

РЕАЛЬНЫЙ СИГНАЛ И ЕГО СОСТОЯНИЯ

*С. Г. Басиладзе**

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

ВВЕДЕНИЕ	452
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ РЕАЛЬНОГО СИГНАЛА	459
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ И ПРИЕМЕ СИГНАЛОВ	462
ВИРТУАЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ	469
ИНФОРМАЦИЯ РЕАЛЬНАЯ И «КВАНТОВАЯ»	474
ФИЗИЧЕСКИ ДОСТИЖИМЫЙ ТЕМП ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ СИГНАЛОВ	485
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	487
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	489

*E-mail: basilad@mail.cern.ch

РЕАЛЬНЫЙ СИГНАЛ И ЕГО СОСТОЯНИЯ

*С. Г. Басиладзе**

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

В работе описывается общая, физическая теория сигналов — носителей информации, дополняющая классическую, абстрактную теорию Шеннона и применимая в значительно более широких областях, включая ядерную физику. Показано, что при отсутствии классического шума его место должен занимать физический порог восприятия сигналов как у объектов макромира, так и в микромире. Порог восприятия допускает наличие подпороговых (виртуальных) состояний сигнала. Для них булева алгебра логики ($A = 0/1$) превращается в «алгебраическую логику» вероятностей ($0 \leq a \leq 1$). Показано, в чем состоит сходство и различие виртуальных состояний макро- и микросигналов. Кратко рассмотрена «реальная» и «квантовая» информация в компьютерах. На основе физических констант дана оценка максимального темпа передачи информации.

The paper describes a general physical theory of signals — carriers of information, which supplements Shannon’s classical abstract theory and is applicable in much wider areas, including nuclear physics. It is shown that, in the absence of the classic noise, its place should be taken by the physical threshold of signals perception both for the objects of macrocosm and in the microcosm. The threshold of perception allows the presence of sub-threshold (virtual) signal states. For such states Boolean algebra of logic ($A = 0/1$) is transformed into “algebraic logic” of probabilities ($0 \leq a \leq 1$). The similarities and differences of the virtual states of macro and micro signals are shown. The “real” and “quantum” information is considered briefly for computers. The maximum of information transfer rate is estimated on the basis of physical constants.

PACS: 29.40 + 03.67

ВВЕДЕНИЕ

Физики не случайно проявляют значительный интерес к теме «физика и информация» [1–6], ибо последняя является носителем сведений о свойствах тех или иных физических взаимодействий. Сигнал, а точнее, его состояния,

*E-mail: basilad@mail.cern.ch

информации, которую может нести сигнал. Теория Шеннона широко применима, и нет оснований сомневаться в ее правильности, но можно задать вопрос: обладает ли она *полнотой*, т. е. применима ли она *во всех* реальных ситуациях? Попробуем вкратце ответить на этот вопрос.

В теории Шеннона по умолчанию полагается, что

а) характеристическим параметром шума является энергия (шум классический), средняя плотность его энергии во времени и есть $\langle P_N \rangle$,

б) ширина полосы частот классического шума заведомо (по умолчанию) превышает ширину спектра любого физически существующего сигнала (иначе от такого шума легко избавиться с помощью фильтра, пропускающего верхние частоты); фактически это означает, что нет ограничений на ширину спектра классического шума.

Классическая физика еще в конце XIX в. столкнулась с тем, что она не содержит ограничений на ширину спектра классического шума — б), когда выяснилось, что шум фотонного газа в полости, согласно классическим представлениям, имеет бесконечную энергию. Формула, которую в то время вывел Планк [17], пытаясь избежать этой «ультрафиолетовой катастрофы», содержит в себе именно условие существования верхней границы теплового шума:

$$\frac{h\nu_B}{kT} \approx 1, \quad (1)$$

здесь h — постоянная Планка (с размерностью действия); ν_B — верхняя граничная частота шума; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура. Следует обратить внимание на то, что в условии (1) присутствует характеристическая энергия шума kT , а не мощность $\langle P_N \rangle$. Как видим, современная физика допускает (точнее, требует) отсутствие классического шума на больших частотах. Но дело в том, что если в каком-то диапазоне частот $\langle P_N \rangle = 0$, то в нем, согласно Шеннону, можно передавать неограниченное количество информации!

Рассмотрим теперь пример из акустики. Газовая (упругая) среда для распространения акустических сигналов создается хаотическим тепловым движением и столкновениями молекул. Однако мы не воспринимаем шума хаотического движения молекул в газе, но прекрасно слышим упорядоченные звуки, распространяющиеся по упругой среде, образованной случайными столкновениями молекул. Реально имеющийся *порог слышимости* (не будь его, не было бы децибелов) не имеет никакого отношения к уровню шума передающей среды и является физиологической характеристикой слухового тракта человека. Как видим, шум здесь имеется, но количество состояний, несущих информацию, определяет не он, а порог восприятия акустического сигнала.

Не следует думать, что порог восприятия (чувствительность, если угодно) есть свойство только человеческого уха или биологических субъектов. Объекты реального физического мира также обладают этим свойством, а в биоло-

гических субъектах и технических устройствах лишь используются закономерности восприятия сигналов в неживой природе. Возьмем, для примера, простую, но чрезвычайно распространенную в ядерной электронике задачу дискриминации (обнаружения) импульсных аналоговых сигналов, т. е. перевода их в цифровую бинарную форму. Понятно, что если увеличивать (над порогом срабатывания) амплитуду импульса, имеющего определенное время нарастания δt_S , то быстрый дискриминатор будет сдвигаться вперед по времени на $\sim \delta t_S$. Тогда, казалось бы, если аналоговый импульс будет идеальным — со ступенчатым фронтом ($\delta t^\uparrow = 0$), то и дискриминатор будет срабатывать только в одной точке во времени. Однако этого не происходит и сдвиг во времени остается; конечно, он меньше, чем в случае с δt_S . Этот чистый эффект «гуляния» (walking) электронных дискриминаторов хорошо известен в нано- и пикосекундной технике. Он вносит аппаратную погрешность в измерение времени: если амплитуда ступенчатого сигнала меняется случайным образом, то гуляние порождает случайное размытие моментов срабатывания дискриминатора во времени, т. е. потерю временной информации.

До сих пор мы говорили только о динамических сигналах (во времени), но сигналы, как известно, могут быть и статическими (в пространстве — r). Понятие спектра существует и для статических сигналов, только вместо частоты ν используется понятие волнового числа k , которое является аналогом круговой частоты $\omega = 2\pi\nu$. Пространственными сигналами являются, например, буквы текста на экране проектора. Если линзой проектора частично расфокусировать текст на экране, то слова, написанные мелкими буквами, станут размытыми и информация, которую они несут, будет потеряна. В этом примере шума нет вообще, а информация теряется.

Приведенные примеры наглядно показывают, что количество информации, которую способен нести реальный сигнал, далеко не всегда ограничивается классическим шумом $\langle P_N \rangle$. Следовательно, современную теорию сигналов можно сделать более общей, если выявить и учесть дополнительно закономерности восприятия реальных сигналов. Представленная работа посвящена поиску пути к такому обобщению. Большое внимание в ней уделено инерционности восприятия динамических сигналов, проявляющейся в интегрированности высших гармоник их спектра, что сходно с расфокусировкой статических сигналов проектора. Проанализировано влияние параметра, ограничивающего диапазон состояний сигнала; найдена точка, где количество информации, переносимой сигналом в единицу времени, максимально.

Классический сигнал и его параметры. Традиционная теория сигналов, как и многие другие теории, построена по образцу «классической» науки и базируется на понятиях классического математического анализа, могущество которого, по образному выражению Пуанкаре, состоит «в умении обращаться с бесконечностями». Методология теории Шеннона основана на базовых

принципах классического математического анализа, в число которых входят представления:

1) о бесконечно малых величинах, что приводит к бесконечной делимости математической оси, т. е. к понятию бесконечно малой точки, и к наличию у функции $y = f(x)$ значения в каждой точке;

2) о линеаризации функций в бесконечно малой окрестности точки, что приводит к понятию производной функции $\partial y / \partial x$;

3) о бесконечно больших величинах (пример: дельта-функция).

Первые два пункта в теории Шеннона проявляются в том, что параметром, определяющим число состояний, является мощность, т. е. *производная* от энергии $P = \partial E / \partial t$ в каждой *точке*.

В качестве примера «безграничной» среды для передачи сигналов можно привести классический вакуум, распространение возбуждений в котором описывается линейными уравнениями Максвелла. Классический аналоговый сигнал может иметь в такой среде бесконечное количество состояний. Представляется маловероятным, чтобы в природе реальные сигналы и среды для их передачи не имели ограничений на число возможных состояний. Скорее, факт отсутствия ограничений говорит о неполноте существующей теории.

Аналоговый сигнал в абстрактных математических переменных может быть описан непрерывной функцией $y(x)$ либо представлен как «непрерывная» сумма гармоник $g(\chi)$, здесь χ — абстрактная спектральная переменная, обратная линейной переменной x (например, во времени это частота ν , а в пространстве — волновое число k , деленное на 2π). Приращение энергии сигнала может быть записано для χ сходным с x образом:

$$dE = y^2(x) dx \quad (2a)$$

или

$$dE = [g^2(\chi)/2] d\chi, \quad (2б)$$

где $y^2(x)$ и $g^2(\chi)$ есть линейная и спектральная плотности энергии соответственно ($1/2$ в (2б) появляется за счет «горбов» синусоид).

Энергия любого существующего в природе сигнала должна быть ограничена. На вид его спектра накладывается два ограничения:

а) в области нижних гармоник спектральная плотность амплитуды $g_H(\chi)$ не должна уходить в бесконечность;

б) «основная» ширина полосы гармоник (несущая основную энергию) должна быть ограничена, а выше верхней гармоники χ_B спектральная плотность амплитуды $g_B(\chi)$ должна понижаться с темпом не слабее $1/\chi$.

Вообще говоря, ограничению б) основной полосы по ширине отвечают как спектры, плавно или круто спадающие в области высших гармоник, так и обрезанные резко ($g(\chi > \chi_B) = 0$). В соответствии с классическим условием причинности [18] спектр сигнала должен быть непрерывным и бес-

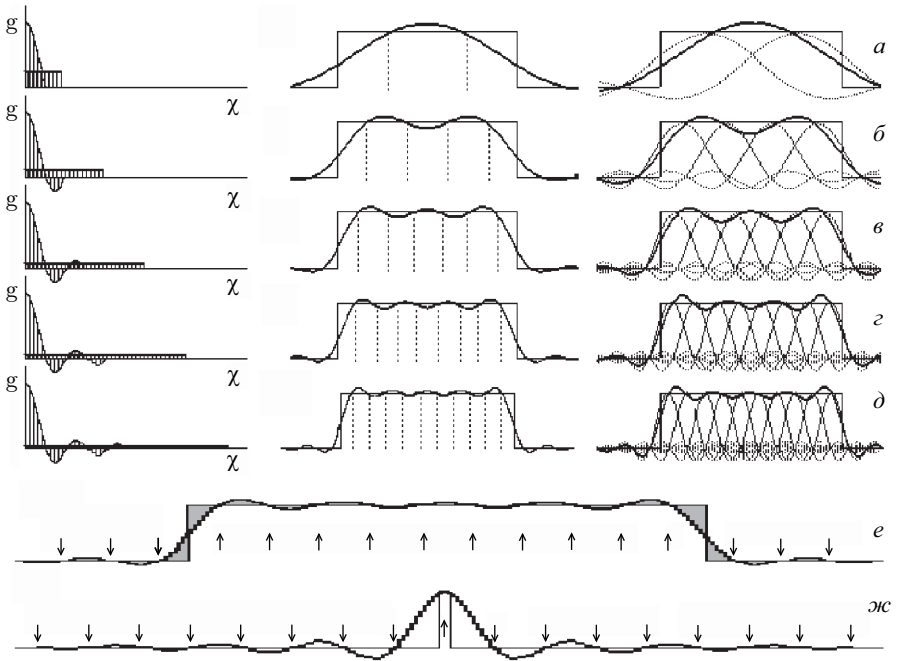


Рис. 2. *a-d*) Разложение прямоугольного (ступенчатого) сигнала. Левая колонка: обрезанный фурье-спектр прямоугольного сигнала (вида $\sin(\chi)/\chi$) и плоский (обрезанный по определению) спектр функции отсчетов, используемой для разложения; на каждом шаге ширина обоих спектров растет пропорционально его номеру и точность разложения возрастает. Средняя колонка: форма квазипрямоугольного сигнала, полученного из обрезанного фурье-спектра; пунктирные линии показывают положение опорных точек, где сигнал совпадает с оригиналом. Правая колонка: тот же квазипрямоугольный сигнал, полученный как сумма функций отсчетов (вида $\sin(x)/x$, максимумы последних совпадают с опорными точками). Здесь суммарная огибающая (*d*, справа) есть отображение «широкой» щели с резкими краями при дифракции. *e*) Та же дифракция от широкой щели; зона, где присутствует *неопределимость поведения* сигнала, выделена серым цветом. Опорные точки (помечены стрелками) за границей щели находятся там, где огибающая проходит через ноль, поскольку за своими границами щель непрозрачна; в границах щели они также совпадают с классическим отображением. *ж*) Дифракция от узкой щели с резкими краями. Функции отсчетов, как элементу отображения, здесь явно не хватает ширины спектра, поэтому отображением является сама функция отсчетов

конечным (!). Это значит, что спектры, обрезанные резко, должны быть исключены в классических сигналах. В качестве примера можно привести функцию отсчетов вида $\sin(x)/x$ [7–9], декларируемую как элемент разложения классических сигналов (рис. 2, правая колонка); она имеет плоский и

резко обрезанный спектр (рис. 2, прямоугольник в левой колонке) и поэтому а) явно нарушает условие причинности в динамических сигналах, поскольку ее левое крыло начинается в минус-бесконечности (рис. 2, ж, т. е. заведомо раньше породившей сигнал причины); б) точного разложения классического сигнала с бесконечным спектром функция отсчетов обеспечить не может, поскольку у нее верхней части спектра просто нет. В результате, имеется хорошо видимый на рис. 2, е и неуничтожимый эффект Гиббса в виде нарастающих (перед сигналом!) и спадающих колебаний (эти крылья во фрагменте 2, ж содержат $\sim 10\%$ всей энергии).

