатах может быть записано в виде

$$\frac{d}{dr}G(r) = -\frac{\kappa}{r}G(r) + BF(r), \quad (87)$$

$$\frac{d}{dr}F(r) = AG(r) + \frac{\kappa}{r}F(r), \quad (88)$$

*Хорошо известно, что по всей схеме оболочек величина псевдоспин-орбитального расщепления значительно меньше, чем спин-орбитального. Отметим также интересный факт, относящийся к энергетическому спектру трехмерного нерелятивистского гармонического осцилляторного потенциала без спин-орбитальной силы. В этом случае оболочки $(2s, 1d)$, $(2p, 1f)$, $(3s, 2d, 1g)$ и т. д. оказываются вырожденными. Это один из примеров «динамического вырождения».

где $G(r)$ и $F(r)$ есть большая и малая компоненты спинора Дирака, а $\varepsilon = E - M$ есть одночастичная энергия нуклона с массой M и релятивистской энергией E . Из уравнения (88) легко получается

$$G(r) = -\frac{1}{A(r)} \left[-\frac{d}{dr} F(r) + \frac{\kappa}{r} F(r) \right]. \quad (89)$$

Решения $G(r)$ и $F(r)$ могут быть найдены как решения следующих уравнений:

$$-G'' + \left[\frac{B'}{B} \left(\frac{G'}{G} + \frac{\kappa}{r} \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + AB \right] G = 0, \quad (90)$$

$$-F'' + \left[\frac{A'}{A} \left(\frac{F'}{F} - \frac{\kappa}{r} \right) + \frac{\ell'(\ell'+1)}{r^2} + AB \right] F = 0, \quad (91)$$

где $A(r)$ и $B(r)$ представлены уравнениями (85) и (86), в то время как величина

$$AB = 2MA + 2\varepsilon V + (S^2 - V^2) - \varepsilon^2 \quad (92)$$

есть эффективный, зависящий от состояния потенциал.

Уравнения (90) и (91) симметричны. Основные моменты, которые тем не менее отличают эти два уравнения друг от друга, следующие.

1. Центробежный барьер $\ell(\ell+1)/r^2$, входящий в уравнение (90), определяется квантовым числом ℓ -орбитального углового момента, в то время как псевдоцентробежный барьер $\ell'(\ell'+1)/r^2$ в уравнении (91) определяется квантовым числом ℓ' псевдоорбитального углового момента. Отметим также, что

$$\kappa(\kappa+1) = \ell(\ell+1), \quad \kappa(\kappa-1) = \ell'(\ell'+1). \quad (93)$$

2. κ -член в уравнении (90) (на который будем ссылаться как на $(G - \kappa)$ -член) определяется множителем B'/B ; на него в дальнейшем будем ссылаться как на спин-орбитальный потенциал (СОП)

$$\frac{1}{\varepsilon + 2M + S - V} \frac{\kappa}{r} \frac{d(S - V)}{dr}. \quad (94)$$

κ -член в уравнении (91) (на который будем ссылаться как на $(F - \kappa)$ -член) определяется множителем A'/A ; на него в дальнейшем будем ссылаться как на псевдоспин-орбитальный потенциал (ПСОП)

$$-\frac{1}{\varepsilon - S - V} \frac{\kappa}{r} \frac{d(S + V)}{dr}; \quad (95)$$

последний оператор часто трактуется как «спин-орбитальный потенциал малой компоненты».

Решения уравнения (90) с одним и тем же числом узлов n_r большой компоненты $G(r)$ и одной и той же величиной ℓ формируют спиновый дублет, в то время как решения уравнения (91) с одним и тем же числом узлов \tilde{n}_r малой компоненты $F(r)$ и одной и той же величиной $\tilde{\ell}$ формируют псевдоспиновый дублет.

Поскольку κ зависит от j , κ -члены, входящие в (90), (91), ответственны за расщепления спинового и псевдоспинового дублетов, т. е. соответствующие κ -члены нарушают СС и ПСС. Однако если $B'/B = 0$ (в этом случае спин-орбитальная сила отсутствует), то спиновая симметрия восстанавливается. Аналогично, если $A = \text{const}$, фактор $A'/A = 0$, и восстанавливается псевдоспиновая симметрия.

3. Основное различие между (90) и (91) состоит в том, что $A(r)$ обращается в нуль в определенной точке r_0 на поверхности ядра (см. [76, 5]). При этом имеем $A'/A \sim (r - r_0)^{-1}$ при $r \rightarrow r_0$, и $(F - \kappa)$ -член $(-A'/A \cdot \kappa/r)$ в уравнении (91) оказывается сингулярным при $r = r_0$ (отметим, что A'/A только слабо зависит от A через r_0). Адекватная трактовка сингулярности [76, 5] ПСОП, ответственной за нарушение ПСС, становится очень важной чертой нашего рассмотрения. Отметим, что каждое из четырех слагаемых уравнения (91) является непрерывной функцией. В частности, член $A'/A(F'/F - \kappa/r)$ дает в целом непрерывный вклад. Однако мы интересуемся только компонентой $-(k/r)(A'/A)$ как компонентой, нарушающей ПСС, и она в действительности имеет сингулярность. Поскольку мы заинтересованы в потенциалах, нарушающих ПСС, мы вынуждены вести игру с сингулярным потенциалом. Отметим, что именно из-за этой сингулярности оказывается, в частности, невозможным исключить член с F' в уравнении (91), т. е. редуцировать (91) к стандартному уравнению Шредингера.

4. Наконец, отметим следующий факт, касающийся нерелятивистского предела в (90) и (91). Спин-орбитальный κ -член, (90) и (94), в уравнении для большой компоненты G имеет релятивистскую природу, величина $2M$ (в знаменателе оператора (94)) подчеркивает релятивистское происхождение оператора (94) спин-орбитальной силы. С другой стороны, псевдоспин-орбитальный потенциал, хотя он и появляется в уравнении для малой компоненты F , имеет нерелятивистскую природу (оператор (95) не содержит фактор $2M$ в знаменателе).

Разные авторы получили различные условия реализации ПСС в конечных ядрах:

а) $S + V \cong 0$ ([61–64, 67, 68]);

б) $(F - \kappa)$ -член мал $\left(\left| \frac{A' \kappa}{A r} \right| \ll \frac{\tilde{\ell}(\tilde{\ell} + 1)}{r^2} \right)$ ([67, 68]);

в) различные вклады в энергию (91) частично компенсируют друг друга ([69, 70]).

ПСС и величина $S + V$. Как показано в [64], в пределе $S + V = 0$ два псевдоспиновых партнера a и b имеют одинаковые энергии и функции F_a и F_b идентичны с точностью до фазы:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_b \quad \text{и} \quad F_a = F_b. \quad (96)$$

Обозначим этот конкретный тип псевдоспиновой симметрии как ПСС* (на самом деле в работах [61–64], отмеченных выше, только этот конкретный тип псевдоспиновой симметрии и рассматривается). Отметим, что мы будем обозначать как ПСС случай с $\varepsilon_a \approx \varepsilon_b$ (не включая требования $F_a \approx F_b$). Условие $S + V = 0$ не допускает связанных состояний (кроме моделей со слишком нереалистическими значениями $S - V$). В реальных ядрах $S + V$ мал ($\simeq +50$ МэВ) (но не равен нулю). На этом основании в работах [62, 63] утверждается, что в этом случае можно ожидать приближенной ПСС* (т. е. $\varepsilon_a \approx \varepsilon_b$ и $F_a \approx F_b$). В работе [74] показано, что при уменьшении $|S + V|$ ни ПСС, ни ПСС* не улучшаются с необходимостью. С другой стороны, все псевдоспиновые дублеты, которые становятся вырожденными ($\varepsilon_a = \varepsilon_b$) для заданной величины $S + V$, расщепляются, если величина $S + V$ изменяется, в частности, если она убывает. С другой стороны, F_a существенно отличается от F_b при уменьшении $S + V$, когда ε_a или ε_b приближаются к континууму. Эти аргументы позволяют утверждать, что ни ПСС, ни ПСС* не могут основываться на предположении малости $S + V$.

СС и $S - V$. В пределе $S - V = 0$ два состояния спинового дублета имеют одну и ту же энергию (т. е. мы имеем случай точной спиновой симметрии СС), и, более того, две соответствующие функции G в этом случае идентичны (мы обозначим этот специальный тип СС как СС*). В реальных ядрах $|S - V|$ велик, поэтому, казалось бы, ни СС, ни СС* не следовало и ожидать. Действительно, ядра имеют большие спин-орбитальные расщепления, однако G -функции спиновых партнеров очень подобны (на самом деле значительно более подобны, чем малые компоненты F для псевдоспиновых партнеров) [73–76]. Более того, если $|S - V|$ убывает, то спин-орбитальные расщепления убывают и G -функции двух состояний спин-орбитального дублета становятся все более и более подобными, т. е. улучшается как СС, так и СС*. Все это значит, что связь СС и СС* с $|S - V|$ существенно отличается от связи ПСС или ПСС* с $|S + V|$ в силу различного поведения $(G - \kappa)$ - и $(F - \kappa)$ -членов в уравнениях (90) и (91) соответственно.

ПСС и $(F - \kappa)$ -член. Как объяснено выше, $(F - \kappa)$ -член в уравнении (91) нарушает ПСС. Так как $A(r_0) = 0$, то $(F - \kappa)$ -член велик в окрестности r_0 и, следовательно, F_a и F_b различаются наиболее существенно в окрестности r_0 , где a и b представляют два состояния псевдодублета, а r_0 — сингулярная точка функции $A(r)$ (см. (85)). На самом деле $(F - \kappa)$ -член вместе с псевдоцентробежным барьером $[\tilde{\ell}(\tilde{\ell} + 1)]/r^2$ контролируют поведение $F(r)$ вблизи

поверхности ядра, при этом оба слагаемых являются существенными. Это значит, что $(F - \kappa)$ -член не может рассматриваться как значительно меньший, чем псевдоцентробежный барьер (сравни с [67, 68]). Однако $(F - \kappa)$ -член близок к поведению нечетной функции в окрестности r_0 . Этот факт допускает маленькое псевдоспиновое расщепление при большом различии F_a и F_b . На самом деле условие $\varepsilon_a = \varepsilon_b$ в рамках реалистического описания типа Дирака–Хартри требует $F_a \neq F_b^*$ (точная ПСС* запрещена в этом случае). Тогда можно сказать, что мы имеем квазивырожденные псевдодублеты не потому, что $(F - \kappa)$ -член мал, а в силу компенсации различных вкладов, идущих от членов уравнения (91), отличных от $(F - \kappa)$ -члена (включая этот член); детали этой компенсации зависят от S и V [69, 79]. *По этой причине можно сказать, что ПСС есть динамическая симметрия.* Существует ряд указаний на это свойство в цитированных работах [69, 79]. В частности, с помощью массы скалярного мезона (сохраняя базисные величины самосогласованного расчета основных состояний атомных ядер) можно добиться изменения знака псевдоспинового расщепления, сохраняя также малую абсолютную величину этого расщепления. Этот расчет был проделан, например, для ядра ^{40}Ca , имеющего один псевдодублет. Отметим также, что вклад $(F - \kappa)$ -члена в расщепление псевдоспинового дублета в отдельных случаях может быть не очень большим. Однако удивительно, что в ряде этих случаев данный вклад имеет противоположный знак по отношению к итоговому спин-орбитальному расщеплению [80–82]. В работе [82] продемонстрировано очень важное влияние спин-орбитальной силы на псевдоспин-орбитальные расщепления.

Спиновая симметрия и $(G - \kappa)$ -член. $(G - \kappa)$ -член в уравнении (90) нарушает спиновую симметрию. Поскольку $B'/B \simeq (S' - V')/2M$, то $(G - \kappa)$ -член может рассматриваться как релятивистская поправка. В действительности для состояний спин-орбитального дублета $G_a \simeq G_b$, хотя спин-орбитальные расщепления велики, и $(G - \kappa)$ -член *ведет себя, как и полагается по теории возмущений.* Мы можем заключить, что $(G - \kappa)$ -член, нарушающий СС и рассматриваемый как большой, оказывается не в такой степени существен, как $(F - \kappa)$ -член, который нарушает ПСС, но рассматривается как менее существенный в ряде публикаций (см. выше).

В работе [82] показано, что для двух состояний a и b псевдоспинового дублета степень подобности двух функций F_a и F_b быстро усиливается с увеличением числа узлов (\tilde{n}_r) каждой из них.

