

ИЗОВЕКТОРНЫЕ ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ НУКЛОНОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ: МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД, БОЗОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ

Р. В. Джолос^{1,2}, *В. Г. Картавенко*¹, *Е. А. Колганова*^{1,2,*}

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

ВВЕДЕНИЕ	229
БОЗОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФЕРМИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРТРИ–ФОКА–БОГОЛЮБОВА	235
ВВЕДЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПАРНЫХ ВЕТВЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ	241
КОЛЛЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПАРНЫХ ИЗОВЕКТОРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ	248
Случай слабой связи	250
Случай сильной связи	250
Случай промежуточной связи	256
РЕАКЦИИ ДВУХНУКЛОННОЙ ПЕРЕДАЧИ И СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ	262
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	266
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	267

ИЗОВЕКТОРНЫЕ ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ НУКЛОНОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ: МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПОДХОД, БОЗОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ

Р. В. Джолос^{1,2}, *В. Г. Картавенко*¹, *Е. А. Колганова*^{1,2,*}

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия

В рамках микроскопической модели ядра с изовекторными парными остаточными силами анализируются парные корреляции нуклонов в атомных ядрах. Для их рассмотрения используется метод бозонного представления фермионных операторов, позволяющий выделить коллективную парную ветвь возбуждения, не вводя ограничения на размер одночастичного базиса. Данный метод дает возможность рассматривать как область флуктуаций несверхтекучей фазы ядерного вещества, так и область фазового перехода к сверхтекучей фазе и область сильных парных корреляций. Рассмотрение иллюстрируется результатами расчетов, выполненных для области ядер вблизи дважды магического ядра ^{56}Ni .

Pair correlations of nucleons in atomic nuclei are analyzed in the framework of the microscopic nuclear model with isovector pairing. The method of the boson representations of the fermion operators is used for this aim. The method gives a possibility to determine a collective mode of the pair excitations without restricting a single particle basis. Using this method it is possible to consider fluctuations of the nonsuperfluid nuclear matter, phase transition from nonsuperfluid to superfluid system and strong pair correlations. The consideration is illustrated by the results of calculations obtained for nuclei around ^{56}Ni .

PACS: 21.10.Re; 21.10.Dr

ВВЕДЕНИЕ

Началом разработки современного микроскопического подхода в теории ядра следует считать создание оболочечной модели [1–4]. В ее основе лежит представление о некотором среднем потенциале ядра, в котором находятся нуклоны. Предполагается, что значительная часть сильного нуклон-нуклонного

*E-mail: kea@theor.jinr.ru

взаимодействия уже учтена средним потенциалом ядра. Концепция среднего ядерного потенциала [5] лежит в основе и всех последующих построений в теории структуры ядра. Поскольку в отличие от атома в ядре нет выделенного центра и с точки зрения сильного взаимодействия все нуклоны равноправны, среднее поле ядра формируется как результат самосогласования вкладов всех нуклонов. Результирующий потенциал называют еще и самосогласованным ядерным потенциалом.

Вместе с тем самосогласованный потенциал ядра включает в себя не все эффекты нуклон-нуклонного взаимодействия. То, что остается за рамками ядерного потенциала, называют остаточным взаимодействием. Его важнейшей компонентой является так называемое парное взаимодействие нуклонов, находящихся в среднем потенциале ядра. Это взаимодействие — источник парных корреляций сверхпроводящего типа. Включение такого взаимодействия в теоретическую модель привело к созданию сверхтекучей модели ядра [6–9].

В основных положениях и оболочечной модели ядра, и сверхтекучей модели ядра прослеживается общая логика. Она состоит в том, что часть нуклон-нуклонного взаимодействия, которая учтена в модели, включается в структуру некоторой элементарной моды — базового ингредиента структуры ядра. Сами же эти моды считаются приближенно независимыми. Так, в оболочечной модели ядра предполагается, что нуклоны, находящиеся в среднем потенциале ядра (а это фактически перенормированные, т. е. «одетые» нуклоны), независимы. Конечно, следующим шагом в разработке модели является учет остаточного взаимодействия, но базовым для теории элементом остаются независимые частицы в среднем потенциале ядра.