Информационная емкость классического сигнала. В классической теории нет никаких *внутренних* ограничений на малость отклонений сигнала по оси u (*внешние* ограничители, такие как шумы и наводки, пока не рассматриваются). В математическом анализе каждая точка по определению *различима*, поэтому любое очень малое приращение δu обнаружимо. Различимость бесконечно малых приращений классического сигнала означает, что он обладает *бесконечным* числом *состояний* в каждом отсчете и с его помощью можно закодировать всю мыслимую информацию. Сделать это можно, например, следующим образом.

Положим, что необходимо передавать сигнал с собственным разрешением по амплитуде, равным $1/m$ (т. е. имеющим m градаций по амплитуде). Каждый из интервалов в шкале m можно разбить, в свою очередь, на t частей. Прделав указанное иерархическое деление шкалы m последовательно s раз (где s удовлетворяет уравнению $n = m^s$), мы получим возможность закодировать s последовательных отсчетов сигнала с разрешением $1/m$ в *одном* отсчете сигнала с разрешением $1/n$. Описанная процедура реально используется в так называемом арифметическом кодировании [19]. Таким образом, видно, что при отсутствии *внешних* воздействий — шумов и наводок классический сигнал способен нести бесконечное количество информации в каждом отсчете.

Этот же вывод следует из утверждения Винера [18]: количество информации, получаемое в результате нахождения (с точностью δu) положения точки на интервале Y , ограничено сверху величиной

$$I \leq \log(Y/\delta u); \quad (3)$$

здесь отношение $Y/\delta u$ есть число доступных обнаружению (различимых) состояний положения точки. В определении Винера по умолчанию полагается, что каждая «порция» информации приобретает в результате некоторого *события* (например, акта измерения).

В теории Шеннона [8] ограничителем δu в (3) является классический шум, характеристическим параметром которого является энергия:

$$E_N = \frac{\langle P_N \rangle}{\Delta \nu_N}, \quad (4)$$

где $\langle P_N \rangle$ — среднеквадратичная мощность шума и $\Delta\nu_N$ — ширина его спектра частот (для сигналов во времени t : $x \equiv t$, $\chi \equiv \nu$; здесь x , y и χ есть абстрактные величины, записываемые прямым шрифтом). Тогда количество состояний $Y/\delta y$ определяется отношением мощностей $P_S/\langle P_N \rangle$ (сигнала и шума) — рис. 1, а.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ РЕАЛЬНОГО СИГНАЛА

Итак, чтобы избежать бесконечного количества информации в реальном сигнале, нам следует ввести два ограничения: одно снизу — на шаг между состояниями, а второе сверху — на диапазон состояний. Заметим, что мощность P_S не может служить ограничителем сверху, поскольку она привязана к отдельной точке огибающей сигнала и скачок этой точки на бесконечность не нарушает условия конечности энергии в сигнале (но если говорить о конечном интервале δt , то там $P_S \rightarrow \infty$ недопустимо). Однако в математике скачок в функции $y(x)$ каждой отдельной точки на бесконечность (\uparrow) является различимым, соответственно, $y(x)$ и $y^\uparrow(x)$ — это две разные функции. Получается, что математика предоставляет нам пару $y(x)/y^\uparrow(x)$, т. е. 0/1 для организации двоичного кода, но в действительности это не реализуемо.

Попробуем представить на основе простых абстрактных рассуждений, как могли бы выглядеть пороговое и предельное ограничения. Можно утверждать, что математическая функция $y(x)$, у которой различима каждая точка, имеет «трижды бесконечное» количество состояний (см. 1)–3) на с. 456), поскольку

- а) Y может принимать бесконечно большие значения;
- б) δy может принимать бесконечно малые значения;
- в) на каждом конечном интервале δx количество точек в функции $y(x)$ бесконечно.

Нетрудно представить, какое ограничение надо наложить «сверху» на математическую функцию $y(x)$, чтобы устранить бесконечность типа а). Очевидно, что необходимо наличие *предельного ограничения* [15, 16] на величину Y в (3):

$$Y \leq \sqrt{R}. \tag{5a}$$

Как легко видеть, предельная постоянная

$$R = Y_{\max}^2 = \left(\frac{E}{\delta x} \right)_{\max} \tag{5б}$$

есть наибольшая величина *линейной плотности* энергии сигнала.

Несколько сложнее ситуация с наложением ограничения «снизу». Теорема отсчетов [7, 8] частично снимает ограничение в) — для некаузальных сигналов, но дело еще и в том, что порог должен устранять пункты б) и в)

совместно. Следовательно, в это ограничение должно входить произведение δx на δy (сумма входить не может из-за разной размерности x и y у физических сигналов). Тогда имеются две реальные возможности для введения *порогового ограничения*:

- ограничение, связанное с площадью сигнала, — $\delta y \delta x$;
- ограничение, связанное с энергией сигнала, — $\delta y^2 \delta x$.

Отметим, что в обоих вариантах присутствует конечная, а не бесконечно малая величина δx .

Пороговое ограничение по спектральной плотности. Если физический смысл предельного ограничения достаточно очевиден, то пороговое нуждается в некотором пояснении. По аналогии с (5а) оно может быть введено (через радикал) следующим образом:

$$\delta x \delta y \geq \sqrt{Q}. \quad (6a)$$

Если взять «первое отклонение» (от нуля, где $\delta y = y$), то с учетом того, что $\delta x = 1/\Delta\chi$, получим, что пороговая постоянная

$$Q = \left(\frac{y}{\Delta\chi} \right)_{\min}^2 = \left(\frac{E}{\Delta\chi} \right)_{\min} \quad (6b)$$

есть наименьшая величина *спектральной плотности* энергии сигнала. Введенные в (5а) и (6а) квадратные корни отражают как раз то, что и порог, и предел определяются плотностью энергии.

Вообще говоря, формулы (5б) и (6б) дают усредненные по δx или по $\delta\chi$ значения линейной или спектральной плотности энергии. Поэтому более точный смысл величины Q — это *квадрат площади огибающей* сигнала, что прямо следует из (6а). Как хорошо известно, площадь сигнала есть спектральная плотность амплитуды его нулевой гармоники g_0 , откуда $Q = g_0^2$.

Что касается предельной постоянной, то ее можно представить как квадрат площади спектра сигнала $R = (g\Delta\chi)^2$.

Пороговая и предельная асимптоты сигнала. На плоскости «энергия–быстрота» [E , δx] (рис. 1, б, в), где δx характеризует *наибольший* темп изменения сигнала, а E — энергию сигнала на этом минимальном интервале, классический сигнал может быть представлен любой точкой первого квадранта. Зона же существования реального сигнала ограничена и находится между двумя линиями: пороговой гиперболой $E = Q/\delta x$ и предельной прямой $E = R\delta x$, выходящей из начала координат. Абсолютный минимум величины δx достигается в точке пересечения пороговой и предельной линий, тогда

$$\delta x \geq \sqrt{\frac{Q}{R}} \quad (7a)$$

или

$$\Delta\chi \leq \sqrt{\frac{R}{Q}}, \quad (76)$$

а произведение Q на R дает энергию в точке пересечения:

$$QR = E_M^2. \quad (7в)$$

Заметим, что в спектральной форме $E(\Delta\chi)$ пороговая и предельная линии меняются местами, и эта симметрия кривых весьма показательна. Если, с одной стороны, предельная постоянная есть линейная плотность энергии (5б), а пороговая постоянная есть ее спектральная плотность (6б), то, с другой стороны, предел — это квадрат площади полной огибающей спектра сигнала: $R = (g\Delta\chi)^2$, а порог — это квадрат площади сигнала.

Особенности сигналов вблизи порога. Пороговый сигнал обладает свойством *элементарности* — неразложимости на *реальные* составляющие. Поскольку он регистрируется только как единое целое, то для него понятие *формы* фактически не определено. Можно с уверенностью говорить лишь об энергии сигнала и/или его пороговой площади. Понятие формы появляется лишь у надпороговых сигналов.

Следует отметить, что сигнал может быть зарегистрирован лишь конечное число раз, ибо на каждую регистрацию «тратится» один пороговый интервал. Хорошим примером является фотон, энергия которого непосредственно подчиняется пороговому соотношению, он регистрируется только однократно.

Еще одна особенность касается противоречия канонам классического математического анализа. При входе в зону бесконечно малых $\delta y \approx f'(x)\delta x$, где $f'(x)$ есть производная функции $f(x)$. Тогда при $\delta x \rightarrow 0$ имеем $\delta y \rightarrow 0$, однако соотношение (6а) означает, что при наличии предельных ограничений пороговые отклонения (здесь и далее δx и δy) не могут одновременно быть бесконечно малыми. Поэтому математическое *понятие производной* в околопороговой области фактически *теряет смысл* для реального сигнала.

Исходя из соотношения (7б), есть основания считать спектр реального сигнала «обрезанным». Внимательный читатель может усомниться в каузальности реального сигнала; дело, однако, в том, что спектр не обрезан физически, он просто *неизвестен* в области высших гармоник. При недостатке распознаваемых высших гармоник реальный сигнал, в согласии с теоремой отсчетов [7, 8], всегда совпадает со своим классическим оригиналом лишь в *конечном* числе точек (рис. 2). Именно эти точки несут ту *конечную* информацию, которой обладает реальный сигнал. Во всех остальных точках у реального сигнала остается небольшая *неопределимость поведения* (выделена серым цветом на рис. 2, е).

Приведенные рассуждения о порогах и пределах, хотя и абстрактны, наглядно показывают, что анализ функций, в основе которого лежит гра-

ниченность числа их различных состояний, принципиально отличается от классического математического анализа, основанного на предположении о существовании бесконечного количества бесконечно малых (но полагаемых различимыми) точек по каждой координате. Для анализа представления о чувствительности необходимо понимание физических основ процесса восприятия сигнала, что требует перехода к физическим переменным — энергии, времени и/или координате.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ И ПРИЕМЕ СИГНАЛОВ

Для передатчика (излучателя) очевидно предельное ограничение: это мощность, направленная в канал передачи. Формула Шеннона [8] для темпа передачи информации

$$\Delta I / \Delta t = \Delta \nu \log [1 + (P / \langle P_N \rangle)] \quad (8a)$$

при большом числе состояний может быть представлена в виде

$$\Delta I / \Delta t = \Delta \nu \log [1 + (Y / \delta y)^2] \approx 2 \Delta \nu \log (Y / \delta y) = \log (Y / \delta y) / \delta t, \quad (8б)$$

поскольку мощность есть квадрат огибающей сигнала (во времени). В результате в числителе дроби справа имеем количество информации по Винеру (3), а в знаменателе — единичную длину по Котельникову [7].

Как уже говорилось, широкая распространенность формулы Шеннона порождает у многих иллюзию того, что шум является единственным или, по крайней мере, всегда основным фактором количественного ограничения δy снизу, однако далеко не всегда это так, даже при наличии шума. Как видно из рис. 2, большое влияние имеют высшие гармоники спектра: когда они убираются частичным интегрированием сигнала (средняя колонка), то происходит своеобразная «расфокусировка» сигнала во времени такая же, как статического сигнала на экране проектора.

Определение чувствительности приемника. Нетрудно декларировать наличие у абстрактного приемника порога чувствительности, сложнее понять, в чем именно заключается его физический механизм. К счастью, возможных вариантов не так уж много, ограничителем снизу может быть:

- 1) значение огибающей сигнала (или амплитуда короткого импульса);
- 2) значение мощности, точнее, энергия на единичном интервале по t ;
- 3) ширина спектра сигналов во времени или в пространстве Δx ;
- 4) совместное действие ограничений по ширине спектра и по энергии.