Для спин-орбитальных дублетов степень похожести двух компонент G (в любом спин-орбитальном дублете) быстро возрастает с увеличением числа узлов (n_r) обеих компонент так же, как и степень вырожденности соот-

*Не следует забывать, что F_a и F_b имеют одинаковое число нулей (этот факт связан с соответствующими граничными условиями).

ветствующих энергетических уровней. Однако для псевдоспин-орбитальных дублетов последняя корреляция (между числом узлов F и степенью вырожденности псевдоорбитального дублета) не имеет места.

6. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРОИСХОЖДЕНИЕ ЭФФЕКТА ИЗЛОМА ИЗОТОПИЧЕСКОЙ ЦЕПОЧКИ. КИНК-ЭФФЕКТ

Зарядовые радиусы (r_c) изотопов Pb были недавно измерены с очень высокой точностью [83], их аномальное кинк-поведение является самой существенной чертой этих измерений. Кинк-эффект (эффект излома) означает, что в экспериментальных данных по r_c как функции A в изотопической цепочке происходит изменение (излом) наклона* при $N = 126$ при постепенном увеличении числа нейтронов. Это явление было предметом детальной дискуссии различных теоретических групп в течение последних лет (см. [84–98]).

На первом этапе было показано, что нерелятивистская модель (ХФ) с силами, зависящими от плотности, и стандартной параметризацией Скирма [84], а также с силами Гоньи [87] не способна воспроизвести наблюдаемые на опыте (эмпирические) зарядовые изотопические сдвиги в цепочке изотопов свинца.

С другой стороны, в работах [85–89, 4, 5] аномальное поведение зарядовых радиусов этих изотопов было изучено в релятивистском приближении Хартри (РПХ). Как следует из этих работ, данные по кинк-эффекту хорошо воспроизводятся релятивистской теорией подобного типа без привлечения дополнительных параметров. В [86] предположено, что успех РПХ в воспроизведении эффекта излома достигнут за счет слабой изовекторной зависимости спин-орбитальной силы, связанной с РПХ.

В [86] проблема изотопических сдвигов была исследована с исчерпывающими деталями как в приближении Скирма–Хартри–Фока, так и в приближении РПХ. Авторы работы [86] предложили новую версию функционала SkI4 с более общей структурой спин-орбитальной силы, чем стандартный функционал Скирма. В этом случае авторы также воспроизвели эффект излома, но их энергетический функционал содержит дополнительный параметр, а соответствующая компонента не может быть получена из двухчастичного оператора приближения ХФ.

На самом деле экспериментальные зарядовые радиусы для ^{208}Pb демонстрируют два замечательных свойства. Одно состоит в проявлении кинка, отмеченном выше, а второе заключается в нечетно-четном staggering-эффекте

*Кинк в поведении зарядовых радиусов наблюдался также в изотопических цепочках Kr, Rb, Sr и Zr. Однако в настоящем разделе мы будем говорить в основном об эффекте в цепочке Pb (в рамках приближения Хартри).

(эффекте дрожания) [83, 84], однако цепочка изотопов Pb представляет особый интерес.

В работе [88] цель авторов состояла в исследовании эффекта ломки в рамках РПХ-приближения, особое внимание обращалось на роль изовекторного векторного ρ -мезона. В случае РПХ-метода [4, 5] релятивистский спинор Дирака $\psi(\mathbf{r})$ для нуклона с массой покоя M удовлетворяет уравнению Дирака (37), (47), (48) со скалярным $S(\mathbf{r})$ и векторным $V(\mathbf{r})$ потенциалами, определенными с помощью следующих уравнений:

$$S(r) = g_\sigma \varphi(\mathbf{r}), \quad (97)$$

$$V(r) = g_\omega \omega_0(\mathbf{r}) + \tau_3 g_\rho \rho_0^3(\mathbf{r}) + e \frac{1 + \tau_3}{2} A_0(\mathbf{r}), \quad (98)$$

где учтен также вклад векторной-изовекторной $\rho_0^3(r)$ и кулоновской A_0 компонент. В данном разделе мы не рассматриваем вклад «тензорной связи» ρ -мезонного поля с нуклонным (эта связь введена Паули в электродинамике для воспроизведения аномальной части магнитного момента электрона). Соответствующее взаимодействие содержится в уравнении (3) (слагаемое $\sim f_\rho/g_\rho$), его роль в проблеме кинк-эффекта будет рассмотрена ниже.

Также отметим, что пионное поле и пространственные компоненты векторных мезонных полей (ω и ρ) равны нулю в рассматриваемой задаче.

Все мезонные поля $\varphi, \omega_0, \rho_0^3$ удовлетворяют уравнению Клейна–Гордона. Обозначим $\phi(\mathbf{r})$ верхнюю (большую) компоненту спинора Дирака $\psi(\mathbf{r})$ и, вводя нормированную волновую функцию $\tilde{\phi}(r)$ [4, 5]

$$\tilde{\phi}(\mathbf{r}) = \frac{\phi(\mathbf{r})}{B^{1/2} \langle \phi | B^{-1} | \phi \rangle^{1/2}}, \quad (99)$$

где $B(r)$ дается уравнением (86), можно свести (см. [88]) уравнение для $\tilde{\phi}(r)$ к уравнению типа уравнения Шредингера, которое не содержит первую производную функции $\tilde{\phi}(r)$. Для ядер со сферической симметрией оно имеет вид

$$\left[-\frac{1}{2M} \nabla^2 + V_{\text{cent}}(\mathbf{r}) + V_{S_0}(\mathbf{r}) \right] \tilde{\phi}(\mathbf{r}) = \varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{2M} \right) \tilde{\phi}(\mathbf{r}), \quad (100)$$

где центральный потенциал V_{cent} и спин-орбитальный потенциал V_{S_0} представлены следующими уравнениями:

$$V_{\text{cent}} = S + V + \frac{S^2 - V^2}{2M} + \varepsilon \frac{V}{M} + \Delta V_{\text{cent}}, \quad (101)$$

$$\Delta V_{\text{cent}} = \frac{1}{2M} \left[\frac{1}{4} W^2 + \frac{1}{r} W + \frac{1}{2} W' \right], \quad (102)$$

$$W = -\frac{S' - V'}{2M + \varepsilon + S - V}, \quad (103)$$

$$V_{S0}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2M} \frac{2}{r} W \boldsymbol{\ell} \cdot \mathbf{S}. \quad (104)$$

Потенциал $V_{\text{cent}}(\mathbf{r})$ зависит от энергии, и, следовательно, можно ввести эффективную массу \bar{M} , определяемую уравнением*

$$\frac{\bar{M}}{M} = 1 - \frac{dV_{\text{cent}}}{d\varepsilon} \simeq 1 - \frac{V}{M}. \quad (105)$$

Записывая уравнение Дирака в такой форме (100), можно изучить в отдельности влияние различных компонент в этом уравнении на кинк-эффект (исследовать, например, имеют ли отдельные компоненты этой формы релятивистское происхождение или нет).

В работе [88] расчеты для кинк-эффекта были проведены для изотопов цепочки Рb в рамках стандартного релятивистского метода Хартри с использованием линейной модели (L) [94] и двух нелинейных моделей с самодействием скалярного поля [95, 96].

Самосогласованные результаты, соответствующие точным моделям, представлены на рис. 3 (зарядовые радиусы r_c на этом рисунке нормированы на экспериментальные величины для ядра ^{208}Pb . Кинк-эффект проявляется во всех трех моделях, однако он сильнее всего в моделях с меньшими значениями модуля сжатия K .

Чтобы понять, как в релятивистской теории генерируется кинк-эффект (КЭ), авторы работы [88] начали исследование с изучения влияния различных мезонов на КЭ, при этом были вычислены среднеквадратичные радиусы (СКР) различных компонент одночастичного потенциала: S , V_ω и V_ρ (в качестве распределений соответствующих функций), как функций величины A . Было установлено [88], что только величина r_ρ , т. е. СКР ρ -мезонного потенциала V_ρ , проявляет вполне заметный кинк, в то время как для других компонент этого эффекта не наблюдается. Поскольку ρ -мезон является изовекторным, можно ожидать, что он играет значительную роль в поведении протонов при добавлении к ядру нейтронов. Так что отмеченный результат подтверждает важную роль ρ -мезона в генерировании кинка.

Подчеркнем, что вклад ρ -мезона проявляется в уравнении (100) в различных членах ($V_{\text{cent}}(\varepsilon) + V_{S0}$), связанных с векторной V -компонентой потенциала. Поскольку g_ρ -константа связи для векторного потенциала сравнительно мала, наиболее существенный вклад ρ -мезона в итоговый потенциал

Отметим, что \bar{M} количественно несколько отличается от эффективной массы $M^ = M + S$, определенной ранее.

связан с членами $S + V$ и $(S^2 - V^2)/2M$, в которых роль σ - и ω -мезонов в значительной степени подавлена.

Для изучения в большей степени влияния различных компонент ρ -мезонного поля на зарядовые радиусы ядер полезно сделать [88] в уравнениях (101)–(104) следующие замены в компонентах, соответствующих $V_{\text{cent}}(\mathbf{r})$ и $V_{S0}(\mathbf{r})$: $g_\rho \rightarrow x_1 g_\rho$ в $(S + V)$ -компоненте, $g_\rho \rightarrow x_2 g_\rho$ в $(S^2 - V^2)/2M$ -компоненте, $g_\rho \rightarrow x_3 g_\rho$ в $\varepsilon V/M$ -компоненте, $g_\rho \rightarrow x_4 g_\rho$ в ΔV_{cent} -компоненте и $g_\rho \rightarrow x_5 g_\rho$ в V_{S0} -потенциале. После этого для параметров x_{1-5} допускается варьирование непрерывным и независимым образом в интервале $[0-1]$.

В работе [88] авторы рассмотрели четыре различные комбинации параметров x_i :

- а) $x_{1-5} = 1$ (стандартный релятивистский Хартри [88, 96]);
- б) $x_1 \ll 1, x_{2-5} = 1$;
- в) $x_{1,3-5} = 1, x_2 = 0$;
- г) $x_{1-5} = 0$ (эквивалентен $g_\rho = 0$).

Во всех случаях расчет выполнен самосогласованно. Результаты этих расчетов представлены на рис. 3 (случай а) и на рис. 4 (случаи а–г). Случай а содержит полный вклад ρ -мезона, он демонстрирует КЭ в хорошем согласии с тем, что наблюдается в эксперименте. В случае б, в котором вклад ρ -мезона

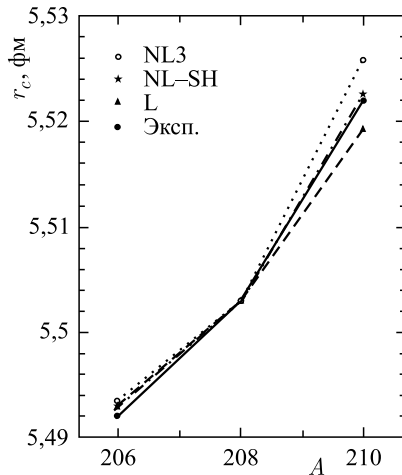


Рис. 3. Зарядовые радиусы изотопов Pb с моделями L [94], NL-SH [95] и NL3 [96], нормированные на экспериментальное значение для ядра ^{208}Pb . Экспериментальные значения взяты из работы [97]

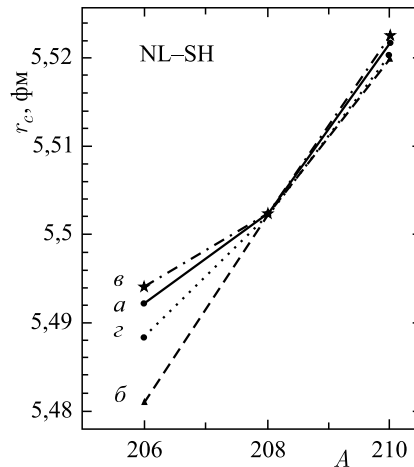


Рис. 4. То же, что и на рис. 3 для модели NL-SH [95], и четыре случая: а) $x_{1-5} = 1$ (точная модель); б) $x_1 = 0,1; x_{2-5} = 1$; в) $x_{1,3-5} = 1, x_2 = 0$; г) $x_{1-5} = 0$ (без вклада ρ -мезона)

в $S + V$ исключен почти полностью, кинк полностью изменил свою структуру по сравнению со случаем a , теперь кинк представляется в определенном смысле зеркальным образом кинка в случае a . Этот факт делает очевидной решающую роль, которую играет ρ -мезон в структуре кинка через посредство вклада $(S + V)$ -члена.

