*ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА*
*2017. Т. 48. ВЫП. 6. С. 782–786*

# АННИГИЛЯЦИОННЫЕ ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ $B$-МЕЗОНОВ И ИХ ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ВЫБОРА МОДЕЛИ АМПЛИТУДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

*А. Л. Кузнецова, А. Я. Пархоменко* *

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль, Россия

Рассмотрен редкий аннигиляционный распад $B$-мезона $B \to \phi\ell^+\ell^-$. Вычислена вероятность, проинтегрированная по квадрату инвариантной массы лептонной пары на отрезке [1 ГэВ$^2$, 8 ГэВ$^2$], и показано, что выбор модели амплитуд распределения $B$-мезона приводит к 10 %-й неопределенности. Чисто пертурбативный вклад в вероятность распада составляет $\mathcal{B} \sim 10^{-12}$, что, в принципе, достижимо по истечении нескольких лет работы LHC.

The rare semileptonic $B$-meson decay $B \to \phi\ell^+\ell^-$ is considered. Its partial decay rate is calculated at the interval [1 GeV$^2$, 8 GeV$^2$] of the squared lepton-pair invariant mass, and the 10% uncertainty connected with the choice of the distribution amplitudes model is explicitly demonstrated. The perturbative contribution to the total decay width only is $\mathcal{B} \sim 10^{-12}$, so this decay can be, in principle, observed after several years of the LHC run.

PACS: 14.40.Nd; 13.20.He

$B$-мезоны состоят из легкого $u$- или $d$-кварка и тяжелого $b$-антикварка. Широко используемым подходом к описанию таких частиц является эффективная теория тяжелого кварка (the Heavy Quark Effective Theory (HQET)) [1, 2], в которой тяжелый антикварк рассматривается как статический источник и динамика мезона полностью определяется движением легкого кварка. Отметим, что такой подход к описанию тяжелого мезона аналогичен водородоподобному атому, рассматриваемому в квантовой механике, однако взаимодействие уже имеет не электромагнитный, а сильный характер. Более того, как и в случае атома водорода в нерелятивистском пределе, спин тяжелого кварка можно не учитывать при определении внутренней динамики, и спиновая структура мезона может быть легко восстановлена после добавления

*E-mail: parkh@uniyar.ac.ru

спина тяжелого кварка и проецирования на требуемое спиновое состояние мезона. В этом приближении псевдоскалярный $B$- и векторный $B^*$-мезоны динамически эквивалентны с точностью до $1/m_b$ поправок, где $m_b$ — масса $b$-кварка.

В квантовой теории поля волновая функция $B$-мезона определяется матричным элементом перехода из мезонного состояния в вакуумное от некоторого оператора с квантовыми числами рассматриваемой частицы, называемого интерполяционным током. В случае $B$-мезона, определяемого только кварк-антикварковыми интерполяционными токами (наинизшее фоковское состояние), волновая функция полностью определяется двумя функциями, называемыми лидирующей и нелидирующей амплитудами распределения [3]. В вычислениях удобно заменить матричный элемент перехода проекционным дираковским оператором двухкваркового состояния на состояние $B$-мезона [4]:

$$\langle 0|\bar{q}_\alpha(z)\, E(z,0)\, h_{v,\beta}(0)|\bar{B}(v)\rangle = -\frac{i f_B m_B}{4}\times \\ \times\left[(1+\hat{v})\left\{\tilde{\varphi}_+^B(t) - \left[\tilde{\varphi}_+^B(t) - \tilde{\varphi}_-^B(t)\right]\frac{\hat{z}}{2t}\right\}\gamma_5\right]_{\beta\alpha}, \quad (1)$$

где $h_v(0)$ — квантовое поле $b$-кварка в нерелятивистском пределе, считающееся стационарным, причем начало системы отсчета выбрано в точке, где находится тяжелый кварк; $q(z)$ — поле, описывающее легкий кварк, массой которого пренебрегается; отрезок $z^\mu$, разделяющий кварки, лежит на световом конусе ($z^2 = 0$); $m_B$ и $f_B$ — масса и лептонная константа распада $B$-мезона; $v^\mu$ — четырехмерная скорость $B$-мезона; $t = (vz)$ — время в системе покоя $B$-мезона; $E(z,0)$ — вильсоновская линия, обеспечивающая калибровочную инвариантность матричного элемента, и $\tilde{\varphi}_+^B(t)$ и $\tilde{\varphi}_-^B(t)$ — лидирующая и нелидирующая амплитуды распределения соответственно. Амплитуды реальных процессов включают не сами функции $\tilde{\varphi}_\pm^B(t)$, а их фурье-образы $\phi_\pm^B(\omega)$ [3]. При проведении вычислений распадов $B$-мезонов точная зависимость амплитуд распределения $\phi_\pm^B(\omega)$ от аргумента не требуется и можно использовать модельную функцию, свободные параметры которой фиксируются методом подгонки под набор значений, получаемых обычно непертурбативными методами, например методом правил сумм КХД [3, 5]. На сегодняшний день известно несколько подобных моделей для лидирующей амплитуды распределения, среди которых три (экспоненциальная модель [3], линейная модель [6], обусловленная поведением аналогичных амплитуд распределения легких мезонов [7–9], и двухпараметрическая модель [5]) удовлетворяют наиболее общим требованиям к амплитуде и имеют чисто непертурбативную природу, в то время как в модифицированной экспоненциальной модели [10] учитывается асимптотическое поведение в рамках КХД при относительно больших значениях энергии легкого кварка. Нелидирующая амплитуда распределения может быть получена из лидирующей после интегрирования соотношения Вандзуры–Вильчека для $B$-мезона [3], которое справедливо в пренебрежении высшими фоковскими состояниями мезона. Для простейших экспоненциальной [3] и линейной [6] моделей обе амплитуды распределения были вычислены, однако двухпараметрическая [5] и модифицированная экспоненциальная [10] модели представлены в литературе только лидирующими амплитудами распределения. Нами были вычислены недостающие амплитуды, однако из-за громоздкости полученные выражения здесь не приводятся и будут опубликованы в другой работе [11]. Зная модельную зависимость амплитуд распределения, можно вычислить их первые обратные моменты:

$$\lambda_{B,\pm}^{-1}(q^2) = \int_0^\infty \frac{\phi_\pm^B(\omega)\, d\omega}{\omega - q^2/M_B - i\epsilon}, \tag{2}$$

информация о которых имеет большое значение, в частности, при вычислении вероятностей радиационных, полулептонных и адронных распадов $B$-мезонов. Следует отметить, что первый обратный момент от лидирующей амплитуды распределения конечен, $\lambda_{B,+}^{-1}(0) \equiv \lambda_B^{-1}$, однако аналогичный момент от нелидирующей амплитуды распределения логарифмически расходится.

Проиллюстрируем влияние обратных моментов на вероятность полулептонных распадов $B$-мезона, обусловленную аннигиляционными диаграммами. К чисто аннигиляционным распадам можно отнести, например, $B \to \phi\ell^+\ell^-$ и $B_s \to (\rho,\omega)\ell^+\ell^-$, где $\ell = e$ или $\mu$, если не учитывать вклады больших расстояний. Такого типа анализ может также оказаться важным при вычислении асимметрий полулептонных распадов, при условии, что аннигиляционными вкладами в них нельзя пренебречь, например в распаде $B^+ \to \rho^+\ell^+\ell^-$. В качестве примера рассмотрим пертурбативный вклад в распад $B \to \phi\ell^+\ell^-$. В древесном приближении с набором эффективных гамильтонианов для перехода $b \to d$ [12] основной вклад в амплитуду дают эффективные операторы $\mathcal{O}_3$ и $\mathcal{O}_4$. Дифференциальная вероятность процесса как функция квадрата импульса $q^2$, переданного лептонной паре, может быть записана в виде

$$\frac{d\mathcal{B}}{dq^2} = \tau_B\, \frac{G_F^2 |V_{td}^* V_{tb}|^2 \alpha^2}{216\pi}\, m_B\, f_B^2\, f_\phi^2 Q_d^2\, \lambda^3 \left(1, \frac{m_\phi}{m_B}, \frac{\sqrt{q^2}}{m_B}\right) \times \\ \times |C_3 + 4C_4|^2 \left[ \left|\lambda_{B,-}^{-1}(q^2)\right|^2 + \frac{m_\phi^2}{q^2\,(1 - q^2/m_B^2)^2} \left|\lambda_{B,+}^{-1}(q^2)\right|^2 \right], \tag{3}$$

где $G_F$ — константа Ферми; $\alpha$ — постоянная тонкой структуры; $V_{td}$ и $V_{tb}$ — элементы матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы; $m_B$ и $f_B$ — масса и константа распада $B$-мезона; $m_\phi$ и $f_\phi$ — масса и константа распада $\phi$-мезона;

$Q_d$ — заряд $d$-кварка; $C_3$ и $C_4$ — вильсоновские коэффициенты из эффективного гамильтониана [12], а $\lambda^2(x,y,z) = [x^2 - (y+z)^2][x^2 - (y-z)^2]$. Для дальнейшего интегрирования по $q^2$ требуется информация об амплитудах распределения. Чтобы продемонстрировать зависимость вероятности от выбора модели амплитуд распределения, ограничимся на данном этапе двумя простейшими — экспоненциальной [3] и линейной [6] моделями. В экспоненциальной модели обратные моменты (2) имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_{B,+}^{-1}(q^2) &= \lambda_B^{-1} + \zeta\,\lambda_{B,-}(q^2), \\ \lambda_{B,-}^{-1}(q^2) &= \lambda_B^{-1}\,\mathrm{e}^{-\zeta}\left[-\mathrm{Ei}\,(\zeta) + i\pi\right], \end{aligned} \tag{4}$$