К первому определению прямо подталкивает формула Винера (3). Порог по амплитуде обычно подразумевает *нелинейность* входной характеристики

приемника. Ниже мы будем рассматривать только линейные приемники; тогда, как будет показано, невозможность регистрации сигналов малой амплитуды есть следствие наличия порогов 2)–4) и пункт 1) можно исключить из списка причин. Энергоограничение 2) является очевидным, поскольку невозможно изменить состояние приемника, не передав ему никакой энергии. Фундаментальность ограничения 3), связанного с ограниченностью градиента сигнала $Y/\delta x$, также не нуждается в особых пояснениях, ибо отражает универсальное свойство инертности. Во времени ограничение 4) является порогом по *действию*, оно также является всеобщим, поскольку принцип наименьшего действия — один из основных законов природы.

Обобщенная функциональная схема приемника. Можно представить ограничения 2) и 3) в виде отдельных функциональных узлов приемника. Тогда функция 4) отобразится последовательным соединением узлов 3) и 2). В результате получим достаточно простую и наглядную обобщенную функциональную схему, показанную на рис. 3. Ее функциями обеспечивается *различимость* (дискриминация) состояний сигнала, а на уровне порога — сам факт его обнаружения.

Если подать на такой дискриминатор низкочастотный сигнал (например, импульс с очень пологим фронтом), то момент его срабатывания будет соответствовать достижению энергии входного сигнала пороговой величины, т. е. пункту 2).

Если же подать «быстро-медленный» — ступенчатый испытательный сигнал малой амплитуды, то задержка его срабатывания также будет достаточно велика, поскольку на накопление необходимой второму узлу энергии потребуется значительное время. Этот случай соответствует пункту 3), дискриминатор будет обнаруживать ступеньку сколь угодно малой амплитуды, т. е. для этого типа сигнала его порог по амплитуде близок к нулю.

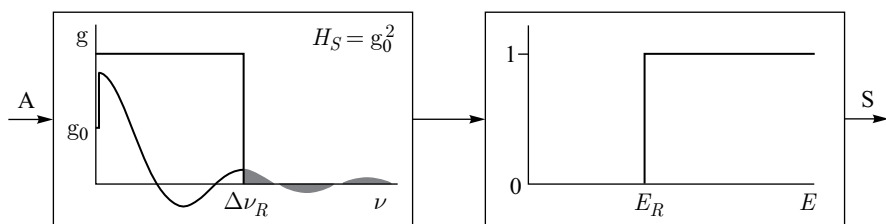


Рис. 3. Обобщенная функциональная схема логического дискриминатора отклонений сигнала: А — аналоговый вход, S — логический выход; первый узел — фильтр гармоник $\nu > \nu_R$, второй узел — дискриминатор по энергии, срабатывающий на уровне E_R . Величины $\Delta\nu_R$ и E_R определяют пороговую постоянную дискриминатора: $H_R = E_R/2\Delta\nu_R$, которая равна квадрату спектральной плотности амплитуды нулевой гармоники g_0^2 порогового входного сигнала или квадрату его площади

Пункт 4) реализуется, если в качестве испытательного взять «быстрый» сигнал (например, прямоугольный импульс). Тогда у дискриминатора появится порог по амплитуде; он будет тем больше, чем уже входной сигнал. При увеличении амплитуды сигнала задержка срабатывания будет уменьшаться сначала быстро, а затем все медленней — в соответствии с эффектом «гуляния» электронных дискриминаторов.

Таким образом, приведенная на рис. 3 обобщенная функциональная схема покрывает все возможные физические варианты ограничений при приеме сигналов (включая первый в списке, как следствие). Рассмотрим возможные режимы работы дискриминатора, которые определяются соотношением между быстротой сигнала (S) и быстродействием приемника (R).

«Быстрое» детектирование. Повторим, что если сигнал имеет значительно меньшую ширину спектра, чем у приемника: $\delta t_S \gg \delta t_R$ (или $\Delta \nu_S \ll \Delta \nu_R$), то он не фильтруется и целиком проходит во второй узел. В этом случае срабатывание дискриминатора определяется *текущей* величиной энергии сигнала и наступает сразу же, как только E_S становится больше E_R . Тогда на плоскости параметров $[E_R, \delta t_R]$ различаемые приемником состояния есть горизонтальные линии, идущие с шагом E_R вплоть до предельной прямой мощности P (рис. 1, б). Для сигнала с быстротой δt_S количество таких состояний $n = E_{SP}/E_R$, где $E_{SP} = P\delta t_S$. Соответственно, возможный темп передачи информации во времени:

$$\Delta I_S/\delta t = \log [1 + (P\delta t_S/E_R)]/\delta t_S. \quad (9a)$$

Здесь дополнительная единица появляется, как и в формуле Шеннона (8a), из учета «состояния отсутствия» сигнала.

Наибольший темп переноса информации достигается в точке 2 — при повышении скорости сигнала, т. е. снижении δt_S до величины $\delta t_{RP} = E_R/P$, где различаются только два состояния:

$$(\Delta I_S/\delta t)_{\max} = \log [2]P/E_R. \quad (9б)$$

«Медленное» детектирование. Если сигнал имеет большую ширину спектра, чем приемник (выходит за пределы основной полосы частот приемника): $\delta t_S < \delta t_R$ (или $\Delta \nu_S > \Delta \nu_R$), то только часть энергии сигнала, содержащаяся в его нижних гармониках, пройдет во второй узел (см. рис. 3):

$$E_{\text{rec}} = \frac{g_H}{2} \Delta \nu_R; \quad (10a)$$

здесь g_H — спектральная плотность амплитуды сигнала в области низших гармоник. Для реальных сигналов спектральная плотность амплитуды в области

самых нижних гармоник практически постоянна, поэтому (10а) эквивалентно условию

$$E_{\text{rec}} = g_0^2 2\Delta\nu_R, \quad (10б)$$

где $g_0 = g_H/2$ — спектральная плотность амплитуды нулевой гармоники.

По мере роста $\Delta\nu_S$ все большая и большая часть энергии сигнала будет отфильтрована, т.е. потеряна для регистрации. Как следствие, все больше и больше информации, содержащейся в коротких деталях сигнала, будет утеряно.

Пороговое соотношение неопределенности. Для регистрации короткого сигнала «воспринимаемая» энергия E_{reg} должна быть больше или равна E_R . Это можно записать в виде неравенства, вытекающего из (10б):

$$g_0^2 \geq \frac{E_R}{2\Delta\nu_R}. \quad (11а)$$

Это значит, что для коротких (для него) сигналов приемник имеет пороговую информационную постоянную

$$H_R = \frac{E_R}{2\Delta\nu_R} = E_R \delta t_R \quad (11б)$$

с размерностью действия.

Для сигнала величина g_0^2 , как уже говорилось, есть квадрат площади сигнала, и она имеет размерность действия, т.е. это действие сигнала: $g_0^2 = H_S$. Тогда пороговое условие принимает весьма простой вид:

$$H_S \geq H_R. \quad (11в)$$

Соответственно, область сигналов, *регистрируемых* медленным приемником, на рис. 1, в будет располагаться над пороговой гиперболой, проходящей через точку $[E_R, \delta t_R]$, поскольку $E_S \approx g_0^2 2\Delta\nu_S = H_S/\delta t_S$.

Легко также видеть из рис. 1, в, что условие (11в) справедливо и для быстрого дискриминатора, поскольку горизонтальная прямая $E_R = \text{const}$ проходит выше пороговой гиперболы H . Таким образом, условие (11в) задает *обобщенный* порог приемника; точнее, для него есть необходимое условие неопределенности (не смешивать с неопределенностью).

Интервал обнаружения порогового сигнала. Как видим, короткие (для приемника) сигналы все же могут быть зарегистрированы за счет роста их площади (квадрат площади сигнала H_S должен быть больше квадрата «пороговой площади» H_R). Однако медленный дискриминатор срабатывает не в интервале наличия сигнала, а заведомо *позже* — по прошествии интервала:

$$\delta t_R = H_R/E_R = 1/2\Delta\nu_R, \quad (12)$$

требуемого для «набора пороговой площади». Для чувствительных, но медленных дискриминаторов интервал обнаружения может быть достаточно большим. Хорошим примером является «регистрация» вспышки молнии глазом: сама вспышка длится доли миллисекунды (но она очень яркая), а глаз воспринимает ее через десятки миллисекунд.

Биполярные сигналы (потенциальный барьер). Входной сигнал в интервале, меньшем δt_R , интегрируется приемником (поскольку величина $2/\delta t_R$ находится выше границы спектральной полосы приемника). Если в таком интервале появится несколько входных сигналов, то для дискриминатора они будут суммироваться не по амплитудам огибающих, а *по площадям*, т. е. по радикалам (квадратным корням) действия, имеющим полярность.

Представим, что имеется короткий биполярный сигнал или два коротких одинаковых сигнала противоположной полярности, отстоящих на расстоянии, *существенно меньшем* δt_R . В подобной паре оба, даже надпороговых (с большой площадью), сигнала не будут зарегистрированы, ибо их *суммарная* площадь (суммарная постоянная составляющая) в интервале обнаружения *нулевая*.

Сказанное можно проиллюстрировать рисунком, где сигнал (рис. 4, б) представлен как производная от потенциала (взаимодействия). Линиями 1–3 тройной ширины на рис. 4, а показаны потенциальные барьеры трех видов. Барьер 1 невидим для «приемника» — объекта взаимодействия, поскольку биполярные сигналы от его фронта и среза находятся в зоне интегрирования, поэтому их суммарная площадь, а значит, и суммарное *действие* нулевые. Это, в частности, объясняет причину туннельного эффекта [20] при прохождении частиц «сквозь» узкий потенциальный барьер. Для сравнения: пологий барьер 3 воспринимается классически — по энергии, а не по действию.

Сигналы с нулевым действием. Сигналы, представляющие собой узкополосный [9] волновой пакет (короткий колоколообразный всплеск колебаний), также имеют нулевую площадь в силу их симметричности относительно нулевой линии; соответственно, равно нулю и их действие. Поэтому если такой сигнал интегрируется при восприятии (медленным приемником), то он не может быть зарегистрирован (воспринят). В [16] показано, что короткие запаздывающие колебания могут образовываться из высших гармоник реального сигнала за счет дисперсии при распространении на дальние расстояния. Они невидимы, хотя и обладают энергией.

Пороговый шаг между состояниями. Предположим, что сигнал несет только подпороговые «детали», тогда они, как и сам сигнал, будут потеряны при регистрации. Точно так же не будут восприняты детали, лежащие *между* нижней ($1H$) и второй ($2H$) гиперболами на рис. 1, в (хотя сам сигнал уже будет воспринят), потому что невозможно определить разность между пороговым сигналом и сигналом, лежащим ниже гиперболы $2H$. Следующий «слой» неразличимости (неопределимости) лежит в границах от $2H$ до $3H$ и т. д.

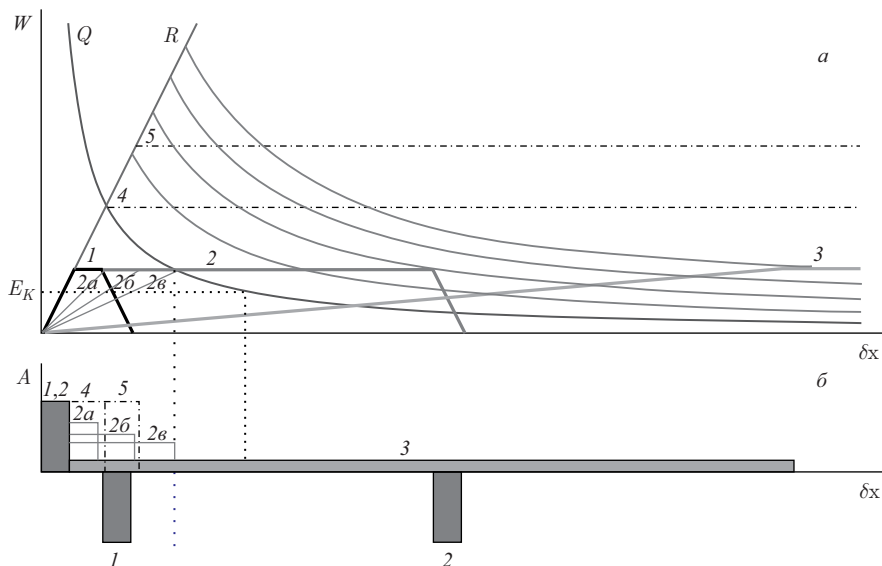


Рис. 4. Виды потенциальных барьеров (потенциальной энергии взаимодействия W) и соответствующие им сигналы: *а*) 1 — узкий потенциальный барьер (линия тройной ширины) находится ниже предельного R и порогового Q ограничений (линии двойной ширины); 2 — барьер средней ширины (темно-серая линия) превышает порог по продолжительности; 3 — барьер с пологим фронтом (светло-серая линия) близок по своим свойствам к классическому барьеру; штрихпунктирными линиями показаны барьеры 4 и 5 с коротким надпороговым фронтом; *б*) сигналы 1–5 «наличия барьера» есть производная от потенциалов W 1–5; сигнал 2 — от предельно короткого фронта W является дельта-функцией энергии и эволюционирует (при интегрировании) в направлении $2 \rightarrow 2a \rightarrow 2b \rightarrow 2v$, пока действие его не достигнет порогового значения. Амплитуда фронтальных сигналов у барьеров 1, 4, 5 одинакова в силу наличия предельного ограничения на плотность энергии; у сигнала 3 амплитуда меньше, чем у 1, 4, 5, но его действие (площадь) больше. В данном упрощенном представлении барьер 1 прозрачен, но при наличии виртуального шума он становится почти прозрачным. Барьер 2 здесь непрозрачен, а с шумом — почти непрозрачен

Следовательно, линии nH (n — целое число) задают информационные состояния сигнала (начиная с порогового) и только они являются различимыми. На рис. 1, *в* ограничиваемая пороговой и предельной асимптотами область, где реальный сигнал удовлетворяет информационным ограничениям, заполнена линиями (гиперболами), идущими с шагом H .