Что касается случая ϵ на рис. 4, то демонстрируемый эффект противоположен тому, который представлен для случая b , и он значительно меньше его по величине. Этот результат является следствием противоположной роли поля ρ -мезона в членах $S + V$ и $(S^2 - V^2)/2M$ центрального потенциала.

Наконец, в случае z , т. е. в случае без вклада ρ -мезона, поведение r_c оказывается промежуточным между двумя случаями a и b , как это подтверждается на рис. 4 (см. [88] для деталей).

Было показано, что вклад ρ -мезона через компоненты ΔV_{cent} и V_{S0} имеет только малое влияние на кинк. Как мы объяснили выше, этот малый эффект ожидается потому, что потенциальные вклады ρ -мезона в $(S - V)$ -член, входящий в V_{cent} и V_{S0} , оказываются очень малыми.

Можно заключить, что, хотя вклад ρ -мезона в полную энергию довольно мал по сравнению с вкладами σ - и ω -мезонов в методе РХ, ρ -мезон играет существенную роль в формировании кинк-структуры. При этом эффект оказывается больше для $A < 208$, чем для $A > 208$. Этот факт контрастирует с фактом, состоящим в том, что разница зарядовых радиусов, полученных с различными моделями, для $A < 208$ оказывается меньше, чем для $A > 208$.

Выводы, полученные в [88], могут быть систематизированы следующим образом.

1. Кинк-эффект в цепочке изотопов Рb оказывается общим свойством РПХ. Он наблюдается как в линейных моделях, так и в нелинейных (с самодействием), при этом проявляется в большей степени в моделях с маленькими K . В [88] установлено, что ρ -мезон играет важную роль в формировании кинка. В расчетах без ρ -мезона маленький кинк сохраняется, что может быть приписано как релятивистским, так и самосогласованным причинам.

2. Кинк-эффект главным образом проистекает из (частично) деструктивной интерференции вкладов ρ -мезона в $(S + V)$ - и $(S^2 - V^2)/2M$ -компоненты одночастичного потенциала. $(S + V)$ -компонента приводит к КЭ положительного знака, в то время как $(S^2 - V^2)/2M$ -компонента порождает КЭ противоположного знака. Итоговый эффект имеет положительный знак и соответствует экспериментально наблюдаемой тенденции (см. случаи b и ϵ на рис. 4).

3. Исключая вклад ρ -мезона из двух компонент V_{cent} , отмеченных в предыдущем пункте, т. е. полагая $a_1 = x_2 = 0$, получим существенное ослабление КЭ. Ситуация в полной мере подобна той, когда вклад ρ -мезона исклю-

чается полностью ($g_\rho = 0$, случай δ на рис. 4). Остаточный КЭ, наблюдаемый в этом случае, связан с использованием самосогласованной процедуры. Этот эффект исчезает полностью, если использовать потенциал Вудса–Саксона в уравнении Дирака вместо проведения процедуры самосогласования.

4. Вклад ρ -мезона в V_{S0} не оказывает влияния на КЭ.

7. АТОМНОЕ ЯДРО КАК НЕЛИНЕЙНАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ФЕРМИ-СИСТЕМА

Спин-орбитальное взаимодействие является важной компонентой ядерной модели оболочек; отметим, что обсуждение ряда проблем спин-орбитального взаимодействия помимо отмеченных ранее работ проведено также в работах [98–103].

Релятивистское приближение Хартри с нелинейными членами по скалярному и векторному мезонным полям было очень успешным в качественном воспроизведении многих экспериментальных ядерных данных. До тех пор пока мы ограничиваем применение РПХ спиново-насыщенными ядрами или спиново-симметричной ядерной материей, модель работает на высоком уровне (см. также [4, 5]).

Для спиново-ненасыщенных ядер или ядер, далеких от долины устойчивости, тензорные силы в эффективном ядерном потенциале начинают играть критическую роль [1, 18]. Эта роль может быть исследована в полной мере на основе метода РХФ, в приближении РХ тензорные силы равны нулю. Важные усилия были предприняты за последние годы для того, чтобы в полной мере понять эту роль. Тензорные силы имеют специфический эффект на энергии одночастичных состояний ядер, в частности, они могут изменять систематически спин-орбитальные расщепления, вызывая в экстремальных случаях нарушение стандартной последовательности магических чисел или появление новых магических чисел.

В спиново-ненасыщенных ядрах пионы сильно влияют на спин-орбитальные расщепления, модифицируя структуру одночастичных спин-орбитальных потенциалов [1, 18]. Этот эффект приписывается тензорной силе, генерируемой пионами. Однако экспериментального значения псевдовекторной константы связи ($f_\pi^2/4\pi = 0,08$) для πN -вершины в РХФ спин-орбитальные расщепления в изотопических семействах могут демонстрировать слишком сильную зависимость расщепления от A [99]. Одним из результатов такого поведения является также появление нереалистических щелей в ядерной оболочечной модели в тяжелых ядрах, что ограничивает применение РХФ в стандартной форме [39].

В настоящем разделе мы перейдем к более подробному рассмотрению роли π -мезона в частности (и вообще изовекторных мезонов) в формировании

ядерного спин-орбитального потенциала, например роли тензорных сил, связанных в значительной мере с пионом. Подчеркнем, что эта проблема должна рассматриваться в полной мере в рамках релятивистского (самосогласованного) метода (Хартри–Фока), метод Хартри не дает возможности рассмотреть такую задачу.

Релятивистские расчеты для конечных ядер по методу Хартри–Фока были впервые проведены в работах [10, 18, 102]. В [10] схема приближенной релятивистской теории (ART) была предложена на базе мезонных (NN) потенциалов, чрезвычайно важная роль π -мезонов и тензорных сил в проблеме спин-орбитального взаимодействия была отмечена в [18]. В [104] расчеты проведены на примере скалярно-векторной модели нуклон-нуклонного взаимодействия; проведена процедура самосогласования в рамках этой модели; показано, что учет взаимодействия пионов с нуклонами в псевдоскалярном виде приводит к слишком большим величинам нуклонных собственных энергий. Важные результаты получены в работах [103–106], а полный перечень работ по методу РХФ можно найти в [4, 5].

Нелинейная версия метода РХФ получила полное развитие в работах [107–118].

В линейной теории РХФ основу составляет лагранжиан (8) и (9), такой же, который используется в схеме потенциалов однобозонного обмена.

Эффективный лагранжиан \mathcal{L} в РХФ задается в виде трех слагаемых: свободного лагранжиана \mathcal{L}_0 , лагранжиана взаимодействия \mathcal{L}_{int} , ответственного за взаимодействие нуклонов с различными мезонными полями, и нелинейного функционала потенциальной энергии U_{NL} , учитывающего самодействия мезонных полей, а также мезон-мезонные взаимодействия между мезонными полями φ и ω_μ , с одной стороны, и между мезонными полями φ и π , с другой*:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0(\psi, \varphi, \omega_\mu, \rho_\mu, \pi, A_\mu) + \mathcal{L}_{\text{int}}(\text{мезон-нуклон}) - U_{\text{NL}}(\text{мезон-мезон}). \quad (106)$$

Плотность свободного лагранжиана задается в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(\psi, \varphi, \omega_\mu, \rho_\mu, \pi, A_\mu) = & \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - M)\psi - \frac{1}{2}m_\sigma^2\varphi^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi) + \\ & + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\rho^\mu - \frac{1}{4}\mathbf{G}_{\mu\nu}\mathbf{G}^{\mu\nu} + \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi - m_\pi^2\pi^2) - \frac{1}{4}H_{\mu\nu}H^{\mu\nu}, \quad (107) \end{aligned}$$

*Учет самодействия мезонных полей (а также взаимодействия между различными полями) в процедуре РХФ приводит к перенормировке массы соответствующих мезонов, т. е. к перенормировке соответствующих мезонных пропагаторов в среде. Метод учета этих процессов в процедуре самосогласования РХФ подробно изложен в [109, 120].

где

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\nu \omega_\mu - \partial_\mu \omega_\nu, \quad \mathbf{G}_{\mu\nu} \equiv \partial_\nu \boldsymbol{\rho}_\mu - \partial_\mu \boldsymbol{\rho}_\nu, \quad H_{\mu\nu} \equiv \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu. \quad (108)$$

Здесь $M, m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ и m_π обозначают массы свободных нуклонов и σ -, ω -, ρ - и π -мезонов соответственно, в то время как $\psi, \varphi, \omega_\mu, \boldsymbol{\rho}_\mu$ и $\boldsymbol{\pi}$ представляют соответствующие полевые операторы (заметим, что $\boldsymbol{\rho}_\mu$ и $\boldsymbol{\pi}$ являются векторами в изоспиновом пространстве). Наконец, A_μ есть электромагнитное поле, включающее кулоновское взаимодействие между нуклонами.

Лагранжиан мезон-нуклонного взаимодействия в РХФ имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}(\text{мезон-нуклон}) = & -g_\sigma \bar{\psi} \varphi \psi - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - \frac{f_\omega}{2M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \partial_\mu \omega_\nu \psi - \\ & -g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\tau} \psi - \frac{f_\rho}{2M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \partial_\mu \boldsymbol{\rho}_\nu \cdot \boldsymbol{\tau} \psi + x_\pi i g_\pi \bar{\psi} \gamma_5 \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\tau} \psi + \\ & + (1 - x_\pi) \frac{f_\pi}{m_\pi} \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\mu \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\tau} \psi - e \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \tau_3) A_\mu \psi. \quad (109) \end{aligned}$$

Компоненты вектора $\boldsymbol{\tau}$ в изоспиновом пространстве представляют собой три стандартные матрицы Паули [4]. Для пионов используется смешанная псевдоскалярная-псевдовекторная модель [35, 118–120], где x_π — параметр смешивания, f_π — пустотная константа связи пионов с нуклонами ($f_\pi^2/4\pi \sim 0,08$). Эта модель была впервые введена в рассмотрение в работе [35] при обсуждении проблемы устойчивости релятивистской ядерной материи относительно пионной конденсации.

В уравнении (109) введена в рассмотрение тензорная связь ω - и ρ -мезонов с нуклонами потому, что соответствующие компоненты лагранжиана дают вклад в тензорные силы (наряду с π -мезонами), см. приложение 3. Однако $|f_\omega/2g_\omega| \ll |f_\rho/2g_\rho|$ [35, 4]. По этой причине в дальнейшем полагаем $f_\omega/2g_\omega = 0$, где f_ω и f_ρ — константы тензорной связи ω - и ρ -мезонов с нуклонами, а g_ω и g_ρ — соответствующие константы векторной связи [1, 4].

Нелинейный функционал имеет следующую форму:

$$\begin{aligned} U_{\text{NL}} = & \frac{1}{3} \bar{b} M (g_\sigma \varphi)^3 + \frac{1}{4} \bar{c} (g_\sigma \varphi)^4 + \bar{d} M g_\sigma \varphi g_\omega^2 \omega_\nu \omega^\nu - \\ & - \frac{1}{4} \bar{e} (g_\sigma \varphi)^2 g_\omega^2 \omega_\nu \omega^\nu - \frac{1}{4} \bar{f} (g_\omega^2 \omega_\nu \omega^\nu)^2 + \frac{1}{2} m_\pi^2 \zeta(\varphi) \boldsymbol{\pi}^2, \quad (110) \end{aligned}$$

где $\bar{b}, \bar{c}, \bar{d}, \bar{e}$ и \bar{f} есть безразмерные параметры (подробности см. в [41]), а $\zeta(\varphi)$ есть феноменологическая функция φ , которая определяется из требования модели. В практических расчетах до настоящего времени учитывались компоненты U_{NL} в уравнении (110) с $\bar{d} = \bar{e} = \bar{f} = 0$ [110, 111, 115]. Существенным для расчетов с учетом тензорных сил пионов является последнее слагаемое в уравнении (110).

Расчеты в рамках РХФ-метода проводились с учетом спаривания Бардина–Купера–Шриффера. Отметим, что в работах [122] и [123, 124] рассматривались два других метода РХФ.