где $\zeta = q^2/(m_B\lambda_B)$ — безразмерный квадрат переданного импульса и $\mathrm{Ei}\,(\zeta)$ — интегральная показательная функция. Отметим, что момент $\lambda_{B,-}^{-1}(q^2)$ был использован в [13] при численном анализе спектаторных вкладов в вероятность распада $B \to K^*\ell^+\ell^-$. Эти же моменты в линейной модели имеют другую зависимость от квадрата импульса:

$$\begin{aligned} \lambda_{B,+}^{-1}(q^2) &= \lambda_B^{-1}\left[\xi \ln|1/\xi - 1| + 1 + i\pi\xi\Theta(1-\xi)\right], \\ \lambda_{B,-}^{-1}(q^2) &= \lambda_B^{-1}\left[(1-\xi)\ln|1/\xi - 1| - 1 + i\pi(1-\xi)\Theta(1-\xi)\right], \end{aligned} \tag{5}$$

где $\xi = q^2/(2m_B\bar{\Lambda})$ и $\bar{\Lambda} = m_B - m_b$ — эффективная масса $B$-мезона.

Численные оценки удобно привести для частично проинтегрированной относительной вероятности распада:

$$\Delta\mathcal{B}(q^2_{\min} < q^2 < q^2_{\max}) = \int\limits_{q^2_{\min}}^{q^2_{\max}} \frac{d\mathcal{B}}{dq^2}\,dq^2. \tag{6}$$

Используя значения параметров Стандартной модели и мезонов из [14], а также $\bar{\Lambda} \simeq 0{,}5$ ГэВ (масса $b$-кварка выбрана в $\overline{\mathrm{MS}}$-схеме перенормировки на масштабе энергий $\mu = 1$ ГэВ) и $\lambda_B^{-1}(1\ \text{ГэВ}) \simeq 0{,}33$ ГэВ, получим следующие оценки для вероятностей:

$$\begin{aligned} \Delta_{\exp}\mathcal{B}(1 < q^2 < 8\ \text{ГэВ}^2) &= 5{,}70 \cdot 10^{-13}, \\ \Delta_{\mathrm{lin}}\mathcal{B}(1 < q^2 < 8\ \text{ГэВ}^2) &= 5{,}25 \cdot 10^{-13}. \end{aligned} \tag{7}$$

Выбор верхней границы отрезка $[1\ \text{ГэВ}^2, 8\ \text{ГэВ}^2]$ связан с тем, что в приближении факторизации расчеты справедливы при относительно малых $q^2$ и пертурбативная область естественным образом ограничена квадратом массы $J/\psi$-мезона. В области $q^2 \sim 1$ ГэВ$^2$ также имеется вклад больших расстояний за счет двухчастичных адронных распадов $B \to V\phi$ с последующим распадом $V \to \ell^+\ell^-$, где $V = \rho$- или $\omega$-мезон. Выбор нижнего предела позволяет отсечь область малых $q^2$ с вкладами больших расстояний. Видно, что использование линейной модели для амплитуд распределения приводит к уменьшению вероятности примерно на $10\,\%$ по сравнению с экспоненциальной моделью. Однако в данном приближении имеется существенно большая ошибка, обусловленная выбором масштаба факторизации [11]. Если предположить, что данный процесс целиком определяется пертурбативным вкладом, то полную вероятность распада можно оценить как

$$\mathcal{B}(B^0 \to \phi\ell^+\ell^-) \sim 10^{-12}. \tag{8}$$

Процессы, имеющие такую вероятность, могут быть измерены на LHC при увеличении статистики распадов $B$-мезонов на три порядка, что представляется достижимым по истечении нескольких лет работы LHC.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 15-02-06033-а.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mannel T.* // Springer Tracts Mod. Phys. 2004. V. 203. P. 1.
2. *Grozin A. G.* // Ibid. V. 201. P. 1.
3. *Grozin A. G., Neubert M.* // Phys. Rev. D. 1997. V. 55. P. 272.
4. *Beneke M., Feldmann T.* // Nucl. Phys. B. 2001. V. 592. P. 3.
5. *Braun V. M., Ivanov D. Y., Korchemsky G. P.* // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 034014.
6. *Kawamura H. et al.* // Phys. Lett. B. 2001. V. 523. P. 111; Erratum // Phys. Lett. B. 2002. V. 536. P. 344.
7. *Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R.* // Phys. Rep. 1984. V. 112. P. 173.
8. *Braun V. M., Filyanov I. E.* // Z. Phys. C. 1989. V. 44. P. 157;
   *Браун В. М., Филянов И. Е.* // ЯФ. 1989. Т. 50. С. 818.
9. *Ball P.* // JHEP. 1999. V. 9901. P. 010.
10. *Lee S. J., Neubert M.* // Phys. Rev. D. 2005. V. 72. P. 094028.
11. *Кузнецова А. Л., Пархоменко А. Я.* Готовится к публикации.
12. *Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E.* // Rev. Mod. Phys. 1996. V. 68. P. 1125.
13. *Beneke M., Feldmann T., Seidel D.* // Nucl. Phys. B. 2001. V. 612. P. 25.
14. *Olive K. A. et al. (PDG Collab.)* // Chin. Phys. C. 2014. V. 38. P. 090001.