Информационная пропускная способность. На пороговой гиперболе сигнал имеет только два состояния (он есть или его нет). Это значит, что на каждом интервале δt он может нести 1 бит информации, а на интервале $L\delta t$ — L бит.

При движении вертикально вверх от точки $[E_R, \delta t_R]$ до предельной прямой количество возможных состояний сигнала, как нетрудно убедиться, равно $n = (\delta t_R / \delta t_M)^2$, где $\delta t_M = \sqrt{H/P}$ есть абсцисса точки пересечения пороговой гиперболы и предельной прямой на рис. 1, в.

Если сигнал становится быстрее ($\delta t_S < \delta t_R$), то количество состояний снижается до $n = \delta t_S \delta t_R / \delta t_M^2$; соответственно, возможный темп передачи информации во времени принимает вид

$$\Delta I_R / \delta t = \log [1 + (\delta t_S \delta t_R / \delta t_M^2)] / \delta t_R. \quad (13)$$

В отличие от (9а), значение δt в знаменателе (13) равно δt_R (потому что на регистрацию сигнала тратится интервал δt_R). При уменьшении δt_S величина под знаком логарифма снижается, а знаменатель в (13) неизменен, в результате информационная способность тракта передачи уменьшается.

Этот эффект делает энергетически невыгодным использование «слишком быстрых» сигналов в технике, поэтому описанный режим передачи информации до сих пор не привлекал особого внимания в теории сигналов. Однако практически он используется весьма широко — достаточно упомянуть кино и телевидение: в каждой точке экрана сигнал в каждом кадре очень короткий, намного меньший, чем δt_R зрительного тракта человека.

Граница классического шума. Пороговая постоянная приемника H зависит от его физических размеров: чем они меньше, тем она ниже. При подходе к «микротехнологиям» неизбежно проявится *природное* физическое ограничение на уменьшение величины H в виде постоянной Планка h . Как видно из рис. 1, в, граница обрезания классического шума проходит по пороговой гиперболе. Для теплового шума (4) $E_N = 2kT$, тогда, заменив в (11б) H на h , получим ограничение на полосу частот классического шума:

$$h\Delta\nu_N/kT = 1, \quad (14)$$

т. е. условие Планка (1), которое очевидным образом (без *постулата* Планка) следует из теории реальных сигналов.

Для температуры $T \approx 300$ К граница обрезания классического теплового шума находится на уровне $\Delta\nu_N = 1,3 \cdot 10^{13}$ Гц. Этот диапазон частот всего на 2–3 десятичных порядка выше освоенного современной техникой передачи сигналов, поэтому он представляется достижимым в недалеком будущем. При $T = 300$ К на границе обрезания энергозатраты на передачу информации составляют $1,6 \cdot 10^{-20}$ Дж/бит, а мощность на входе приемника находится на уровне $4,2 \cdot 10^{-7}$ Вт. Однако ниже указанной границы (ниже δt_N на рис. 1, в) энергия, затрачиваемая на каждый бит передаваемой информации, в силу наличия порога должна существенно возрастать.

ВИРТУАЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ

В классике границы между состояниями теоретически могут быть ступенчатыми потому, что классический сигнал имеет *бесконечный* спектр (см. рис. 3 за $\Delta\nu_R$ фильтром), поэтому он может изменяться скачком. У реального сигнала (рис. 1, θ), даже при отсутствии классического шума, воспринимаемый спектр принципиально ограничен (76), и переход из одного состояния в другое может происходить быстро, но должен происходить *постепенно* (плавно) в границах интервала (7а). Это означает, что должна существовать переходная зона, где первое состояние «постепенно исчезает», а второе «постепенно появляется» (рис. 5, a, z). С другой стороны, понятно, что никаких постепенно возрастающих и постепенно убывающих сигналов быть не должно из-за наличия порога восприятия. Регистрируемый сигнал может быть либо нулевым, либо пороговым, его состояния дискретны. Налицо логическое противоречие; посмотрим, как оно может быть преодолено.

Действительно, подпороговый сигнал зарегистрирован быть не может, если... нет шума. Если (при наличии шума) подпороговый сигнал повторяется многократно, то после набора определенной статистики можно заметить сдвиг средней шумовой линии на величину этого малого *подпорогового* сигнала. В этом процессе измеряется, по сути, не сам сдвиг, а его *вероятность*, соответственно, и утверждение выше о существовании переходной зоны, где первое состояние «постепенно исчезает», а второе «постепенно появляется», следует относить к вероятностям. Именно таким *вероятностным* образом «постепенно появляется» прозрачность потенциального барьера (см. рис. 4) при уменьшении его ширины.

Метод подмешивания шума используется в электронной аналого-цифровой технике. Он был предложен Э. Гатти [21] для более точного определения интервала дискретизации при амплитудно-цифровом преобразовании.

Комбинационные состояния. Попробуем описать вероятностные переходы между состояниями в терминах алгебры логики. В классической алгебре логики полагается, что дискретные логические переменные A, B, C, \dots могут иметь только два состояния, обозначаемые как 0 и 1. Вводятся двоичные функции для действий с этими переменными, такие как инверсия ($\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$), логическое сложение $A \vee B$ (дизъюнкция) и логическое умножение $A \wedge B$ (конъюнкция). Тем не менее известно [22, 23], что можно использовать обычные непрерывные алгебраические переменные a, b, c, \dots при условии, что они принимают значения только 0 или 1. Тогда все *логические* действия сводятся к действиям *обычной* алгебры; например, инверсия и конъюнкция принимают интуитивно понятный вид:

$$A \Rightarrow a, \quad (15a)$$

$$\bar{A} \Rightarrow 1 - a \text{ (то же для } b \dots), \quad (15b)$$

$$A \wedge B \Rightarrow a \cdot b. \quad (15v)$$

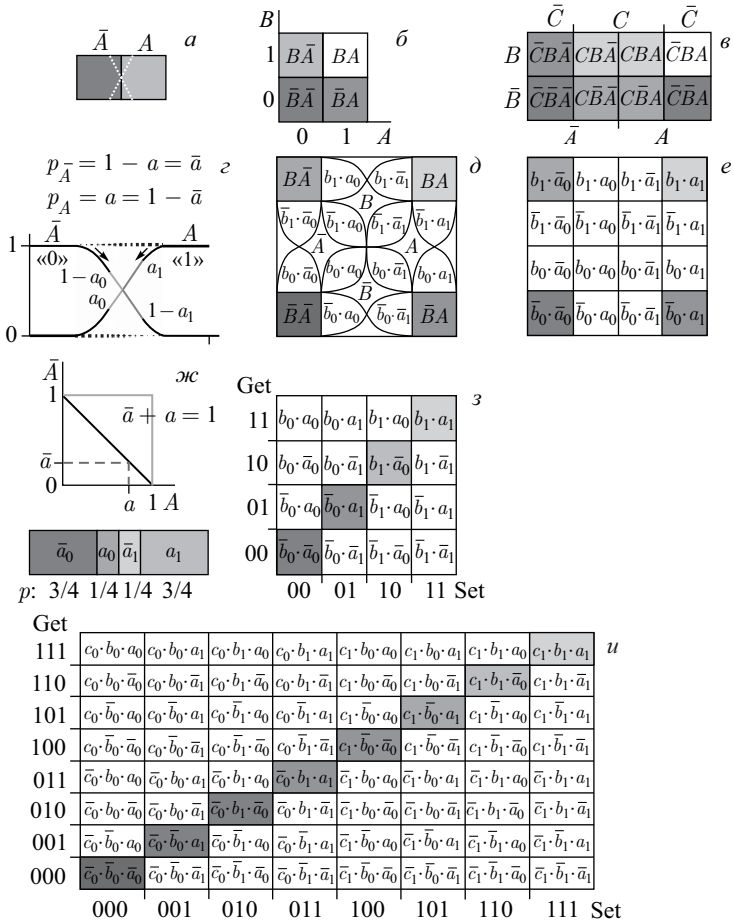


Рис. 5. а–в) Классические абсолютно четко заданные одно-, двух- и трехмерные состояния (в виде карт Карно (Вейча)); а, з) состояние и его альтернатива, «взаимопроницающие» друг в друга, когда их границы не ступенчатые; д) двумерная карта б с линиями взаимных переходов каждого из четырех состояний в три соседние; е) эта же карта, где переходы показаны в виде виртуальных состояний; ж) связь прямого и альтернативного виртуальных состояний переменной, она задает вероятности появления соответствующих классических состояний; з, и) таблицы двумерных и трехмерных комбинационных виртуальных состояний (знак умножения подчеркивает их комбинационный характер), наследуемые за основными состояния располагаются по диагонали. Сумма всех вероятностей по каждому столбцу таблиц з и и равна единице, Set принимает *только одно* значение из 2^n . При отсутствии шума таблицы з, и явно избыточны (поскольку присутствует только отмеченная диагональ), т. е. для классической логики вполне достаточно карт б, в

Используя правило Моргана [24] $\overline{A \vee B} = (\bar{A} \wedge \bar{B})$ совместно с (15, б), (15 в), найдем, что

$$A \vee B \Rightarrow \{1 - [(1 - a) \cdot (1 - b)]\} = a + b - (a \cdot b). \quad (15г)$$

В связи со сказанным в начале этого раздела вполне естественным является вопрос: а могут ли переменные a, b, c, \dots принимать значения *между* нулем и единицей, и если «да», то что это означает? Обратим внимание на то, что логические функции умножения (15в) и сложения (15г) двух переменных по форме совпадают с выражениями для вероятности произведения независимых событий и для вероятности суммы *совместных* событий:

$$p(A \cdot B) = p(A) \cdot p(B), \quad (16а)$$

$$p(A + B) = p(A) + p(B) - [p(A) \cdot p(B)]. \quad (16б)$$

Тогда ответ прост: переменные a, b, c, \dots являются вероятностями появления состояний A, B, C, \dots , например, $p(A) = a$, а для инверсии $p(\bar{A}) = 1 - a = \bar{a}$.

У *реальных* переменных A, B, C, \dots вероятность равна единице, это означает, что *они регистрируются за одно измерение*. Напротив, переменные $0 < a, b, c, \dots < 1$ требуют для своего надежного определения *серии* измерений, поскольку эффективность выявления вероятности в единичном измерении ничтожна. Вероятность отражает шанс (возможность) регистрации, поэтому такие состояния вполне уместно назвать *виртуальными* состояниями логических переменных A, B, C, \dots . Как отмечено выше, на рис. 5, г переходные линии есть значения вероятностей появления A, B, C, \dots и, соответственно, $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$ в переходной области; их сумма для каждой из переменных всегда равна единице (рис. 5, ж). Появление виртуальных состояний связано с наличием *неопределенности* поведения (см. рис. 2, е) *реального* сигнала между опорными точками. Виртуальную форму могут иметь не только подпороговые состояния, но и состояния между *кратными* порогу (см. рис. 1, б).

Наличие вероятности в (16) означает, что появилась *случайность* и переменные A, B, C, \dots или, соответственно, $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$ могут быть получены непредсказуемо при измерении. Эта неопределенность (описываемая соотношением *неопределенности* [20] с константой действия $H/2$) является признаком наличия *шума* в процессе регистрации подпорогового (или между кратными порогу) сигнала.