Уравнения Лагранжа–Эйлера для нуклонов и мезонных полей могут быть получены стандартным путем на основе введенного лагранжиана. Для нуклонов получается уравнение Дирака

$$\left[-i\gamma^\mu \partial_\mu + M + g_\sigma \varphi + g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu + g_\rho \gamma^\mu \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\tau} - x_\pi i g_\pi \gamma_5 \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\tau} - (1 - x_\pi) \frac{f_\pi}{m_\pi} \gamma_5 \gamma^\mu \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\tau} + \dots \right] \psi = 0. \quad (111)$$

Уравнение для φ -поля имеет вид

$$(\square + \hat{m}_\sigma^{*2})\varphi = -g_\sigma \bar{\psi} \psi, \quad (112)$$

где оператор эффективной массы скалярного мезона \hat{m}_σ^* зависит от φ - и ω_μ -полей и определяется следующим уравнением:

$$\hat{m}_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + \frac{\partial U_{\text{NL}}}{\varphi \partial \varphi}. \quad (113)$$

Чтобы упростить нашу модель, линеаризуем уравнение (112) для φ -поля, следуя приближению, введенному в работе [41]. Заменяем в операторе \hat{m}_σ^{*2} поля φ , ω_μ и $\boldsymbol{\pi}$ их математическим ожиданием по основному состоянию, $\langle \varphi \rangle$, $\langle \omega_0 \rangle$, $\langle \omega_i \rangle = 0$ ($i = 1, 2, 3$) соответственно, а $\langle \boldsymbol{\pi} \rangle = 0$ (отметим, что чувствительность первых пяти членов в U_{NL} позволяет, в принципе, учесть феноменологически часть вклада, пропорциональную π^2). Тогда уравнение (112) можно аппроксимировать следующим уравнением:

$$(\square + m_\sigma^{*2})\varphi = -g_\sigma \bar{\psi} \psi, \quad (114)$$

где

$$m_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + \bar{b} g_\sigma^2 M(g_\sigma \langle \varphi \rangle) + \bar{c} g_\sigma^2 (g_\sigma \langle \varphi \rangle)^2 + \bar{d} g_\sigma^2 M \frac{(g_\omega \langle \omega_0 \rangle)^2}{g_\sigma \langle \varphi \rangle} - \frac{1}{2} \bar{e} g_\sigma^2 (g_\omega \langle \omega_0 \rangle)^2. \quad (115)$$

Эффективная масса m_σ^* может мало отличаться от m_σ для малых плотностей, но существенно отличаться от m_σ внутри ядра. Уравнения, подобные (114), могут быть выписаны и для ω_μ -компонент [41] (такая развитая система нелинейностей допускается при описании наблюдаемых одночастичных спектров).

Полевое уравнение для пионов может быть записано в виде

$$(\square + m_\pi^{*2})\boldsymbol{\pi} = x_\pi i g_\pi \bar{\psi} \boldsymbol{\tau} \gamma_5 \psi - (1 - x_\pi) \frac{f_\pi}{m_\pi} \partial^\mu (\bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \psi), \quad (116)$$

где эффективная масса пиона m_π^* получается из

$$m_\pi^{*2} = m_\pi^2(1 + \zeta\langle\varphi\rangle), \quad (117)$$

В киральных моделях [4, 124] πN -взаимодействия функция $\zeta\langle\varphi\rangle$ содержит различные степени поля φ , например, $\sim \pi^2\varphi^2$ (см. [4]). Кроме того, поляризационные эффекты, наведенные пионами в среде, включают зависящий от плотности вклад в m_π^* , который может существенно ее увеличить [35, 4] по сравнению с массой свободного пиона m_π . В работе [113] величина $\zeta\langle\varphi\rangle$ рассматривается как феноменологическая функция. Результаты, полученные в [98, 123, 124], показывают, что эффективное NN -взаимодействие, генерируемое пионами, в среде внутри ядра слабее, чем в свободном пространстве, иначе вариации спин-орбитальных расщеплений, вычисляемых для разных A в любом семействе изотопов, могут быть слишком сильными, принося неадекватную замкнутость оболочек [115].

В [112, 113] функция $\zeta\langle\varphi\rangle$ выбирается в виде

$$\zeta\langle\varphi\rangle = \bar{p}_1 \left[1 - \exp\left(\frac{\bar{p}_2\langle g_\sigma\langle\varphi\rangle\rangle}{m_\pi c^2}\right) \right], \quad (118)$$

где \bar{p}_1 и \bar{p}_2 — подгоночные параметры, символ $\langle \rangle$ означает среднее значение по основному состоянию; также следует иметь в виду, что $g_\sigma\langle\varphi\rangle$ есть отрицательная величина.

Одним из наиболее важных шагов в изучении атомных ядер было открытие ядерных магических чисел. Несмотря на огромный успех, который сыграл спин-орбитальный потенциал в объяснении замкнутых оболочек и подоболочек в долине ядерной стабильности, имеет место давно существующее противоречие в его адекватности вблизи drip-line.

В частности, в работах [110, 112–115, 107–109] детально исследуется эволюция структуры ядерных оболочек в рамках зависящей от плотности релятивистской теории РХФ (при этом зависимость от плотности реализуется либо через константу связи f_π , как это делается в работах [106–108], либо через массу пиона [107, 109–114, 116, 123]).

Большой успех в течение последних 15 лет был достигнут РХ-теорией не только в стабильных ядрах, но также и в экзотических областях. Особый интерес состоит в том, что релятивистская теория среднего поля обеспечивает естественный механизм для объяснения спин-орбитальных расщеплений одночастичных уровней, отмеченный выше. Эта черта РХ-теории становится особенно важной в связи с экспериментальным наблюдением того, что ядра вблизи линий напыления претерпевают изменения своей оболочечной структуры, когда спин-орбитальный потенциал должен играть особенно существенную роль.

Однако РХ-теория не является адекватной схемой для изучения процессов, связанных с пионами, так как в РХ-теории фоковские (обменные) вклады в соответствии с характером РХ-приближения выведены из игры, в то время как хартриевские (прямые) матричные элементы (связанные с пионами) равны нулю в силу сохранения четности в сферических и аксиально-деформированных ядрах. Недавний РХФ-метод (зависящий от плотности) описания ядерной структуры принес новую возможность рассмотрения этой проблемы [107, 109–114, 116, 123].

Расчеты в релятивистском приближении среднего поля дают результаты энергий связи стабильных ядер с высокой степенью точности. В этом случае энергии связи (а также энергии отделения и зарядовые радиусы) воспроизводятся для всех ядер с точностью, более высокой чем один процент, а расчеты проводятся с минимальным числом подгоночных параметров, имеющих четкий физический смысл (массы некоторых мезонов, константы связи и параметры нелинейностей, используемых в теории) [4]. На данном этапе расчеты для стабильных ядер остаются далеко в прошлом.

В настоящее время особенный интерес представляют расчеты физических свойств различных изотопических цепочек [109–114, 117]. Приведем некоторые результаты, полученные в [109], где использовались физические значения масс $M = 939$ МэВ, $m_\omega = 783$ МэВ, $m_\rho = 770$ МэВ. Эти расчеты проводились в рамках формализма РХФ с учетом тензорных сил и эффективных пионов (эффективными мы называем пионы с зависящей от плотности массой или константой связи). Значение g_ρ выбиралось для получения правильного значения энергии симметрии. Величины параметров для различных моделей приведены в табл. 7. В ней используется более простая маркировка моде-

Таблица 7. Величины подгоночных параметров ($m_\sigma, g_\sigma, g_\omega, g_\rho, \bar{b}, \bar{c}$), используемых в наших моделях

Модель	m_σ МэВ	$g_\sigma^2/4\pi$	$g_\omega^2/4\pi$	$g_\rho^2/4\pi$	$\bar{b} \times 10^3$	$\bar{c} \times 10^3$
ПВа	443,28	5,3215	10,393	0,72	-4,361	-7,257
ПВе	441,57	4,9822	9,3441	0,62	-5,497	-9,308
ПВе'	441,72	5,0154	9,5096	0,67	-5,260	-8,948
ПВс'	441,85	5,0898	9,7595	0,69	-4,970	-8,366

Примечание. Для пиона при проведении расчетов выбрана величина $f_\pi^2/4\pi \simeq 0,076$, соответствующая константе πN псевдоскалярной связи $g_\pi^2/4\pi = 14$. Модель ПВа включает вклад тензорных сил полностью. В моделях ПВе и ПВе' вклад тензорной силы устранен полностью с использованием метода, развитого в [113, 123, 124]. В модели ПВс' сохранена примерно 1/3 пионной тензорной силы (ПТС) [113, 123, 124].

лей, чем в [113, 114]. Обозначение ПВ соответствует чисто псевдовекторной связи, принятой нами для πN -вершины.

В расчетах предполагалась сферическая симметрия рассмотренных ядер. Парные корреляции учитывались в [112–114, 124] в БКШ-приближении. Парные интенсивности для нейтронов и протонов выбирались так, что они обеспечивали подходящее приближение для щели и энергии связи одновременно для рассмотренных ядер. БКШ-уравнения были решены самосогласованно в рамках РХФ-метода, так что спаривательная щель и энергия связи получались в процессе расчета.

Нейтронные одночастичные уровни энергии для спиново-ненасыщенного по нейтронам и протонам ядра ^{56}Ni указаны на рис. 5 для параметризаций, приведенных в табл. 7. Протонный спектр ведет себя так же, как и нейтронный. Отметим, что ослабление тензорной силы влияет на итоговые спин-орбитальные расщепления ожидаемым образом [113, 123, 124]. Модель PVC' , удерживающая 1/3 ПТС, дает лучший результат для тяжелых ядер [110], чем для ядра ^{56}Ni , что требует вклада ПТС несколько большей величины, чтобы получить экспериментальное $\nu 1f$ SO-расщепление и щель при $N = 28$. Влияние тензорной силы на $\nu 1p$ - и $\nu 1d$ -спин-орбитальные расщепления оказывается сильным, но экспериментальные данные, с которыми можно было бы сравнить результат, отсутствуют. Модели PVe и PVe' показывают, что оба метода ослабления тензорного вклада дают похожие результаты.

Анализ данных с помощью оболочечной модели (см. [110, 113]) позволяет получить представление о влиянии вклада ПТС на эволюцию $\pi 1d$ SO-расщепления при переходе от ядра ^{34}Si к ядру ^{42}Si путем добавления $1f_{7/2}$ нейтронов. Сферически-симметричное описание даже для некоторых из рас-

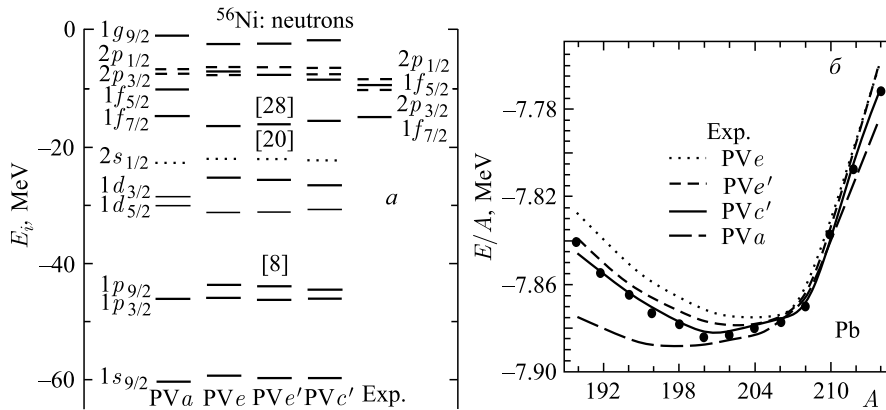


Рис. 5. а) Спектр уровней E_i ядра ^{56}Ni ; б) энергия связи на частицу E/A изотопической цепочки ядра ^{208}Pb

смотренных ядер, конечно, является сильным предположением, но оно позволяет нам более легко понять роль тензорной силы как таковой в рамках РХФ-теории. Более подробное обсуждение этих вопросов можно найти в работах [110, 113].

В заключение отметим, что в работах [110, 112–114, 117, 124] выполнен большой объем исследований свойств атомных ядер в рамках метода РХФ. Получено хорошее воспроизведение КЭ; указаны методы устранения нереалистических эффектов тензорных сил пионов в задачах, связанных с одночастичными спектрами, спин-орбитальными расщеплениями, и в расчетах наблюдаемых магических оболочек (устранение искусственных магических чисел). Для расчетов энергий связи, энергий отделения и зарядовых радиусов релятивистская теория требует небольшое число подгоночных параметров, имеющих четкий физический смысл. Однако для воспроизведения одночастичных спектров и получения правильных магических оболочек по всей периодической таблице требуется более изощренная теория.

Отметим, что эффекты аналогичного типа проявляются также для функционала Скирма при добавлении тензорной компоненте [125]; однако проблема пиона в контексте изучения природы тензорной силы в ядерной структуре была отмечена и исследована в релятивистском подходе значительно раньше [18], чем в подходе с использованием энергетического функционала Скирма [125].

8. ВАЖНЕЙШИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ. ТЕНДЕНЦИИ. ВЫВОДЫ*

В заключение отметим следующие основные направления развития релятивистской теории атомного ядра за последние 50 лет.

1. Механизм спин-орбитального взаимодействия (правильной величины и знака). Роль обменных (фоковских) матричных элементов. Роль тензорных сил в оболочечной структуре ядра [9–11, 18, 26, 33].

2. Релятивистский механизм насыщения (см. результаты разд. 3 настоящего обзора, а также [4, 26, 126–161]).

3. Ультрарелятивистский механизм Я. Б. Зельдовича для уравнения состояния [7].

4. Проблема одночастичных магнитных моментов ядер (в теории с малой величиной эффективной массы нуклона) [4, 148–150].

5. Феномен псевдоспиновой симметрии [63, 70, 72, 74–76]. Обсуждается роль тензорных сил в проблеме ПСС [130].

*В настоящем разделе указаны только наиболее существенные ссылки. Это сделано для удобства читателей. Более подробный перечень публикаций указан в основном массиве данного обзора.

6. Энергетическая зависимость вещественной части оптического потенциала [90, 4].

7. Поляризация явления для промежуточных энергий в релятивистском импульсном приближении ([4] и ссылки в ней).

8. Кинк-эффект — излом среднеквадратичных зарядовых радиусов для различных изотопических цепочек [89, 96–98, 107, 112, 113].

9. Устойчивость релятивистской ядерной материи относительно пионной конденсации [35].

10. Релятивистский формализм дает единое описание взаимодействия с ядрами как нуклонов, так и антипротонов, пионов, гиперонов и каонов [19, 20, 4].

11. Описание основных состояний атомных ядер в широком диапазоне A , включая релятивистскую трактовку спаривания (методы БКШ и ХФБ), на основе релятивистских методов Хартри и Хартри–Фока [4, 5, 9, 10, 18, 32, 39, 41, 95, 105–110, 112–114, 116, 117, 131, 132].

12. Успешное описание основных состояний атомных ядер в рамках релятивистской самосогласованной теории определяет подходящий базис для описания возбужденных состояний ядер (нормальной четности, продольных и поперечных, а также аномальной четности в рамках релятивистской версии приближения случайной фазы или в рамках метода Хартри, зависящего от времени) (см. работы [4, 133–134], ссылки в них, а также [135–137]).

13. Важное значение в релятивистской теории имеет учет корреляций, т. е. выход за рамки одночастичного приближения. Подробное обсуждение релятивистской версии теории Бракнера–Хартри–Фока приведено в [4], в этой же работе дается большое количество ссылок на публикации в этой области.

14. Исследованы существенные особенности пион-нуклонного взаимодействия в ядерной среде (зависимость от плотности массы пиона, пион-нуклонной константы связи, псевдоскалярная и псевдовекторная формы связи пионов с нуклонами и т. д.) в рамках релятивистской самосогласованной теории Хартри–Фока (см. разд. 7 настоящего обзора). Утяжеление пиона в среде отмечалось впервые в работе [35] в связи с проблемой устойчивости ядерной материи относительно пионной конденсации.

15. Важные результаты получены в рамках релятивистской теории атомного ядра, включая многочисленные свойства ядер в различных регионах: от стабильных ядер [130–134] до нестабильных [139–141], от очень легкого гало-ядра ${}^{11}\text{Li}$ [131] до супертяжелых ядер ${}^{288}115$ [142]; от нейтронных (протонных) шкур [143] до протонных эмиттеров [144]; а также многие успешные приложения в других областях ядерной физики, включая идентичные полосы в супердеформированных ядрах [145], коллективные мультипольные возбуждения [146], гиперядра [147], а также нейтронные звезды и сверхновые [151–161].

16. Исследования следов и симметрий КХД в структуре атомных ядер:

а) киральная симметрия [4, 139, 140],

б) векторная доминантность [3, 36, 37],

в) векторные ядерные поля (векторные-изоскалярные, векторные-изовекторные, аксиально-векторные, электромагнитное) как калибровочные [142–144].

Основной вывод: атомное ядро представляет собой нелинейную релятивистскую ферми-систему, а релятивистская теория является мощным, элегантным и адекватным аппаратом для описания его свойств.

17. Что касается экстраполяции на сверхтяжелые элементы (СТЭ) моделей среднего поля (хорошо подогнанных по средним и тяжелым ядрам), то можно сказать, что из-за высокой плотности уровней у СТЭ малые вариации плотности одночастичных уровней (в силу различия предсказаний спин-орбитальных расщеплений в различных моделях) могут в итоге иметь сильное влияние на результат предсказания магичности. Спин-орбитальная сила является тем самым критическим ингредиентом моделей ядерной структуры (в приближении среднего поля), особенно при переходе к экстраполяциям на сверхтяжелые ядра. Если сравнить результаты релятивистских и нерелятивистских моделей в приближении среднего поля, то данные по нерелятивистским моделям систематически дают большие отклонения. Тем самым большую мотивацию для использования теоретических предсказаний имеют именно релятивистски обоснованные модели. Общий недостаток моделей приближения среднего поля — так называемые искусственные замкнутые оболочки, индуцированные в значительной мере малыми значениями эффективных релятивистской M^* и нерелятивистской $M_{\text{НР}}^*$ нуклонных масс (которые приводит также к большей, чем это необходимо, степени вырожденности псевдоспиновых партнеров [156–158]).

В течение последних лет развитие метода радиоактивных ионных пучков (РИП) привело к появлению новой области ядерной физики — экзотическим ядрам, которая существенно изменила представления о природе ядра как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения. Для таких ядерных систем с экстремальным отношением N/Z систематика эволюции оболочечной структуры имеет особое значение не только для стабильности самой по себе, но также для правильного и приемлемого описания ее экзотических мод — гало-ядер [159–161].

В рамках релятивистской теории Хартри–Фока–Боголюбова с мезон-нуклонными константами, зависящими от плотности, в работе [161] изучались ядерные гало-явления, имеющие место в изотопах Се, сопутствующее сохранение ПСС, а также роль обменных (фоковских) членов. Наряду с традиционными обнаружены также гигантские гало в drip-line изотопов церия. Также установлено, что стабильность нейтронных гало-структур неразрывно связана с сохранением ПСС в протонной системе. Фоковские члены (в част-

ности, связанные с тензорными силами ρ -мезона) дают существенный вклад в $T = 0$ -канале, это поддерживает идею о связи нейтронных гало-структур с сохранением ПСС в протонной системе.

Автор признателен В. Н. Фоменко, Б. Л. Бирбраиру и С. Маркосу за содружество, а также признателен рецензенту обзора за очень полезные замечания.

Приложение 1 ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И МАТРИЦЫ ДИРАКА

Четырехмерные тензориальные индексы обозначаются греческими буквами $\mu, \gamma, \delta, \dots$, которые могут иметь значения, равные 0, 1, 2, 3. Пространственно-временная метрика определяется метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ ($g_{00} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1$). Координаты 4-вектора имеют следующий порядок: $A^\mu = (A^0, A^1, A^2, A^3)$. Координаты 3-мерного вектора обозначаются латинскими буквами, например:

$$\mathbf{A} = (A^1, A^2, A^3) = \{A^i\}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{П1.1})$$

Контрвариантные (A^μ) и ковариантные (A_μ) координаты 4-вектора связаны следующим соотношением:

$$A_\mu = g_{\mu\nu} A^\nu, \quad (\text{П1.2})$$

где предполагается суммирование по повторяющимся индексам в правой части этого уравнения, а $g_{\mu\nu}$ — 4-мерный метрический тензор [4]. Четырехмерное скалярное произведение определяется как

$$A_\mu B^\mu = A_0 B_0 - \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \quad (\text{П1.3})$$

$$x^2 = x_\mu x^\mu = t^2 - \mathbf{x}^2. \quad (\text{П1.4})$$

Операторы для вычисления производных по четырехмерным координатам даются следующим образом:

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu}, \quad (\text{П1.5})$$

$$\square \equiv \frac{\partial}{\partial x_\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x^\mu}. \quad (\text{П1.6})$$

Используем стандартное представление матриц Дирака:

$$\{\gamma^i\} = \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (\text{П1.7})$$

$$\beta = \gamma^0 = \gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad (\text{П1.8})$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П1.9})$$

Поскольку гамильтониан Дирака должен быть эрмитовым, имеем $\alpha^+ = \alpha$, $\beta^+ = \beta$, а также

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{П1.10})$$

Следует подчеркнуть, что некоторые авторы используют в качестве матрицы γ_5 матрицу (П1.10), умноженную на « i ». Далее

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu], \quad \sigma_{\mu\nu} = -\sigma_{\nu\mu}, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3, \quad (\text{П1.11})$$

где 1 есть 2×2 единичная матрица, а σ есть 2×2 спиновая матрица Паули, так что

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma_y &= \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma_z &= \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{П1.12})$$

Правила оперирования с матрицами Дирака полностью определяются коммутационными соотношениями. Некоторые из этих соотношений, полезных в практических вычислениях, приведены ниже. Все пары различных матриц γ^μ антикоммутируют:

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad (\text{П1.13})$$

в то время как квадрат каждой из них дается следующими величинами:

$$(\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1, \quad (\gamma^0)^2 = 1. \quad (\text{П1.14})$$

Матрица γ^0 — эрмитова, в то время как все γ -матрицы являются антиэрмитовыми:

$$\gamma^+ = -\gamma, \quad \gamma^{0+} = \gamma^0. \quad (\text{П1.15})$$

Следующее свойство выполняется также для матрицы γ^μ : $(\gamma^\mu)^+ = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0$. Отметим, что все матрицы α, β антикоммутируют:

$$\alpha_i\alpha_\kappa + \alpha_\kappa\alpha_i = 2\delta_{i\kappa}, \quad (\text{П1.16})$$

$$\beta\alpha + \alpha\beta = 0. \quad (\text{П1.17})$$

Все они — эрмитовы матрицы.

Легко видеть также, что

$$\gamma^5\gamma^\mu + \gamma^\mu\gamma^5 = 0, \quad (\gamma^5)^2 = 1, \quad (\text{П1.18})$$

$$\alpha\gamma^5 - \gamma^5\alpha = 0, \quad \beta\gamma^5 + \gamma^5\beta = 0, \quad (\text{П1.19})$$

$$(\gamma^5)^+ = \gamma^5, \quad [\gamma_5, \sigma_{\mu\nu}] = 0. \quad (\text{П1.20})$$

Отметим, что имеется 16 линейно независимых матриц Γ_A , включая следующие:

$$I; \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}. \quad (\text{П1.21})$$

Любая 4×4 матрица X может быть представлена как комбинация этих матриц

$$X = \sum_{A=1}^{16} x_A \Gamma_A, \quad (\text{П1.22})$$

где

$$x_A = \frac{1}{4} \text{Tr} (X \Gamma_A), \quad (\text{П1.23})$$

а релятивистский оператор четности определяется как

$$P = \gamma^0 P_{\text{NR}}, \quad (\text{П1.24})$$

где P_{NR} — нерелятивистский оператор четности [4, 7]. Релятивистский оператор обращения времени имеет вид

$$T = i \begin{pmatrix} \sigma_y & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{pmatrix} K, \quad (\text{П1.25})$$

где K — оператор комплексного сопряжения.