Сумма вероятностей всех комбинаций переменных a, b, c, \dots равна 1, например:

$$a \cdot b + (1 - a) \cdot b + a \cdot (1 - b) + (1 - a) \cdot (1 - b) = 1, \quad (17а)$$

или, что то же,

$$p(A \cdot B) + p(\bar{A} \cdot B) + p(A \cdot \bar{B}) + p(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1, \quad (176)$$

или

$$p_{11} + p_{10} + p_{01} + p_{00} = 1. \quad (17в)$$

Поскольку в каждом из двух переходов (рис. 5, з) имеются переменные a и $1 - a$ (\bar{a}), необходимы индексы «0» и «1» при виртуальных переменных для того, чтобы отличать переход $0 \rightarrow 1$ от перехода $1 \rightarrow 0$. Тогда (17а) превращается в четыре частных уравнения для комбинаций: $b_0 \cdot a_0$, $b_0 \cdot a_1$, $b_1 \cdot a_0$, $b_1 \cdot a_1$. Соответственно, логическая карта четырех классических состояний (рис. 5, б) превращается в четыре группы по четыре виртуальных состояния в каждой (рис. 5, е), т. е. становится *двухуровневой*.

В силу независимости a и b в (17) имеется две степени свободы: если изменять a или b , то изменяться будут вероятности *каждого* из четырех комбинационных виртуальных состояний в каждой группе. В общем случае, при n переменных будет n степеней свободы, хотя общее число состояний равно 2^n ; это неудивительно потому, что управляющими являются только n независимых величин.

Как видно из рис. 5, з, и, реальные состояния располагаются по диагонали в координатах Set-Get. Виртуальные комбинационные состояния размывают свое реальное состояние по вертикали в пределах каждой Set колонки, что соответствует (16а).

Совместные состояния. В состояниях с классическим шумом (по энергии — см. рис. 1, б) ограничения по скорости переключения не были существенными. Сигналы, которые лежат в зоне 2–3 на рис. 1, в, находятся в пределах одного общего интервала δt_R . Такие сигналы (с порогом по действию) практически полностью интегрированы и суммируются по площади. Тогда суммарное действие находится [16] по правилу сложения радикалов H_i :

$$\sqrt{H_{1+2 \pm \dots}} = \sqrt{H_1} \pm \sqrt{H_2} \pm \dots \quad (18)$$

Если суммарное действие ниже *порога*, то сигналы следует рассматривать совместно как единую общность. Тогда и их состояния должны быть записаны в *совместном* виде.

Такие состояния характерны для микромира и получили в квантовой механике (КМ) название суперпозиционных (здесь они называются совместными, чтобы подчеркнуть совместность их вероятности (16б), являющуюся следствием интегрированности сигналов). Плотность распределения вероятности в КМ записывается через квадрат модуля волновой функции: $\rho(t, r) = |\psi(t, r)|^2$ [25], и уравнения составляются и решаются для волновой функции. Такая запись означает, что ψ является радикалом ρ , т. е. радикалы совмест-

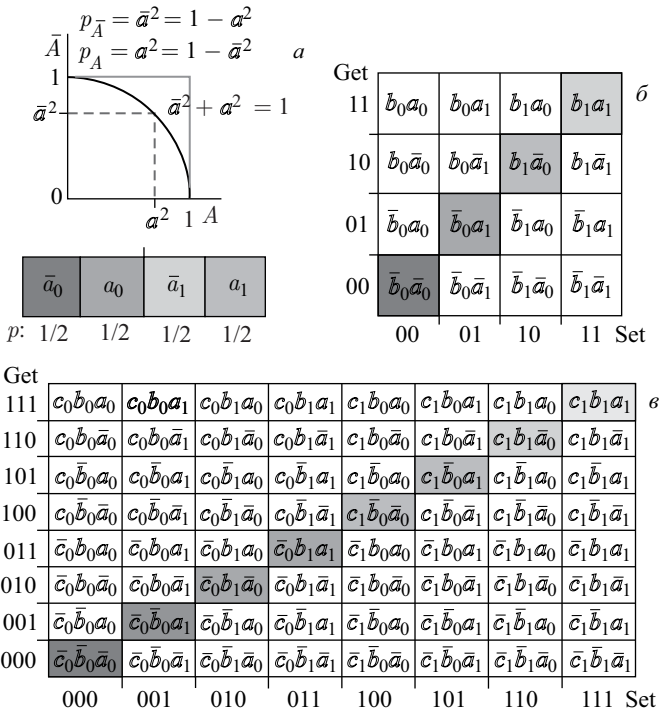


Рис. 6. а) Связь радикалов прямого и альтернативного состояний переменной, задающая вероятности появления соответствующих классических состояний; б, в) таблицы двумерных и трехмерных совместных состояний, в клетках находятся мнемонически обозначенные числа, а не произведения (показаны радикалы, для получения вероятностей они должны возводиться в квадрат)

ной вероятности способны к интерференции. Кроме того, на рис. 6, а, являющемся аналогом рис. 5, ж, должны быть использованы квадраты значений «амплитуд» (волн) совместных вероятностей. Принцип суперпозиции распространяется и на радикалы нескольких переменных ... c, \bar{b}, a , например:

$$\langle \bar{b}\bar{a} \rangle^2 + \langle \bar{b}a \rangle^2 + \langle b\bar{a} \rangle^2 + \langle ba \rangle^2 = 1, \tag{19}$$

а сумма вероятностей имеет тот же вид, что (17а). Однако, согласно [6, 25, 26], в соотношении (19) вероятности p_{ji} не привязаны к произведению $b \cdot a$, как слагаемые в (17а). Поэтому в угловых скобках в (19) находятся не произведения частных вероятностей ... $b \cdot a$, а условно (мнемонически) выраженные

набором знаков (букв ... $\bar{b}a$) числа, квадрат которых является слагаемым вероятности.

На рис. 6, б, в показаны таблицы двумерных и трехмерных совместных состояний. Для трех переменных имеем:

$$\langle \bar{c}\bar{b}\bar{a} \rangle^2 + \langle \bar{c}\bar{b}a \rangle^2 + \langle \bar{c}b\bar{a} \rangle^2 + \langle \bar{c}ba \rangle^2 + \langle c\bar{b}\bar{a} \rangle^2 + \langle c\bar{b}a \rangle^2 + \langle cb\bar{a} \rangle^2 + \langle cba \rangle^2 = 1, \quad (20a)$$

или, что то же:

$$p_{000} + p_{001} + p_{010} + p_{011} + p_{100} + p_{101} + p_{110} + p_{111} = 1. \quad (20б)$$

Как видим, структура и размер таблиц комбинационных (см. рис. 5, з, и) и суперпозиционных (рис. 6, б, в) состояний совпадают. Принятые мнемонические обозначения чисел в (20а) включают в себя, для наглядности, идентификатор радикала « $\bar{c}\bar{b}\bar{a}$ »... « cba », означающий то же, что индексы «000»... «111» в (20б).

Поскольку в соотношении (19) и в (20а) вероятности p_{kji} не связаны с произведениями $c \cdot b \cdot a$, то они относительно *независимы* (фиксирована только их сумма, равная единице). Суперпозиция (совместность) Set-состояний ведет к общности столбцов в таблицах на рис. 6, б, в. Она проявляется в том, что радикалы, имеющие два значения $\pm \dots cba$, могут складываться (по строкам) с радикалами вероятности других состояний [6, 25, 26] с учетом знака. Эта интерференция радикалов вероятностей, вытекающая из (18), дает возможность шаг за шагом изменять вероятности в группах из двух или более состояний из общего числа 2^{2n} .

Шум в совместных состояниях. Проявление случайности, порождающее вероятность совместных состояний, можно описать как шум. В отличие от классического шума (4) его характеристической константой является *величина действия* $H_N = \text{const}$ [16], а не величина энергии E_N :

$$H_N = \frac{\langle P_N \rangle}{(2\Delta\nu_N)^2}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что его средняя мощность $\langle P_N \rangle$ возрастает существенно круче, чем в (4), при уменьшении временных масштабов ($\delta t \rightarrow 0$). Именно поэтому, в отличие от классического шума по энергии, шум по действию неумножим.

ИНФОРМАЦИЯ РЕАЛЬНАЯ И «КВАНТОВАЯ»

Сказанное о сигналах, их реальных и виртуальных состояниях будет не полным, если не пояснить, как все изложенное соотносится с информацией.

Попробуем вкратце это сделать на примерах из практики измерений в экспериментах ядерной физики. Сказанное будет справедливо и для передачи данных, поскольку в конце каждого канала передачи находится приемник, задачей которого, как мы выяснили, является распознавание сигналов. Для начала придется уточнить структуру понятия информация.

Слово «информация» используется как минимум в двух значениях:

- а) когда мы считаем информацией *смысл* сказанного;
- б) когда нас интересует, насколько кратко этот смысл передан с помощью абстрактных, *заранее условленных* знаков.

Согласитесь, что фраза «... получена важная информация, что информация — это логарифм вероятности (ее обратного значения)» выглядит достаточно нелепо. В случае а) лучше употреблять термин *сведения*, тогда можно более четко сформулировать три утверждения [16], упомянутые во введении:

- 1) *информация* есть код, который является носителем смысловых *сведений*;
- 2) носителем *информации* являются *состояния* в *событиях*;
- 3) носителями *состояний* являются сигналы.

Пункты 2) и 3), рассмотренные выше, позволили выявить связь совместных виртуальных состояний и прозрачности узкого потенциального барьера с интегрированием сигналов, а также получить левую граничную точку 3 (см. рис. 1, *в*) на пороговой гиперболе. В классической теории информации состояния привязываются к шуму, а не к сигналу; они пропадают в точке 2 — в начале пороговой гиперболы вместе с классическим шумом.

Варианты кодирования, данные и информация. Простейший код создается набором рисок (шкалой) на измерительной линейке (рис. 7, *а*), где меткой (сигналом) помечается значение величины. Именно таким образом получают результаты с многопроволочных искровых или пропорциональных камер. Этот натуральный линейный (одномерный) код имеет большую длину, но зато он прекрасно приспособлен для одновременного указания (группой меток) положения нескольких зафиксированных камерой частиц. При большом числе меток такой код становится самым коротким [16]; его можно использовать для обработки данных, и такие устройства созданы [27].

Следующая численная знаковая система (рис. 7, *г*) была введена древними арабами. Она представляет собой иерархическое дерево, узлы которого содержат короткие линейки (имеющие 2, как на рис. 7, *г*, или, скажем, 10 градаций шкалы). Указывая цифрами положения меток на частных «линейках» (метки здесь играют роль локальных *ссылок*) на каждом уровне иерархии, в итоге получаем число, количество цифр в котором есть *логарифм* (по основанию 2 или 10) от полного числа градаций S на линейке рис. 7, *а*. Такой код исторически получил название *данные*, его можно назвать оптимизированным по длине [16]. Опуская основание логарифма, имеем длину такого кода в каждом событии $D = \log(S)$. Привлекательность оптимизированного кода в том, что

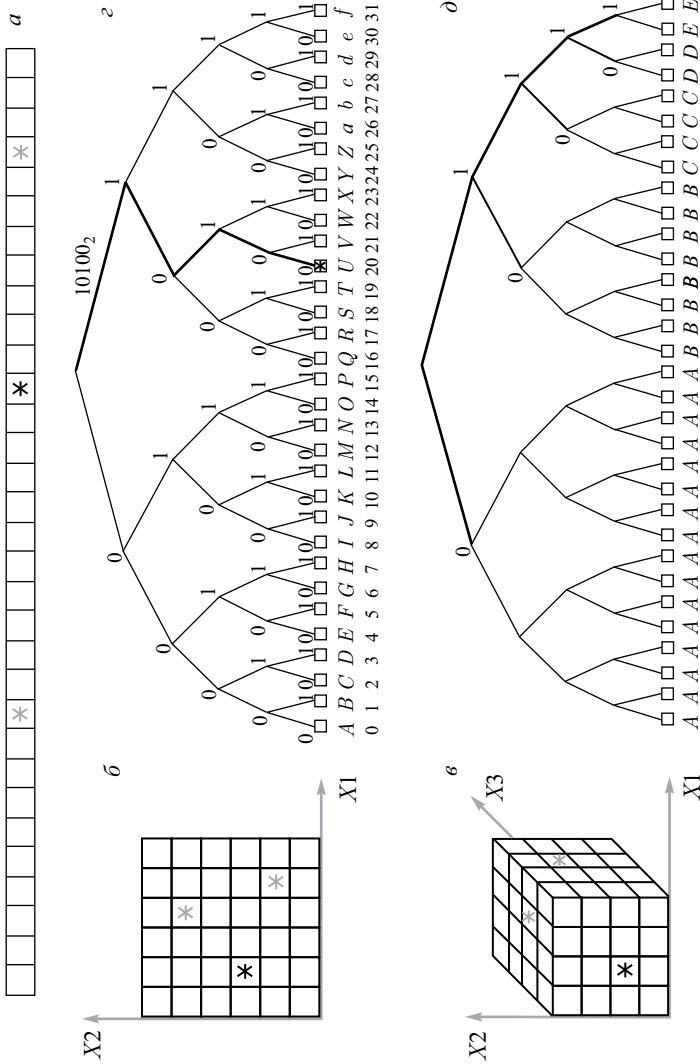


Рис. 7. Натуральное представление позиций сигналов линейным (одномерным) кодом (а); перевод этого же кода к планарным (б) и трехмерным (в) проекциям. Логарифмическое кодирование данных (г) и информации (д). Дерево г дает ссылки равной длины на каждое из S состояний; «косое» дерево д дает ссылки на количество полученных состояний А–Е. Жирными линиями показаны локальные ссылки кодов, серые звездочки отображают множественные события

он отражает значение числа, поэтому его удобно использовать для вычислений. Появление логарифма в коде показывает, что последний является весьма экономным, что является следствием его иерархической структуры (деления на части, подчасти и т.д. — рис. 7, з). Проекционная многомерная система координат (рис. 7, б, в), также используемая для сокращения длины кода, проигрывает в сравнении с многоуровневой (логарифмической).