Приложение 2 СТРУКТУРА ПОТЕНЦИАЛОВ ОВЕР В v^2/c^2 -ПРИБЛИЖЕНИИ

Процедура получения ОВЕР в координатном представлении включает два приближения: а) используется адиабатическое приближение и б) игнорируются эффекты запаздывания. В рамках этих приближений получается уравнение (10), имеющее точность порядка v^2/c^2 (где v — скорость движения нуклонов, а c — скорость света). При этом в уравнении (10) $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ есть радиус-вектор, соединяющий два нуклона, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{12} = (1/2)(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)$ — относительный импульс двух нуклонов, $\boldsymbol{\ell} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ — относительный момент импульса, $\mathbf{S} = (1/2)(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$ — оператор суммарного спина двух нуклонов, а $S_{12} = [(3/r^2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}) - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2]$ является тензорным оператором двух нуклонов. Структура функций $V_c(r), V_\sigma(r), V_{\text{LS}}(r), V_T(r), V_\Delta(r), V_\nabla(r)$ определяется пространственно-временными трансформационными свойствами мезонов обмена [4]. Скалярные мезоны:

$$V_c(r) = Y_c^s(r) + \frac{a^2(\nabla^2 Y_c^s(r))}{4}, \quad (\text{П2.1})$$

$$V_\sigma(r) = 0, \quad V_T(r) = 0, \quad (\text{П2.2})$$

$$V_{\text{LS}}(r) = -\frac{1}{2} a^2 \frac{1}{r} \frac{dY_c^s}{dr}, \quad (\text{П2.3})$$

$$V_{\Delta}(r) = a^2 Y_c^s(r), \quad (\text{П2.4})$$

$$V_{\nabla}(r) = a^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} Y_c^s(r). \quad (\text{П2.5})$$

Векторные мезоны:

$$V_c(r) = -Y_c^V(r) - \frac{1}{2} a^2 \frac{f}{g} \{ \nabla^2 Y_c^V(r) \}, \quad (\text{П2.6})$$

$$V_{\sigma}(r) = -\frac{1}{6} a^2 \left(1 + \frac{f}{g} \right)^2 \{ \nabla^2 Y_c^V(r) \}, \quad (\text{П2.7})$$

$$V_{\text{LS}}(r) = -\frac{3}{2} a^2 \left(1 + \frac{4f}{3g} \right) \frac{1}{r} \frac{dY_c^V(r)}{dr}, \quad (\text{П2.8})$$

$$V_T(r) = \frac{1}{2} a^2 \left(1 + \frac{f}{g} \right)^2 r \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dY_c^V(r)}{dr} \right), \quad (\text{П2.9})$$

$$V_{\Delta}(r) = a^2 Y_c^V(r), \quad (\text{П2.10})$$

$$V_{\nabla}(r) = a^2 \frac{1}{r} \frac{dY_c^V(r)}{dr}. \quad (\text{П2.11})$$

Псевдоскалярные мезоны:

$$V_c(r) = V_{\text{LS}}(r) = V_{\Delta}(r) = V_{\nabla}(r) = 0, \quad (\text{П2.12})$$

$$V_{\sigma}(r) = -\frac{1}{12} a^2 \{ \nabla^2 Y_c^{\text{PS}}(r) \}, \quad (\text{П2.13})$$

$$V_T(r) = -\frac{1}{12} a^2 r^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{dY_c^{\text{PS}}(r)}{dr} \right). \quad (\text{П2.14})$$

В уравнениях, приведенных выше, $a^2 = 1/M^2$, скобки $\{ \}$ обозначают, что ∇^2 действует только на функции внутри этих скобок. Если обмен осуществляется изовекторным мезоном, то каждый из операторов V_i ($i = \sigma, \text{LS}, \nabla, \Delta, T$) умножается на $\tau_1 \cdot \tau_2$; отметим, что общая структура оператора NN -взаимодействия определяется с помощью уравнений (10), (11).

Следует отметить, что в статическом пределе ($v/c \rightarrow 0$) потенциал взаимодействия двух нуклонов сводится к очень простой форме

$$V_S = Y_c^S(r), \quad V_V = -Y_c^V(r), \quad V_{\text{PS}} = 0, \quad (\text{П2.15})$$

при этом оператор V_{tot} (см. уравнение (10)) представляется в виде суммы статической части (П2.15) (не зависящей от скорости) и релятивистских поправок порядка v^2/c^2 . Оператор (10) имеет такую структуру, что для каждого

типа мезона и для заданных величин g, f, m и Λ все релятивистские поправки (спин-орбитальные и тензорные силы, в частности) однозначно определяются статической частью соответствующего ОВЕР и не требуют дополнительных подгоночных параметров при использовании этого оператора в расчетах нуклон-нуклонного рассеяния или в многонуклонной задаче.

Все PVS-модели (т. е. модели с обмeнами псевдоскалярными, векторными и скалярными мезонами) содержат комбинации скалярного и векторного потенциалов с компенсацией в значительной мере очень сильного притягивающего (порожденного скалярным мезоном) потенциала и несколько менее сильного отталкивающего (генерируемого векторным мезоном ω) статического члена, так что результирующий (притягивающий) статический потенциал сравнительно слабый. Эта комбинация также приводит к важному усилению роли релятивистских эффектов в нуклон-нуклонном взаимодействии даже при низких энергиях.

Приложение 3 ТЕНЗОРНЫЕ СИЛЫ КАК РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПОПРАВКА

Тензорный потенциал является нецентральной компонентой NN -взаимодействия. Потенциалы ОВЕР, введенные выше, включают статическую компоненту (не зависящую от v/c) и релятивистские поправки (порядка v^2/c^2). Тензорные силы представляют одну из релятивистских поправок. В общем виде этот потенциал можно представить следующим образом:

$$V_{\text{tens}}(r) = [V_T^0(r) + V_T^r(r) \cdot \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2] S_{12},$$

где

$$S_{12} = \frac{3}{r^2} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{r}) - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2, \quad (\text{ПЗ.1})$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2.$$

Как отмечалось в приложении 2, для скалярных мезонов $V_{\text{tens}}(r) = 0$; для ω -мезонов $V_T^r = 0$, $V_T^0 \neq 0$; для ρ -мезонов $V_T^0 = 0$, $V_T^r \neq 0$; для π -мезонов $V_T^0 = 0$, $V_T^r \neq 0$. В тексте статьи мы ограничились рассмотрением тензорных сил, порожденных только пионом, так как он обладает самой большой константой связи и самой маленькой массой. По этой причине радиальная часть тензорных сил для пиона обозначалась нами в тексте статьи $V_T(r)$ для краткости.

Тензорные силы не влияют на свойства ядерной материи. С другой стороны, хорошо и давно известно, что роль тензорных сил существенна при описании NN -рассеяния и свойств дейтрона. Значительно позднее выяснилось, что тензорные силы играют важную роль при воспроизведении спин-орбитальных расщеплений ядер по методу Хартри–Фока и при реализации

самосогласованной процедуры Хартри–Фока. (В методе Хартри тензорные силы не дают вклада в задачах ядерной структуры.) В приближении короткодействия соответствующий оператор может быть представлен в виде

$$V_{\text{tens}} = [v_T^0 + v_T^\tau \cdot \tau_1 \cdot \tau_2] \frac{\delta(\mathbf{r})}{r^2} S_{12}. \quad (\text{ПЗ.2})$$

Центральная часть NN -связи через π -мезон всегда притягивающая. В результате она обеспечивает простое монотонное поведение и слабую изоспиновую зависимость. На первый взгляд, тензорная компонента π -мезона имеет более сложный вид, однако можно обнаружить следующие закономерности:

- изоспиновая зависимость матричных элементов определяется вероятностями заполнения валентных орбит протонов;
- тензорная π -связь является притягивательной для $(j_<, j_>)$ -конфигураций, в то время как она является отталкивательной для $(j_>, j_>)$ - и $(j_<, j_<)$ -конфигураций;
- величина матричного элемента тензорного взаимодействия пропорциональна кратности вырождения $(2j + 1)$ рассматриваемой орбиты.

Отметим, что тензорные силы генерируются π - и ρ -мезонами; эти тензорные силы являются изовекторными. Для ρ -мезонов особенно существен вклад так называемой тензорной связи (f/g). Тензорные силы, создаваемые π - и ρ -мезонами, различаются знаком. Тензорные силы генерируются также ω -мезонами (изоскалярные тензорные силы). Эта компонента тензорных сил менее значительна в ядерной структуре.

Приложение 4

Существуют три метода учета нелинейностей в релятивистских самосогласованных теориях (как РХ, так и РХФ), которые применяются в расчетах сферических, деформированных ядер (а также ядерной материи).

- Введение самодействия различных мезонных полей ($\varphi^3, \varphi^4, \omega^4, \dots$) и/или взаимодействия между различными бозонными полями ($\varphi\omega^2, \varphi^2\omega^2, \pi^2\varphi^2, \dots$). В историческом плане это был первый пример включения нелинейностей в самосогласованную теорию Хартри. Позднее эта процедура была расширена также и на релятивистский метод Хартри–Фока. Этот метод рассмотрения нелинейностей эквивалентен введению эффективной мезонной массы (т.е. модификации мезонного пропагатора в среде [162, 163]).

- Введение зависящих от плотности среды констант связи g_i ($i = \varphi, \omega, \rho, \dots$). Впервые процедура проведения метода РХ с константами связи, зависящими от плотности, была выполнена в работе [164], а затем реализована в работе [165] (и многих других) в РХФ-теории.

• Нелинейный лагранжиан Богути и Бодмера в приближении нулевого радиуса действия ($\varphi = -g_\sigma/m_\sigma^2 \bar{\psi}\psi$) имеет вид (см. приложение 6)

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{3}g_2 \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2}\right)^2 (\bar{\psi}\psi)^3 + \frac{1}{4}g_3 \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2}\right)^4 (\bar{\psi}\psi)^4. \quad (\text{П4.1})$$

Учет обменных (фоковских) матричных элементов для этого оператора был выполнен с помощью преобразования Фирца в точной форме в работе [110].

Учет нелинейностей в РХ- и РХФ-теориях представляется очень важным элементом самосогласованного описания. Именно по этой причине теория атомного ядра, представленная в настоящем обзоре, является нелинейной самосогласованной теорией (ферми-системы).

Приложение 5

ЭФФЕКТИВНАЯ МАССА МЕЗОНОВ. ДИАГРАММЫ ФЕЙНМАНА

Если к линейному лагранжиану \mathcal{L}_W (35) добавить нелинейные слагаемые

$$U = -U_\varphi + U_\omega + U_\rho(\rho_\mu) = \frac{1}{3}g_2\varphi^3 + \frac{1}{4}g_3\varphi^4 - \frac{1}{4}c_3(\omega_\mu\omega^\mu)^2 - \frac{1}{4}d_3(\rho_\mu\rho^\mu)^2 \quad (\text{П5.1})$$

(где g_2, g_3, c_3 и d_3 есть константы), то уравнения Клейна–Гордона для φ, ω_0 и ρ_0^3 вместо m_σ^2, m_ω^2 и m_ρ^2 будут содержать следующие слагаемые для эффективных масс соответствующих мезонов:

$$m_\sigma^{*2}(r) = m_\sigma^2 + g_2\varphi + g_3\varphi^2, \quad (\text{П5.2})$$

$$m_\omega^{*2}(r) = m_\omega^2 + c_3\omega_0^2, \quad (\text{П5.3})$$

$$m_\rho^{*2}(r) = m_\rho^2 + d_3(\rho_0^3)^2, \quad (\text{П5.4})$$

из которых следует, что учет самодействия мезонных полей приводит в приближении среднего поля к перенормировке масс соответствующих мезонов в среде (в уравнении (П5.4) ρ_0^3 означает третью (незаряженную) изотопическую составляющую левой компоненты ρ -мезонного поля нуклонов в среде).

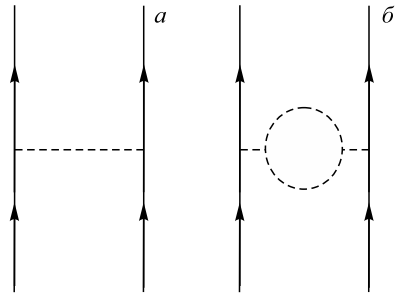


Рис. 6. а) Пустотный пропагатор типа Юкавы; б) средний пропагатор при учете самодействия ($\sim \varphi^3$)

На языке диаграмм Фейнмана учет самодействия скалярного поля $\sim \varphi^3$ соответствует учету диаграмм вида рис. 6. В данном обзоре в дальнейшем рассматриваются следующие типы самодействия мезонных полей: $\varphi^3, \varphi^4, \omega^4, \varphi\omega^2, \varphi^2\omega^2, \pi^2\varphi^2$ и $\pi^2\omega^2$. Эта процедура реализуется в рамках схемы, рассмотренной в настоящем приложении.

Приложение 6 МЕТОД ЭФФЕКТИВНОЙ МЕЗОННОЙ МАССЫ

Рассмотрим нелинейный лагранжиан с самодействием скалярного поля [119]:

$$\mathcal{L}_{\text{NL}}^{(\varphi)} = \frac{1}{3}g_2\varphi^3 + \frac{1}{4}g_3\varphi^4. \quad (\text{П6.1})$$

Этому лагранжиану соответствует эффективная масса скалярного мезона σ :

$$m_\sigma^{*2} = m_\sigma^2 + g_2\varphi + g_3\varphi^2, \quad (\text{П6.2})$$

где m_σ — масса свободного скалярного мезона. В этом случае скалярное-изоскалярное поле φ находится как решение уравнения

$$(\nabla^2 - m_\sigma^{*2})\varphi = g_\sigma\rho_S, \quad (\text{П6.3})$$

при этом ρ_S есть скалярная плотность, а

$$\mathcal{H}_I = -g_2 \cdot \frac{1}{6}\varphi^3 - g_3\frac{1}{4}\varphi^4. \quad (\text{П6.4})$$

Таким образом, уравнение для скалярного мезонного поля линейризуется по отношению к полювому оператору φ , который может быть представлен в виде

$$\varphi = - \int S_\sigma(x, y) \bar{\psi}(y) \psi(y) d^4y, \quad (\text{П6.5})$$

где пропагатор S_σ удовлетворяет уравнению

$$(\square + m_\sigma^{*2})S_\sigma(x, y) = \delta(x - y). \quad (\text{П6.6})$$

В настоящем методе оператор \mathcal{H}_I играет роль возмущения: он не влияет на состояние системы, но дает вклад в ее энергию. При этом уравнение Дирака для нуклонов сохраняет свою форму, а уравнение (П6.3) для φ также сохраняет формально свой вид, только σ -мезонный пропагатор меняется — он определяется из (П6.5) и (П6.6).

Для ядерной материи более удобно использовать импульсное представление, т. е. в этом случае σ -мезонный пропагатор имеет вид

$$S_\sigma(q) = (m_\sigma^{*2} + q^2)^{-1},$$

где q есть 4-импульс σ -мезона, который представлен в той же форме, что и в случае нелинейностей, с заменой m_σ на m_σ^* ; φ и m_σ^* не зависят от импульса. Однако они вычисляются самосогласованным образом.

Для конечных ядер $S_\sigma(r, r')$ представляется в виде

$$S_\sigma(r, r') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} S_\ell(r, r') Y_{\ell m}(\Omega) Y_{\ell m}^*(\Omega), \quad (\text{П6.7})$$

где

$$S_\ell(r, r') = \frac{\eta_\ell^{(i)}(r_{<}) \eta_\ell^{(i)}(r_{>})}{W_\sigma}, \quad (\text{П6.8})$$

$$W_\sigma = \eta_\ell^{(\ell)'}(r) \eta_\ell^{(i)}(r) - \eta_\ell^{(\ell)}(r) \eta_\ell^{(i)'}(r). \quad (\text{П6.9})$$

Функции $\eta_\ell^{(i)}$ и $\eta_\ell^{(\ell)}$ являются решениями дифференциального уравнения

$$\eta_\ell''(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \eta_\ell(r) - m_\sigma^{*2}(r) \eta_\ell(r) = 0, \quad (\text{П6.10})$$

которые регулярны в начале и на бесконечности соответственно. Замена пропагатора Юкавы для σ -мезона на функцию $S_\sigma(r, r')$ приводит к заменам

$$\tilde{I}_\ell(m_\sigma r) \longrightarrow \frac{\eta_\ell^{(i)}(r)}{r\sqrt{-m_\sigma W_\sigma}}, \quad \tilde{K}_\ell \longrightarrow \frac{\eta_\ell^{(\ell)}(r)}{r\sqrt{-m_\sigma W_\sigma}} \quad (\text{П6.11})$$

в уравнении для случая без самодействия. Эти формулы используются при проведении релятивистской самосогласованной процедуры РХФ.

Полная энергия в модели с $\mathcal{L}_{\text{NL}}(\varphi) \neq 0$ может быть получена добавлением к соответствующей части \mathcal{H}_0 нелинейного вклада, который возникает из плотности энергии \mathcal{H}_1 . Мы можем записать плотность энергии в виде

$$E = \frac{1}{2} \sum_i (T_i + E_i - M) + \int \mathcal{H}_1(\varphi) d^3r, \quad (\text{П6.12})$$

где T_i — кинетическая энергия в состоянии i [4].

Приложение 7 МЕТОД САМОДЕЙСТВИЯ НУЛЕВОГО РАДИУСА

Метод трактовки U_{NL} , рассмотренный в приложении 5, является приближенным. Теперь рассмотрим точный метод трактовки лагранжиана \mathcal{L}_{NL} в рамках РХФ-формализма, основанного на использовании приближения нулевого радиуса (ПНР) для стандартных нелинейностей. В этом случае обменные (фоковские) матричные элементы (соответствующие U_{NL}), появляющиеся в

теории, могут быть выражены аналитически через матричные элементы Хартри с использованием преобразований Фирца [5]. Что касается линейной части лагранжиана \mathcal{L}_{lin} , то она трактуется стандартным образом (учитывающим только взаимодействия конечного радиуса).

Наш лагранжиан состоит из двух частей:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{lin}} + \mathcal{L}_{\text{NL}}, \quad (\text{П7.1})$$

где \mathcal{L}_{lin} есть линейная часть лагранжиана, в то время как \mathcal{L}_{NL} определяется нелинейностями, которые включены в рассмотрение (см., например, (Пб.1)).

В приближении нулевого радиуса действия имеем

$$\varphi = -\frac{g\sigma}{m_\sigma^2} \bar{\psi}\psi, \quad (\text{П7.2})$$

и в качестве \mathcal{L}_{NL} имеем (в указанном приближении)

$$\mathcal{L}_{\text{NL}}^{\text{ZRL}} = -\frac{1}{3}g_2 \left(\frac{g\sigma}{m_\sigma^2}\right)^2 (\bar{\psi}\psi)^3 + \frac{1}{4}g_3 \left(\frac{g\sigma}{m_\sigma^2}\right)^4 (\bar{\psi}\psi)^4, \quad (\text{П7.3})$$

где ψ есть фермионный оператор; можно использовать также безразмерные константы связи $\bar{b} = g_2/(g_\sigma^3 M)$ и $\bar{c} = g_3/g_\sigma^4$.

Отметим, что $\mathcal{L}_{\text{NL}}^{\text{ZRL}}$, представленный уравнением (П7.3), совпадает со стандартным нелинейным самодействием (NLSI) в приближении нулевого радиуса действия для скалярного поля, т.е. когда слагаемое m_σ^2 в уравнении движения для скалярного поля доминирует по сравнению с лапласианом и нелинейными членами (см. [4, 5] и ссылки в них на метод потенциалов нулевого радиуса действия [50, 51, 111]). Это то, что имеет место в ядерных системах при малых плотностях и системах с размытым краем. Поэтому, хотя, строго говоря, реальные ядра не удовлетворяют этому условию, для величин $m_\sigma \gtrsim 500$ МэВ можно считать это приближение приемлемым.

Отметим, что мы рассмотрели (П7.3), соответствующее скалярно-изоскалярной компоненте самодействия. Однако все типы самодействия могут быть сведены к взаимодействиям типа (П7.3).

Также отметим, что NLSI, представленные уравнением (П7.3), имеют такого же типа структуру, что и компоненты лагранжиана, появляющиеся в модели точечной связи [50, 51] и содержащие фермионные поля более высоких порядков [4, 5]. Включение подобного типа членов в лагранжиан может быть оправданным также необходимостью вводить дополнительную плотностную зависимость в расчеты Дирака–Брукнера–Хартри–Фока [1, 5, 6] для того, чтобы получить одновременно и подгонку NN фазовых сдвигов, и правильное равновесное положение для ядерной материи (правильное уравнение состояния).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Savushkin L. N., Fomenko V. N.* // Sov. J. Part. Nucl. 1977. V. 8. P. 371.
2. *Савушкин Л. Н., Фоменко В. Н.* Лекции для молодых ученых. Введение в мезонную теорию ядерных взаимодействий и ядерных систем. Препринт ОИЯИ Р4-83-369. Дубна, 1983.
3. *Giai N. V., Savushkin L. N.* // Sov. J. Part. Nucl. 1992. V. 23. P. 373.
4. *Savushkin L. N., Toki H.* The Atomic Nucleus as a Relativistic System. Springer Verlag, 2004.
5. *Savushkin L. N.* Relativistic Nuclear Shell Model. St. Petersburg: Publ. Dep. of Petersburg Nucl. Phys. Inst., 2011.
6. Extended Density Functionals in Nuclear Structure Physics / Eds.: G. A. Lalazissis, P. Ring, D. Vretenar. Springer Verlag, 2004.
 - a) *Furnstahl R. J.* New Generation Relativistic Models. P. 1;
 - b) *Serot B. D.* Covariant Effective Field Theory for Nuclear Structure and Nuclear Currents. P. 31;
 - c) *Vretenar D., Weise W.* Exploring the Nucleus in the Context of Low Energy QCD. P. 65;
 - d) *Fuchs C.* The Relativistic Dirac–Brückner Approach to Nuclear Matter. P. 119;
 - e) *Lenske H.* Density Dependent Relativistic Field Theory. P. 147;
 - f) *Ring P.* Covariant Density Functional Theory and Applications to Finite Nuclei. P. 175;
 - g) *Ginocchio J. N.* Symmetry in the Relativistic Mean Field Approximation. P. 219;
 - h) *Greiner Walter.* Vacuum, Matter, Antimatter. P. 239;
 - i) *Reinhard P.-G., Bender M.* Mean Field Relativistic Versus Nonrelativistic. P. 249.
7. *Walecka J. D.* Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics. 2nd Ed. World Sci., 2004.
8. *Machleidt R.* // Adv. Nucl. Phys. 1989. V. 19. P. 189.
9. *Krutov V. A., Savushkin L. N.* // J. Phys. A. 1973. V. 6. P. 93.
10. *Krutov V. A., Fomenko V. N., Savushkin L. N.* // J. Phys. A. 1974. V. 7. P. 372.
11. *Savushkin L. N.* // Vest. Leningrad State Univ. 1975. V. 16. P. 41.
12. *Green A. E. S., Sawada T.* // Rev. Mod. Phys. 1967. V. 39. P. 594.
13. *Blin-Stoyle R. J.* // Phil. Mag. 1955. V. 46. P. 973.
14. *Duerr H. P., Teller E.* // Phys. Rev. 1956. V. 101. P. 494.
15. *Duerr H. P.* // Ibid. V. 103. P. 469.
16. *Ueda T., Green A. E. S.* // Phys. Rev. 1968. V. 174. P. 1304.
17. *Tominaga K. et al.* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 642. P. 483.
18. *Savushkin L. N., Fomenko V. N.* // Yad. Fiz. 1978. V. 28. P. 58; Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V. 28. P. 29.
19. *Savushkin L. N.* // Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser. Fiz. 1975. V. 39. P. 167.