Задолго до создания теории информации было замечено, что путь к тому, что необходимо часто, должен быть коротким. В IT-технике прошлого эта идея была использована в азбуке Морзе и в раскладке клавиатуры пишущих машинок. Этот принцип подсказывает, что код данных можно сделать более компактным. Для этого надо изменить подход к построению дерева ссылок. Прежде всего, должны быть построены частные деревья над каждой группой одноименных состояний (рис. 7, в — внизу); высота деревьев там, где состояний больше, будет логарифмически выше. Затем над этими разновысокими *деревьями состояний* необходимо надстроить «косое» *дерево ссылок*. В результате получим логарифмический код «чаще → короче», он будет иметь *минимально возможную* длину. Принцип последовательного деления на части лежит в основе уже упоминавшегося арифметического кодирования [19]. Важно подчеркнуть следующие обстоятельства.

1. При арифметическом кодировании L событий суммарное количество информации, получаемое от одного из S состояний, составит

$$I_S = N_S \log \left[\frac{(S + L)}{N_S} \right], \quad N_S \geq 1, \quad (22)$$

где N_S — количество появлений данного состояния на интервале L . Наличие S отражает то, что в первом событии измерение приносит $\log(S)$ *данных*, которые только при $L \gg S$ переходят в *информацию*. Эффект перехода $D \rightarrow I$ имеется и в нестационарных процессах.

2. При выводе не использовалось понятие случайности и не потребовалось априорного знания вероятностей состояний (в формуле Шеннона это полагается по умолчанию).

3. Формула Шеннона (при $L \gg S$) получается из (22) переходом к относительной интенсивности, для чего N_S перед логарифмом делится на L , что дает приближенное значение вероятности $p_i \approx L/N_S$ (для получения точного значения необходимо $L \rightarrow \infty$, по определению вероятности). Тогда $\log(1/p_i)$ дает количество информации, получаемое за одно измерение состояния с вероятностью p_i (см. выше: «... информация есть логарифм вероятности»), а $p_i \log(1/p_i)$ есть средняя доля информации одного из состояний в L событиях.

Следует отметить неудобство информационного кода для проведения вычислений, поскольку он не содержит значений величин, а отражает лишь

(относительную) интенсивность их появления. Расхожим является ошибочное мнение, что компьютеры «обрабатывают информацию», на самом деле они работают с данными («информация» в приведенном выражении, скорее, относится к *сведениям*). *Информация* в компьютерах содержится только в архивной памяти, где данные подвергаются «сжатию» (процедуре компрессии). Сжатие происходит в основном на участках *повторения* данных или их сочетаний в событиях, поэтому, с некоторой натяжкой, можно сказать, что повторы, в том числе повторы комбинаций состояний, практически не содержат информации (но только после перехода $D \rightarrow I$). Перед вычислениями *информация* переводится обратно в *данные*.

Сколько информации содержится в шуме? Если не все, то многие ответят, что несколько, имея в виду, что «информация является носителем сведений». Но откуда следует, что она их несет *всегда*? Информация — это всего лишь код, и она описывает поведение состояний в последовательности событий измерения. Она с равным успехом может описывать поведение огибающей реального (с ограниченным спектром) непрерывного шума в его опорных точках [9]. Смысла при этом не передается никакого, т. е. такая информация *бессодержательна*. Она, кстати, может порождаться выбором чересчур длинной линейки (подавляющее число старших разрядов в регистрах компьютеров содержат нули).

К шуму может быть применимо понятие энтропии. Некоторым аналогом термодинамической энтропии в классической теории информации является энтропия, введенная Шенноном: $\sum_i p_i \log(1/p_i)$, это среднее количество информации за событие. В классическом шуме все S состояний равновероятны и $p_i = 1/S = \text{const}$; получается, что энтропия Шеннона равна $\log(S) = D$, т. е. количеству *данных*. Энтропия и распределение состояний связаны условием максимума беспорядка, поэтому термодинамическое распределение вероятностей состояний — экспоненциально спадающее. Оно разнится с плоским распределением данных в 1,07 раз по энтропии [16], но эта небольшая разница работает (молекулы выстраиваются по Больцману, а не по Шеннону). Поэтому называть данные энтропией можно весьма условно и, тем более, не стоит смешивать понятие энтропии с информацией (поскольку $I < D$): первая является мерой максимального беспорядка, а вторая — минимизированной мерой непредсказуемости (незнания).

«Квантовая» информация. С одной стороны, КМ является статистической теорией (статистики ансамблей), применяемой к свойствам отдельных частиц (энергия и импульс частицы индивидуальны). С другой стороны, классическая теория сигналов совершенно не стыкуется с КМ, в силу чего имеющийся разрыв с КМ приходится заполнять постулатом измерений, включающим проецирование на базовые векторы и редукцию ψ -функции (и то, и другое происходит скачком!).

Может быть в силу указанных обстоятельств, в КМ нет понятия сигнала (в том понимании (2), которое обсуждается), хотя энергия испускается и принимается. Обсуждаемые реальные сигналы не являются классическими (в них нет информационных бесконечностей), они должны стыковаться с КМ потому, что содержат порог *по действию*. Действительно, они описывают ряд эффектов КМ (уровни квантования энергии [16], прозрачность узкого барьера, переход от состояния к состоянию через зону виртуального шума и т. д.). Это не удивительно потому, что на пороговой гиперболе с действием \hbar (см. рис. 1, *в*) и выше на гиперболах $n \cdot \hbar$ присутствуют реальные сигналы, а ниже порога и между линиями $n \cdot \hbar$ действует КМ (линии $n \cdot \hbar$ и есть линии стыковки). Это наглядно видно в картинах дифракции от широкой и узкой щелей (рис. 2, *е, ж*). В обоих случаях реальные сигналы определяют положение опорных точек, помеченных стрелками, а КМ дает непрерывную вероятностную картину дифракции.

Как известно, бит является единицей измерения количества информации (хотя оно может принимать и дробные значения, близкие к нулю). Кубит, введенный в КМ, в отличие от бита, является *физическим* объектом, его аналогом является «разряд» (электронного регистра). Поэтому кубитовую «квантовую» информацию следует, скорее, называть «квантовой информатикой».

«Квантовая» информация появилась, когда Фейнманом было замечено, что для описания поведения микрочастиц требуется гораздо больше информации, чем для макрочастиц. Это легко объяснимо из сравнения занятости клеток таблиц на рис. 5, *з, и* и на рис. 6, *б, в*. Затененные клетки по основной диагонали таблиц есть аналог $S = 2^n$ рисок на измерительной линейке. В таблицах рис. 5, *з, и* при отсутствии шума заняты только эти основные клетки. При измерении выбирается только одна такая клетка в одной Set-колонке. При наличии шума часть событий перемещается случайным образом из основной клетки по всей выбранной колонке.

В таблицах рис. 6, *б, в* ситуация более сложная и похожа на случай с несколькими метками на рис. 7, *а*. Из-за совместности Set-состояний «метка» виртуально распределяется по Set-колонкам (с той или иной вероятностью). Тогда в каждой строке таблицы присутствует несколько радикалов вероятностей и происходит их интерференция в процессе образования Set-состояний. Интерференция возможна потому, что величины *действия* интегрированных сигналов суммируются через радикалы (18). В итоге занятость клеток большая (насколько — это зависит от конкретного распределения вероятности), в пределе квадратичная ($2^n \cdot 2^n$). Однако следует еще раз обратить внимание на то, что занятость растет за счет случайного размывания содержимого основных клеток виртуальным совместным шумом.

Энтропия Шеннона действует только на диагональных — основных клетках. Для квантовой информации используется аналогично определяемая энтропия фон Неймана [25, 26], распространяемая и на остальные клетки таб-

лицы. Поскольку сумма вероятностей во всех заполненных клетках должна быть равна единице ((19), (20а), (20б)), нетрудно оценить, что при гипотетически равных вероятностях в клетках погрешность их определения при измерениях не должна превышать $1/2^{2n}$. Для $n = 1000$ это $1/10^{660}$!

Последовательно определяемые величины. Целый ряд таких величин, как уровни 0 и 1 логических элементов, их задержки (и, как следствие, «выбег» частоты запускаемого генератора импульсов), а также сама частота (как понятие), не определяются на одном элементе или импульсе. Точность определения частоты (как и разрешение дифракционной решетки) пропорциональна количеству импульсов в цуге (количеству полос в решетке). Вероятность также является последовательно определяемой величиной.

Эффективность измерений при виртуальном шуме. Измерение значения величины a (15б), (15в), например проницаемости узкого потенциального барьера (рис. 4, барьер I), сводится к измерению вероятности появления единицы ($0 < a < 1$) потому, что при регистрации *подпороговых* сигналов с шумом результат измерения может быть только 0 или 1. Когда статистика набрана, то в большом массиве данных заключено только *одно* «содержательное» число (значение a), заданное с той или иной точностью. Процедура нахождения содержательной информации (здесь вероятность) в точности повторяет измерение значения *реальных* величин при наличии *классического* шума, когда шум убирается из статистики последующим усреднением.

Положим, что зарегистрировано L событий, т.е. получен натуральный (линейный) код длиной L , в котором случайным образом перемежаются l_0 нулей и l_1 единиц: $L = l_0 + l_1$. Это дает возможность оценки вероятности появления состояния 1: $p_1 \approx l_1/L$ (как среднего значения l_1 на единицу L). Поскольку целью измерений является нахождение вероятности, то количество получаемых данных зависит от числа (различимых) состояний вероятности, т.е. от количества статистически обеспеченных (двоичных) знаков, описывающих число p_1 . Статистическую погрешность определения вероятности можно оценить на уровне $\sim 1/\sqrt{L}$. Тогда количество различимых значений состояний вероятности будет $\sim \sqrt{L}$ и каждое из этих значений приносит $D = 0,5 \log(L)$ единиц содержательных данных (т.е. $D \ll L$). Фактически это означает, что эффективность статистических измерений достаточно низка. Разность $L - \log(\sqrt{L})$ есть *пустые* (бессодержательные) данные, описывающие случайность.

Квантовая информатика. Можно выделить три основных области применения «квантовой» информации. Первая — внутренняя, используемая для описания свойств объектов КМ, она является предметом заботы и интереса физиков-теоретиков. Вторая относится к передаче информации. Здесь прежде всего следует отметить квантовую телепортацию [6, 25, 26], основанную на связанных (entanglement) состояниях; отметим необходимость существования в данном устройстве параллельного «классического» канала связи. Третьей

потенциально интересной областью является обработка данных. Квантовые компьютеры теоретически могут решать вычислительные задачи на «виртуальном уровне» и только затем «проецировать» решение в реальный мир.

В любом вычислительном устройстве, кроме обрабатываемых данных, используется не меньшее количество *данных управления* для реализации конкретных алгоритмов; важным показателем является количество каналов управления. В комбинационных виртуальных состояниях имеется n входов управления (см. рис. 5).

Интерференция радикалов вероятностей совместных состояний (см. рис. 6) дает возможность шаг за шагом изменять вероятности в группах из двух или более состояний из общего числа 2^{2n} . Матрица размером $2^n \times 2^n$, согласно [28], может быть представлена в виде последовательности произведений матриц второго и четвертого порядков: $U(2^n \times 2^n) = \prod_{ij} \{U_i(2 \times 2) \otimes U_j(2^2 \times 2^2)\}$. «Каждая матрица $U_i(2 \times 2)$ описывает операцию на том или другом отдельном кубите компьютера; матрицы $U_j(2^2 \times 2^2)$ преобразуют векторы состояний пар кубитов. Числа сомножителей второго и четвертого порядков в разложении определяют число однокубитовых и двухкубитовых операций, необходимых для реализации алгоритма. Необходимо, чтобы полное число операций было полиномиальным от числа кубитов». Прочитируем также [29]: «Общие n -битные преобразования теоретически могут быть построены из двубитных, необходимое число таких преобразований зачастую будет экспоненциально по n ». Из последних двух предложений ближе к реальности, скорее, второе, поскольку при полиномиальном числе операций вряд ли можно заполнить каждое их 2^{2n} состояний *независимыми* значениями (вероятностей).

В результате, у совместных состояний имеется 2^n управляемых степеней свободы — экспоненциально (!) больше, чем у комбинационных виртуальных состояний (хотя процесс управления ими многоступенчатый). Казалось бы, относительная независимость многочисленных суперпозиционных состояний открывает широкий путь к вычислениям, однако:

а) кубиты как носители виртуальных состояний не могут, как обычные логические элементы, сами *управлять* другими кубитами (их виртуальными состояниями); их аналоговое управление идет «с помощью соответствующих внешних воздействий, которыми могут управлять классические компьютеры $\langle \dots \rangle$ например, с помощью импульсов внешнего электромагнитного поля. . .» [28];

б) хотя появляется экспоненциально большое поле управления, виртуальный шум никуда не исчезает — случайность как была, так и остается.

Случайность возможного и возможности случайного. Большое информационное поле, равное 2^{2n} , — рис. 6, б, в, где можно проводить различные функциональные преобразования, действительно весьма привлекательно для построения вычислителей. Но появляется одна «небольшая» неприятность —

пространство 2^{2n} после преобразования будет занято вероятностями *случайных* величин. Поэтому при считывании вместо искомого результата первым появится решение с наибольшей величиной вероятности.

Тем не менее имеется один класс задач, где ситуация в корне меняется, — это задачи на поиск максимума какой-либо функции. У вероятностной функции максимум соответствует *наиболее вероятному* состоянию и его не надо ждать долго — такое состояние *само появляется* одним из первых (но определенный набор статистики все равно необходим). Именно эта единственная возможность и обыгрывается в «квантовом компьютере» (КК). Можно сказать, что он является устройством, ориентированным только на нахождение максимума функции, причем представленной в значениях вероятности.

Вычислительные задачи, для которых решающим является прямое нахождение подавляющего по высоте и узкого пика, вряд ли можно отнести к распространенным, а тем более к универсальным (этим объясняется небольшое число предложенных «квантовых» алгоритмов, всего 3 [28–30]). Хотя имеется еще один класс доступных для решения задач, связанных с появлением периодических функций. Для нахождения частоты повторения можно применить к такой функции преобразование Фурье и получить в КК пик, соответствующий частоте ее повторения.

Самой удачной среди предложенных для реализации в КК задач является задача факторизации (нахождения сомножителей) больших n -значных чисел. Во-первых, это экспоненциальная задача (при увеличении n), непосильная, как утверждается, для решения только «квантовому», а не реальному компьютеру. Во-вторых, правильность ее решения легко проверится. В-третьих, задача факторизации чисел важна практически — она используется при вскрытии паролей.

Алгоритм факторизации чисел в реальном и квантовом компьютерах. Решение задачи факторизации числа M сводится наиболее эффективным алгоритмом Ленстры [29] к *поиску периода* вспомогательной функции $f(m) = u^m \bmod M$, определяемой в области, лежащей от M^2 до $2M^2$ (« $\bmod M$ » означает остаток от деления u^m на M). Пример такой функции для $M = 15$, $u = 2$ показан на рис. 8,а (исходное — базовое u выбирается относительно произвольно).

Действия, входящие в алгоритм Ленстры, разбиваются на три этапа. На первом находится функция деления по модулю M числа u , шаг за шагом возводимого в инкрементируемую степень m . На втором этапе находится период P повторения значений этой функции. На третьей ступени, когда период найден, множители числа M находятся по известному алгоритму Евклида — как наибольшие общие делители чисел $(u^{P/2} \pm 1)$ и M .

Первую и третью части алгоритма предлагается реализовать с помощью обычных компьютеров [25, 28]. С помощью КК находится только период повторения функции $f(m)$ — через частоту ее повторения; подразумевается,

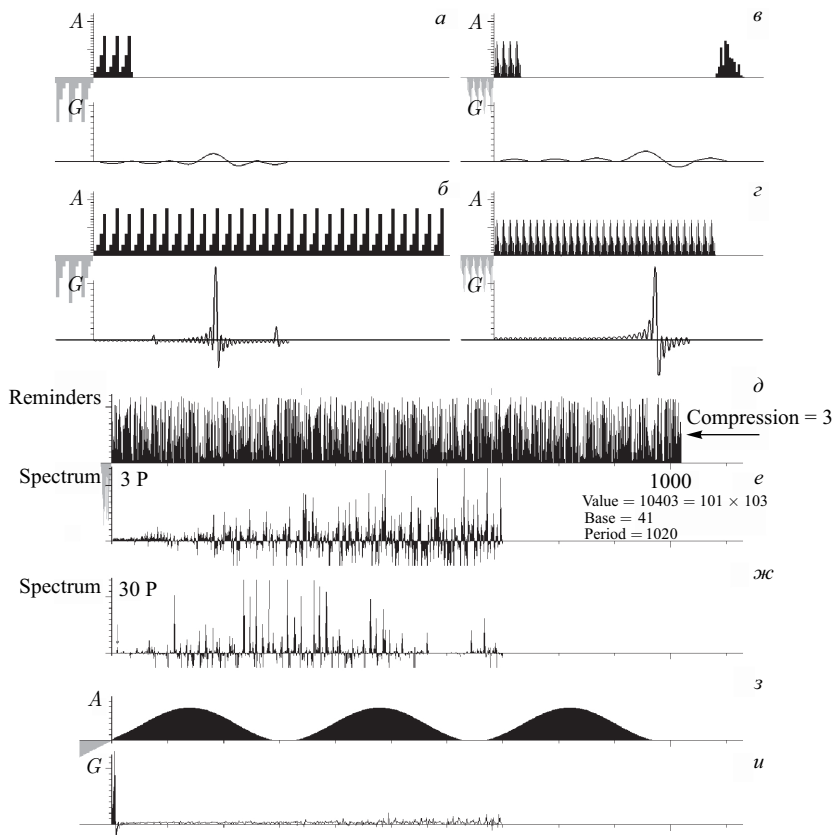


Рис. 8. На фрагментах *a*, *б* и *в*, *г* показано, насколько сужается пик частот (внизу) при восьмикратном увеличении количества периодических остатков от деления (вверху). На фрагменте *a* $M = 3 \cdot 5$, $m = 2$, $P = 4$, где последовательность 1-2-4-8-1-2-4-8... монотонная, спектр близок к узкополосному пакету гармоник. На фрагменте *б* имеется последовательность 1-2-4-8-1-2-4-10... (период повторений искусственно удвоен); видно, что метод Фурье почти не выделяет пика половинной частоты. На фрагменте *в* $M = 5 \cdot 7$, $m = 2$, $P = 12$, показана последовательность 3-9-27-11-33-29-17-16-13-4-12-1..., результаты примерно те же, но начинается мало упорядоченная смена значений остатков деления — показано в укрупненном масштабе справа на фрагменте *в*, что опасно появлением дополнительных пиков в спектре. На фрагменте *д* последовательность остатков от деления с периодом $P = 1020$ выглядит достаточно хаотично (показаны три периода — отмечены рисками). Неудивительно, что спектр такой последовательности не имеет доминирующего пика ни при трех (*e*), ни при 30 периодах (*ж*). На фрагменте *з*, для сравнения, даны три горба функции синусоидальной формы; пик частоты в *и* достаточно выделен. Но для *д* на спектре от трех периодов (*e*) он не виден, а на спектре от 30 периодов (*ж*) лишь едва заметен (показан стрелкой)

что это экспоненциальная задача. Значения M , при которых реализация алгоритма Ленстры только классическими средствами становится неприемлемой, оцениваются на уровне 2^{1000} [28, 29].

Попробуем обсудить два вопроса: в чем состоят особенности преобразования Фурье и велик ли выигрыш от использования аналогового «квантового» компьютера при условии реализации первого и третьего этапов алгоритма Ленстры на обычных цифровых компьютерах?

Особенности разложения Фурье. Синусоидальные гармоники образуют ортогональную систему разложения аналоговых функций [9]. Простейший фурье-спектр для одной гармоники выглядит как одна тонкая линия (бесконечно узкий пик) на частоте $\omega = 2\pi\nu$. Однако таким он является только для *гармоники*, т. е. для синусоидального колебания с бесконечным числом периодов, начинающегося в минус-бесконечности и кончающегося в плюс-бесконечности. При конечных границах наблюдается размытие пика в спектре, оно тем больше, чем уже границы синусоиды. Это значит, что при малом числе периодов колебаний имеется большая неопределенность частоты. Численно погрешность определения частоты задается именно числом периодов. Поэтому если необходим узкий пик шириной $1/2^L$, то надо иметь 2^L периодов (зависимость от L , как видим, экспоненциальная). Оба фрагмента на рис. 8, *а, б* и *в, г* наглядно иллюстрируют сужение пика фурье-преобразования при увеличении числа периодов колебаний функции.

Второе, довольно очевидное обстоятельство. Если форма функции далека от синусоидальной, то пик в ее спектре может быть выражен достаточно слабо. Обычно приводимым простым примером является разложение числа $M = 3 \cdot 5$ при $m = 2$, где получается следующая последовательность: 1-2-4-8-1-2-4-8... — рис. 8, *а*. Обратим внимание на то, что в пределах периода ($P = 4$) частное от деления m^n на M равно нулю. Это обеспечивает монотонную пилообразную форму функции остатков от деления на рис. 8, *а*.

Тем не менее уже для числа $M = 5 \cdot 7$ при $m = 2$, где $P = 12$, такой плавный рост наблюдается только в самом начале (где $m^n < M$), затем ход огибающей становится достаточно хаотичным (рис. 8, *в* справа). Это значит, что чем больше M , тем меньше шансов получить упорядоченную периодическую функцию.

Действительно, уже при разложении числа $M = 101 \cdot 103$ при $m = 41$, где $P = 1020$ (рис. 8, *д*), периодичность глазом уже практически не видна. Поэтому неудивительно, что спектр не имеет явно доминирующего пика; более того, при трех периодах (рис. 8, *е*) на уровне 20% от максимума имеется шесть пиков. При 30 периодах (рис. 8, *ж*) их число доходит уже до 10; правда, в области низших гармоник появляется едва заметный пик, соответствующий действительному периоду. В этом примере M имеет всего 14 двоичных разрядов. Каков же будет результат при сотне или тысяче двоичных разрядов? Для сравнения на рис. 8, *з, и* показаны три горба синусоидальной функции и

их спектр, который имеет хорошо выраженный пик, соответствующий действительному периоду.

Следует также учитывать, что разложение Фурье формируется интегрально — по суммам, а не по отдельным амплитудам. Пояснить, к чему это приводит, можно примером, показанным на рис. 8, б слева, где последовательность 1-2-4-8-1-2-4-8 намеренно превращена в 1-2-4-8-1-2-4-10 — с удвоенным периодом $P = 8$. Пик половинной частоты появился (в нижней части рис. 8, б), однако он выражен достаточно слабо и явно *не доминирует*.

Резюмируя, можно отметить, что выделение доминирующего пика по частоте, обратной периоду, может оказаться для квантового регистра достаточно трудной задачей, поскольку последовательность остатков не обязана иметь синусоподобную или хотя бы регулярную форму. Подавление высокочастотных пиков если и приведет к положительному результату, то потребует огромного числа периодов. Это значит, что и числа m^n станут астрономическими и нагрузка на компьютер, работающий на 1-м этапе, будет колоссальной.

Цифровой метод нахождения периода. Процедура нахождения точной частоты, требующая большого количества периодов, необходима только для реализации возможностей «квантового компьютера». Поэтому имеет смысл подумать, а нужна ли она для самого алгоритма Ленстры, ведь для него решающей является величина периода, а не частоты. Примем во внимание то обстоятельство, что задача решается на цифровом компьютере с точно определенными целыми числами. Тогда понятие периода появляется, как только компьютер обнаружит *первое повторение*, тем самым задача решается; для надежности можно взять еще третий период.

В программе факторизации с цифровым нахождением периода, с помощью которой получен рис. 8, д, е, время, потраченное на первый этап (обнаружение трех периодов), составляет 639 с, нахождение значения периода занимает всего 156 мс, а на алгоритм Евклида тратится 124 мс. Таким образом, время, потраченное на первый этап, получается в 4096 (!) раз больше, чем время нахождения периода; это не удивительно, так как длина числа m^n выросла от 6 до $\sim 15\,500$ бит. В дальнейшем полученное отношение будет только расти, поскольку m^n растет экспоненциально. Таким образом, при цифровом нахождении периода компьютеры окружения вполне могут взять на себя реализацию и второй ступени алгоритма Ленстры. Если же первый этап окажется непосильным для реального компьютера при больших n , то тогда до КК дело просто не дойдет. В обоих случаях квантовый «компьютер» оказывается ненужным.

ФИЗИЧЕСКИ ДОСТИЖИМЫЙ ТЕМП ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ СИГНАЛОВ

Вернемся в область передачи информации. Для массовых применений важными являются два параметра быстроты: наименьшее время, затрачива-

емое на пересылку одного состояния, и наибольшая частота пересылок. По обоим этим параметрам кубиты вряд ли будут иметь преимущество, поскольку управление ими «классическое» и последовательное (см. цитаты выше). С другой стороны, наиболее «быстрые» реальные состояния находятся как раз на линии 2–3 стыковки с КМ (см. рис. 1, θ).