20. *Zhalov M. B., Savushkin L. N.* // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 1982. V. 35. P. 441.
21. *Giai N. V., van de Wiele J., Savushkin L. N.* // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 52. P. 2266.
22. *Miller L. D.* // *Phys. Rev. C.* 1976. V. 14. P. 706.
23. *Miller L. D., Green A. E. S.* // *Phys. Rev. C.* 1972. V. 5. P. 241.
24. *Walecka J. D.* // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1974. V. 83. P. 491.
25. *Serot B. D., Walecka J. D.* // *Intern. J. Mod. Phys. E.* 1977. V. 6. P. 515.
26. *Birbrair B. L., Savushkin L. N., Fomenko V. N.* // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1982. V. 35. P. 664.
27. *Bouyssy A., Marcos S.* // *Phys. Lett. B.* 1983. V. 127. P. 157.
28. *Vautherin D., Brink D. M.* // *Phys. Rev. C.* 1972. V. 5. P. 626.
29. *Wigner E. P.* *Symmetries and Reflections.* Bloomington: Indiana Univ. Press, 1967.
30. *Sulaksono A. et al.* // *Ann. Phys. (N. Y.).* 2003. V. 306. P. 354.
31. *Sulaksono A., Mart T., Bahri C.* // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 71. P. 034312.
32. *Savushkin L. N.* // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1979. V. 30. P. 349.
33. *Savushkin L. N.* // *Bull. Leningrad State Univ.* 1975. V. 16. P. 41.
34. *Raikov A. T., Savushkin L. N.* // *Bull. Leningrad State Univ.* 1976. V. 4. P. 148.
35. *Birbrair B. L., Fomenko V. N., Savushkin L. N.* // *J. Phys. G.* 1982. V. 8. P. 1517.
36. *Birbrair B. L., Savushkin L. N., Fomenko V. N.* // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1983. V. 38. P. 25.
37. *Sakurai J.* *Currents and Mesons.* Chicago: Univ. of Chicago Press, 1969.
38. *Boguta J., Bodmer A. R.* // *Nucl. Phys. A.* 1977. V. 292. P. 413.
39. *Bouyssy A., Marcos S., Pham Van Thieu* // *Nucl. Phys. A.* 1984. V. 422. P. 541.
40. *Savushkin L. N. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 167.
41. *Haidari M. M., Sharma M. M.* arXiv:nucl-th/0702001.
42. *Brockmann R., Toki H.* // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. P. 3408.
43. *Lenske H., Fuchs G.* // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 345. P. 355.
44. *Typel S., Wolter H. H.* // *Nucl. Phys. A.* 1999. V. 656. P. 331.
45. *Nikšić T. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2002. V. 66. P. 024306.
46. *Meng J. et al.* // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2005. V. 57. P. 470.
47. *Vretenar D. et al.* // *Phys. Rep.* 2005. V. 409. P. 101.
48. *Sugahara Y., Toki H.* // *Nucl. Phys. A.* 1994. V. 579. P. 557.
49. *Bender M., Heenen P.-H., Reinhard P.-G.* // *Rev. Mod. Phys.* 2003. V. 75. P. 607.
50. *Bürvenich T. J., Madland D. G., Reinhard P.-G.* // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 744. P. 92.
51. *Sorlin O., Porquet M.-G.* // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2008. V. 61. P. 602.
52. *Vretenar D. et al.* // *Phys. Rep.* 2005. V. 409. P. 101.

53. Arima A., Harvey M., Shimizu K. // Phys. Lett. B. 1969. V. 30. P. 517.
54. Hecht K. T., Adler A. // Nucl. Phys. A. 1969. V. 137. P. 129.
55. Bahri C., Draayer J. P., Moszkowski S. A. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 68. P. 2133.
56. Bohr A., Hamamoto I., Mottelson B. R. // Phys. Scripta. 1982. V. 26. P. 267.
57. Mottelson B. R. // Nucl. Phys. A. 1991. V. 522. P. 1.
58. Castanos O., Moshinski M., Quesne C. // Phys. Lett. B. 1992. V. 277. P. 238.
59. Blokhin A. L., Bahri C., Draayer J. P. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 4149.
60. Blokhin A. L., Bahri C., Draayer J. P. // J. Phys. A. 1996. V. 29. P. 2039.
61. Ginocchio J. N. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 436.
62. Ginocchio J. N. // Phys. Rep. 2005. V. 414. P. 165.
63. Ginocchio J. N., Madland D. G. // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. 1167.
64. Ginocchio J. N., Leviatan A. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 072502.
65. Bell J. S., Ruegg H. // Nucl. Phys. B. 1975. V. 98. P. 151.
66. Smith B., Tassie L. J. // Ann. Phys. 1971. V. 65. P. 352.
67. Meng J. et al. // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. R628.
68. Suagawara-Tanabe K. et al. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1999. V. 25. P. 811.
69. Marcos S. et al. // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 054309.
70. Alberto P. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 5015.
71. Lisboa R. et al. // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 024319.
72. L.-Quelle M. et al. // Nucl. Phys. A. 2003. V. 727. P. 269.
73. Marcos S. et al. // Eur. Phys. J. A. 2005. V. 26. P. 253.
74. Savushkin L. N. et al. // Phys. At. Nucl. 2006. V. 69, No. 7. P. 1263.
75. L.-Quelle M. et al. // Recent Res. Dev. Physics. 2005. V. 6. P. 29.
76. Marcos S. et al. // Eur. Phys. J. A. 2008. V. 37. P. 251.
77. Liang H. et al. // Eur. Phys. J. A. 2010. V. 44. P. 119.
78. Jolos R. V., Shirikova N. Y., Sushkov A. V. // Phys. Rev. C. 2012. V. 86. P. 044320.
79. Jolos R. V., Voronov V. V. // Phys. At. Nucl. 2007. V. 70. P. 812.
80. Marcos S. et al. // Phys. Lett. B. 2001. V. 513. P. 30.
81. Marcos S. et al. // Eur. Phys. J. A. 2003. V. 17. P. 173.
82. Marcos S. et al. // Eur. Phys. J. A. 2006. V. 20. P. 443.
83. Otten E. W. Nuclear Radii and Moments of Unstable Nuclei // Treaties on Heavy-Ions Science / Ed. D. A. Bromley. (N. Y.). 1988. V. 7. P. 515.
84. Tajima N. et al. // Nucl. Phys. A. 1993. V. 551. P. 434.
85. Sharma M. M. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 3744.

86. Reinhard P. G., Flocard H. // Nucl. Phys. A. 1995. V. 584. P. 467.
87. Gonzalez-Llarena T. et al. // Phys. Lett. B. 1996. V. 379. P. 13.
88. Marcos S. et al. // Phys. Lett. B. 2001. V. 507. P. 135.
89. Jaminon M., Mahaux C., Rochus P. // Phys. Rev. C. 1980. V. 22. P. 2027.
90. Marcos S., Giai N. V., Savushkin L. N. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 549. P. 143.
91. Bouyssy A., Marcos S. // Phys. Lett. B. 1983. V. 127. P. 157.
92. Dobaczewski J., Nazarewicz W. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 1869.
93. Sharma M. M. et al. // Ibid. P. 1870.
94. Horowitz C. J., Serot B. D. // Nucl. Phys. A. 1983. V. 399. P. 529.
95. Sharma M. M., Nagarajan M. A., Ring P. // Phys. Lett. B. 1993. V. 312. P. 377.
96. Lalazissis G. A., König J., Ring P. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 540.
97. Sharma M. M., Lalazissis G. A., Ring P. // Phys. Lett. B. 1993. V. 317. P. 9.
98. L-Quelle M. et al. // Phys. Rev. C. 2000. V. 61. P. 064321.
99. L-Quelle M. et al. // Phys. Rev. C. 2009. V. 36. P. 045105.
100. Bouyssy A. et al. // Phys. Rev. C. 1987. V. 36. P. 380.
101. Miller L. D. // Phys. Rev. C. 1974. V. 9. P. 537.
102. Brockmann R. // Phys. Rev. C. 1978. V. 18. P. 1510.
103. Brockmann R., Machleidt R. // Lecture Notes Phys. Berlin: Springer, 1985. V. 243. P. 459.
104. Bouyssy A. et al. // Phys. Rev. C. 1987. V. 36. P. 380.
105. Boersma H. F., Malfliet R. // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 1495.
106. Long W. H., Giai N. V., Meng J. // Phys. Lett. B. 2006. V. 640. P. 150.
107. Long W. H. Relativistic Hartree-Fock Approach with Density Dependent Meson-Nucleon Couplings. Ph.D. Thesis. IPN. Orsay, France, 2005 (unpublished).
108. Long W. H. et al. // Phys. Rev. C. 2007. V. 76. P. 034314.
109. Marcos S. et al. // EPJ Web Conf. 2014. V. 66. P. 02067.
110. Marcos S. et al. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2014. V. 30. 703.
111. Niembro R. et al. // Phys. At. Nucl. 2012. V. 75, No. 3. P. 269.
112. Marcos S. et al. // Phys. At. Nucl. 2013. V. 76, No. 5. P. 562.
113. Marcos S. et al. // Phys. At. Nucl. 2014. V. 77, No. 3. P. 299.
114. Geng L. S. et al. // Chin. Phys. Lett. 2006. V. 23. P. 1139.
115. Geng L. S., Toki H., Meng J. // Prog. Theor. Phys. 2005. V. 113. P. 785.
116. Marcos S. et al. // Yad. Fiz. 2012. V. 75, No. 12. P. 1564.
117. Gross F., Maung K. M., Tjon J. A. // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. R10.
118. Gross F., van Orden J. W., Holinde K. // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. R1909.

119. *Goudsmit P. F. A., Leisi H. J., Matsinos E.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 271. P. 290.
120. *Bernardos P. et al.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 48. P. 2665.
121. *Lalazisis G. A. et al.* // Phys. Lett. B. 2009. V. 671. P. 36.
122. *Long W. H. et al.* // Phys. Rev. C. 2004. V. 69. P. 034319.
123. *Marcos S. et al.* // Phys. At. Nucl. 2013. V. 76. P. 562.
124. *Fomenko V. N. et al.* // J. Phys. G. 1995. V. 21. P. 53.
125. *Bender M., Bennaceur K., Duguet T.* // Phys. Rev. C. 2009. V. 80. P. 064302.
126. *Fomenko V. N., Savushkin L. N., Toki H.* Relativistic RPA Equations for Finite Nuclei. I. States of Normal Parity. Longitudinal Mode. PNPI-2011, 2872.
127. *Fomenko V. N., Savushkin L. N., Toki H.* Relativistic RPA Equations for Finite Nuclei. II. States of Abnormal Parity. PNPI-2012, 2908.
128. *Gambhir Y. K., Ring P., Thimet A.* // Ann. Phys. 1990. V. 198. P. 132.
129. *Hirata D. et al.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 44. P. 1467.
130. *Meng J., Ring P.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 3963.
131. *Meng J., Ring P.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 460.
132. *Geng L. S., Toki H., Meng J.* // Phys. Rev. C. 2003. V. 68. P. 061303(r).
133. *Geng L. S. et al.* // Nucl. Phys. A. 2004. V. 730. P. 80.
134. *Geng L. S., Toki H., Meng J.* // Prog. Theor. Phys. 2004. V. 112. P. 603.
135. *König J., Ring P.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 3079.
136. *Ma Z.-Y. et al.* // Nucl. Phys. A. 2002. V. 703. P. 222.
137. *Lü H. F. et al.* // J. Eur. Phys. A. 2003. V. 17. P. 19.
138. *Shen H.* // Phys. Rev. C. 2002. V. 65. P. 035802.
139. *Fomenko V. N., Marcos S., Savushkin L. N.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1993. V. 19. P. 545.
140. *Fomenko V. N. et al.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1995. V. 21. P. 53.
141. *Bernardos P. et al.* // J. Phys. G. 2001. V. 27. P. 147.
142. *Fomenko V. N., Ring P., Savushkin L. N.* // Nucl. Phys. A. 1994. V. 579. P. 438.
143. *Fomenko V. N., Ring P., Savushkin L. N.* // Phys. At. Nucl. (Engl. transl.). 1995. V. 58. P. 2156.
144. *Fomenko V. N. et al.* // Phys. At. Nucl. (Engl. transl.). 1997. V. 60. P. 2149.
145. *Vretenar D., Weise W.* Extended Density Functionals in Nuclear Structure Physics. Springer Verlag, 2004.
146. *Serot B. D.* Covariant Effective Field Theory for Nuclear Structure and Nuclear Currents. Springer Verlag, 2004.
147. *Celenza L. S., Shakin C. M.* // Lecture Notes in Phys. World Sci., 1986. V. 2. P. 26.
148. *Hoffmann U., Ring P.* // Phys. Lett. B. 1988. V. 214. P. 307.

149. *Burov V. V., Dostavalov V. N.* // *Z. Phys. A.* 1987. V. 236. P. 254.
150. *Burov V. V., Dostavalov V. N.* // *Sov. J. Part. Nucl.* 1992. V. 23. P. 317.
151. *Dong J. M. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2011. V. 84. P. 014303.
152. *Litvinova E., Ring P., Tselyaev V.* // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 75. P. 064308.
153. *Litvinova E., Ring P., Tselyaev V.* // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 78. P. 014312.
154. *Litvinova E., Ring P., Tselyaev V.* // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 022502.
155. *Afanasjev A. V. et al.* // *Phys. Rep.* 2005. V. 409. P. 101.
156. *Li J. J. et al.* // *Phys. Lett. B.* 2014. V. 372. P. 169–173.
157. *Tanihata I. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 55. P. 2676.
158. *Meng J., Ring P.* // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 77. P. 3963.
159. *Long W. H. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2010. V. 81. P. 031302.
160. *Savushkin L. N. et al.* // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 55. P. 167.
161. *Long W. H. et al.* arXiv:nucl-th/0812.1103.