Имеет смысл оценить минимально возможное время переключения реальных сигналов и энергозатраты на 1 бит. Как следует из (7в), произведение пороговой и предельной постоянных равно квадрату энергии E_M в точке пересечения их асимптот на рис. 1, θ . Эту энергию можно связать с (полевой) массой $M = E_M c^2$, где c — скорость света. Запишем формулу для энергии центрально-симметричного поля, используя массу M :

$$W_c = \gamma \alpha M^2 / r. \quad (23)$$

Здесь γ для гравитационного поля есть постоянная тяготения γ_g , а для электрического поля $\gamma_e = e^2 / (\varepsilon m_e^2)$, где e и m_e — заряд и масса электрона, ε — электрическая постоянная вакуума; α — безразмерный коэффициент, меньший 1, отражающий численное значение конкретной массы, меньшей чем M .

Для гравитационного поля за M логично взять массу Планка [17]:

$$M_g = \sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma_g}}, \quad (24a)$$

здесь \hbar — (пороговая) постоянная Планка. Тогда для электрического поля по аналогии:

$$M_e = \sqrt{\frac{\hbar c}{\gamma_e}} = m_e \sqrt{\frac{\hbar c \varepsilon}{e^2}} = \frac{m_e}{\sqrt{\alpha_e}}, \quad (24б)$$

здесь $\alpha_e \cong 1/137$ — постоянная «тонкой структуры».

В динамике предельная мощность описывается известным по форме соотношением

$$P = \frac{(M c^2)^2}{\hbar c} = \frac{c^5}{\gamma}. \quad (25)$$

Предельная постоянная не зависит от h , поскольку она не определяется (пороговыми) эффектами квантовой механики. Наличие же скорости света в (25) определенно указывает на связь предельных соотношений с релятивизмом.

Зная пороговую и предельную динамические постоянные, можно найти физическое ограничение на темп передачи:

$$\left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right)_{\max} = \log(2) \sqrt{\frac{P}{\hbar c}} = \frac{E_M}{\hbar c} \quad (26a)$$

Параметр	Точка			
	1	2 _{ЭМ}	3 _{ЭМ}	3 _{Гр}
$\Delta I/\Delta t$, бит/с	$3,2 \cdot 10^{11(9)}$	$1,3 \cdot 10^{13}$	$(1,1 \cdot 10^{-22})^{-1}$	$(5,5 \cdot 10^{-44})^{-1}$
$\Delta E/\Delta I$, Дж/бит	$3,2 \cdot 10^{-17}$	$1,6 \cdot 10^{-20}$	$9,6 \cdot 10^{-13}$	$1,9 \cdot 10^9$

и энергозатраты на 1 бит информации:

$$\left(\frac{\Delta E}{\Delta I}\right) = \sqrt{P\hbar c} = E_M. \tag{266}$$

Формулы (26) соответствуют передаче двухуровневого сигнала [0/1] в точке пересечения пороговой и предельной линий (точка 3 на рис. 1, в). Подставив в (26) электромагнитные (ЭМ) или гравитационные (Гр) константы, получим данные для точек 2_{ЭМ} и 3_{ЭМГр} на рис. 1, в, представленные в колонках 3–5 таблицы (3_{Гр} соответствует «точке Планка» [17]). Как видим, в наномасштабах (на пороговой гиперболе 2–3 — рис. 1, в) энергозатраты на 1 бит резко растут по сравнению с существующим массовым уровнем микроэлектроники (колонка 2 и точка 1 на рис. 1, в). В точках 1 и 2 значения в таблице приведены для потока сигналов (бит/с), а в точках 3_{ЭМГр} значение дается для единичного интегрированного сигнала (с/бит).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В общей теории сигналов при определении шага между состояниями должен учитываться не только классический шум, но и физические закономерности восприятия сигналов. Для этого необходима ревизия сигналов, основанных на понятиях классического математического анализа о множестве различных точек, наличии бесконечно малых и бесконечно больших величин. Полученная область существования реальных сигналов (рис. 1, в) ограничена сверху предельной и снизу пороговой линиями, а слева — их пересечением; параметры этих линий задаются физическими константами. Наличие порога восприятия позволяет четко выделить надпороговые линии состояний; самое нижнее положение пороговой гиперболы задает постоянная Планка. Точка 2 перехода от «медленных» сигналов к «быстрым» — интегрированным сигналам задается условием исчезновения классического шума. Реальность изложенного заключается в том, что в представленной области находятся сигналы, воспринимаемые непосредственно (за одно измерение); это мир, данный нам в ощущениях.

В макромасштабах порог восприятия «медленных» сигналов (по энергии) эквивалентен по своим информационным ограничениям классическому шуму.

При восприятии «быстрых» сигналов инерционность приемника приводит к неопределимости им верхних гармоник спектра сигнала выше $\nu_R = 1/t_R$ (именно поэтому и пропадает классический шум). Приемниками сигналов могут быть объекты как макромира, так и микромира, но в микромире уровень интегрированности сигналов существенно выше. Хотя классический шум за частотой ν_R подавляется, тем не менее однополярные сигналы могут восприниматься; порогом для них является величина действия, но период регистрации не понижается ниже t_R .

Спектр реального сигнала принципиально ограничен по ширине точкой пересечения пороговой и предельной линий, т. е. частичное интегрирование неизбежно. Это делает невозможным ступенчатый (скачкообразный) переход реального сигнала из одного состояния в другое. На границе между реальными состояниями возникает переходная зона, где случайное появление нового или бывшего состояний нарастает (по значению) или убывает соответственно. Ширина переходной зоны зависит от степени интегрированности сигнала; если интегрируются гармоники за пределами основной полосы спектра, то (достаточно узкую) переходную зону можно считать зоной комбинационных виртуальных состояний. Формально их количество равно 2^{2n} , но независимыми являются только n двоичных переменных, обеспечивающих 2^n четко заданных исходных Set-комбинаций. При каждой Set-комбинации иногда может быть случайно получена любая из 2^n Get-комбинаций (см. рис. 5, *д*), что свидетельствует о наличии шума. Наличие виртуального шума на границах между реальными состояниями может быть описано «алгебраической логикой», являющейся расширением алгебры логики в сторону дробных значений $0 \leq a \leq 1$.

У микросигналов имеется только порог по действию; виртуальные состояния нескольких сигналов, находящихся в области 2–3 на рис. 1, *в*, полностью интегрированы и становятся совместными (суперпозиционными). Set-состояния также суперпозиционные, как следствие, радикалы вероятности случайного появления Get-состояний складываются алгебраически в соответствии с правилом сложения действий (18). В целом переход к микромасштабам происходит в реальных сигналах не так резко (без разрыва), как в классике.

Информация, переносимая состояниями сигналов, может быть классической, реальной, квантовой, условной и взаимной, и даже бессодержательной, но для определения ее количества всегда необходимо выделить набор состояний и их интенсивностей (вероятностей). Там, где количество интенсивных состояний растет, увеличивается и количество информации.

Реальные сигналы помогают понять «необычность» свойств микрочастиц, выражаемую в постулатах или получаемую в решениях волновых уравнений КМ. Первая, постулированная Планком формула КМ $E = h\nu$ естественным образом (10б) присутствует в теории реальных сигналов. Постулированная

де Бройлем длина «волны-пилота» частицы является обратной величиной ширины спектра восприятия частицы (мерой инертности). Пороговые состояния $n \cdot h$ на рис. 1, v отражают не что иное, как постулат Бора о классических орбитах. «Прозрачность» потенциального барьера также получает простое объяснение, поскольку потенциальный барьер есть источник парафазных сигналов. Процедуру (постулаты) «измерения» можно связать с наличием виртуального шума, случайно выходящего за порог восприятия.

Добавим, что реальные сигналы: а) четко свидетельствуют о необходимости учета предельных физических ограничений; б) показывают, что если огибающая короткого всплеска колебаний не имеет постоянной составляющей в спектре ($\nu_{\min} > 0$), то такой сигнал не может быть обнаружен, поскольку его действие нулевое. Если у такого «узкополосного» волнового пакета есть физический носитель [16], то ни он, ни его энергия не могут быть обнаружены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линдли Д. В. О мере информации, даваемой экспериментом. Математика: Сб. пер. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. № 3.
2. Бриллюэн Л. Наука и теория информации. М.: Физматгиз, 1960.
3. Feynman R. Quantum Mechanical Computers // Optics News. 1985. V. 11, Iss. 2. P. 11–20.
4. Хармут Х. Применение методов теории информации в физике. М.: Мир, 1989.
5. Кадомцев Б. Б. Динамика и информация // УФН. 1994. Т. 164, № 5. С. 449.
6. Клиин С. Я. Квантовая информация // УФН. 1999. Т. 169, № 5. С. 507.
7. Котельников В. А. О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // Материалы к 1-му Всесоюз. съезду по вопросам реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. Изд-во «Ред. связи РККА», 1933 (*Kotel'nikov V. A. On the Transmission Capacity of "Ether" and Wire in Electric Communications // Proc. of the 1st All-Union Congress on the Technical Reconstruction of Communication Facilities and Development of Low-Power Industry. Red. Svyazi RKKA, 1933. Reprint in Modern Sampling Theory: Mathematics and Applications / Eds.: J. J. Benedetto and PJSG Ferreira. Boston: Birkhauser, 2000*).
8. Shannon C. E. A Mathematical Theory of Communications // Bell Syst. Tech. J. 1948. V. 27. P. 379–423.
9. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986.
10. Басиладзе С. Г. Сигнал, данные и информация в физических измерениях // ЭЧАЯ. 2000. Т. 31, вып. 3. С. 634 (*Basiladze S. G. Signal, Data, and Information in Physical Measurements // Phys. Part. Nucl. 2000. V. 31. P. 312*).
11. Басиладзе С. Г. Пороговые и предельные информационные соотношения для сигналов. Препринт НИИЯФ МГУ-2004-20/759. М., 2004.

12. *Басиладзе С. Г.* Физические особенности сложения и разложения сигналов и их информационные следствия. Препринт НИИЯФ МГУ-2006-2/801. М., 2006.
13. *Басиладзе С. Г.* Пороговые ограничения, вносимые приемником в тракт передачи сигналов. Препринт НИИЯФ МГУ-2006-4/801. М., 2006.
14. *Басиладзе С. Г.* Пороговое и предельное информационные ограничения в динамике микромира. Препринт НИИЯФ МГУ-2007-13/834. М., 2007.
15. *Басиладзе С. Г.* Физика сигнала // ЭЧАЯ. 2009. Т. 40, вып. 6. С. 1472 (*Basiladze S. G. Signal Physics // Phys. Part. Nucl.* 2009. V. 40. P. 773).
16. *Басиладзе С. Г.* Инфология — сигнал, состояния, данные, информация. 2-е изд. М.: Эдитус, 2015.
17. *Robotti N., Badino M.* Max Planck and the “Constants of Nature” // *Ann. Sci.* 2001. V. 58. P. 137–162.
18. *Wiener N.* Cybernetics. Cambridge: MIT Press, 1965 (Пер.: М.: Наука, 1983).
19. *Bell T., Witten I. H., Cleary J. G.* Modeling for Text Compression // *ACM Comp. Surv.* 1989. V. 21, No. 4. P. 557–591.
20. *Feynmann R., Leighton R., Sands M.* // The Feynmann Lectures on Physics. Reading, MA: Addison-Wesley, 1965. V. 8 (Пер.: М.: Мир, 1966).
21. *Cottini C., Gatti E., Svelto V.* A New Method for Analog to Digital Conversion // *Nucl. Instr. Meth.* 1963. V. 24. P. 241.
22. *Тошич Ж.* // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1967. № 36. С. 113.
23. *Калинников В. А.* // ПТЭ. 2006. № 5. С. 5–17 (*Kalinnikov V. A. Application of Multiple-Valued Logic in Digital Technology // Instr. Exp. Techn.* 2006. V. 49, No. 6. P. 5–14).
24. *Goodstein R. L.* Boolean Algebra. Pergamon Press, 1963.
25. *Хренников А. Ю.* Введение в квантовую теорию информации. М.: Физматлит, 2008.
26. *Холево А. С.* Квантовые системы, каналы, информация. М.: МЦНМО, 2010.
27. *Armstrong T. A. et al.* // *Nucl. Instr. Meth.* 1980. V. 175. P. 543–547.
28. *Валиев К. А., Кокин А. А.* Квантовые компьютеры: надежды и реальность. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая механика», 2001.
29. *Shor P. W.* Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer // *SIAM J. Comp.* 1997. V. 26. P. 1484–1509.
30. *Deutsch D., Jozsa R.* // *Proc. Roy. Soc. London A.* 1992. V. 439. P. 553–558.