В сверхтекучей модели ядра возникает новый структурный элемент, с помощью которого строится весь спектр возбужденных состояний ядра. Это квазичастицы. Характеристики квазичастиц включают в себя только часть остаточных парных сил. В первом приближении квазичастицы предполагаются независимыми.

Включение в рассмотрение остаточного парного взаимодействия нуклонов диктовалось необходимостью объяснить наличие энергетической щели в спектре возбуждения четно-четных ядер, отделяющей основное состояние ядра от его неколлективных возбужденных состояний. Аналогичным образом потребовался и учет мультипольных (в основном квадрупольных и октупольных) остаточных взаимодействий [10] для того, чтобы объяснить появление низколежащих коллективных возбуждений ядер со свойствами, резко отличающимися от одночастичных возбуждений. На этом этапе построения теории ядра возник новый образ — элементарная мода возбуждения, а именно фонon, подчиняющийся бозонной статистике. В итоге состояния слабовозбужденных ядер стали рассматривать как состояния, образованные некоторым числом квазичастиц и фононов [11].

Структура фонона и его характеристики определяются остаточным взаимодействием нуклонов. Первоначально в теории ядра в рассмотрение были введены только квадрупольные и октупольные фононы. В их терминах описывались спектры низколежащих состояний одного и того же ядра. Однако в 1968 г. О. Бор [12] показал, что, основываясь на парном нуклон-нуклонном взаимодействии и вводя в рассмотрение парные вибрационные фононы, можно на равных в едином спектре рассматривать как основные, так и возбужденные состояния ядер с разным числом нуклонов, имеющие равный нулю угловой момент и положительную четность. В случае тяжелых ядер с заметно различающимися числами протонов и нейтронов в одно «семейство» объединяются либо основные и возбужденные состояния изотопов (нейтронные парные возбуждения), либо основные и возбужденные состояния изотопов (протонные парные возбуждения).

Однако в случае ядер с $N \approx Z$ нейтроны и протоны заполняют одночастичные состояния с одинаковыми квантовыми числами. В этом случае наряду с нейтрон-нейтронными и протон-протонными парными корреляциями необходимо ввести в рассмотрение и нейтрон-протонные корреляции. Так в теоретический анализ входит изоспин. Наиболее сильное взаимодействие связывает нуклоны, находящиеся в одинаковых квантовых состояниях, так как в этом случае их волновые функции перекрываются полностью. Поэтому, в первую очередь, в рассмотрение было введено взаимодействие пар нуклонов, связанных в полный угловой момент I , равный нулю.

Создание теории парных корреляций сверхпроводящего типа и успешное применение ее для объяснения самых разнообразных свойств ядер продемонстрировало реальность парного остаточного взаимодействия между нуклонами. Из общих принципов теории многих тел следует, что это взаимодействие должно привести и к усилению сечений реакций двухнуклонной передачи [12, 13]. Экспериментальные данные по реакциям двухнуклонной передачи убедительно свидетельствуют о существовании таких выделенных сильных переходов между основными и определенными возбужденными 0^+ -состояниями, которые получили название «парных» вибраций.

При обсуждении основных свойств парных коллективных возбуждений полезно воспользоваться аналогией с хорошо известной обобщенной моделью ядра [14, 15]. Так, принцип объединения состояний в коллективную квадрупольную ветвь возбуждений основан на наличии выделенных сильных $E2$ -переходов между определенными состояниями четно-четных ядер. Аналогом оператора квадрупольного момента в теории коллективных парных возбуждений является оператор

$$A_{1\mu}^+ = \frac{1}{2} \sum_{s, m_s, \tau, \tau'} \sqrt{j_s + \frac{1}{2}} C_{j_s m_s j_s - m_s}^{00} C_{\frac{1}{2} \tau \frac{1}{2} \tau'}^{1\mu} a_{s m_s \frac{1}{2} \tau}^+ a_{s - m_s \frac{1}{2} \tau'}^+, \quad (\text{B.1})$$

рождающий пару нуклонов. Здесь $a_{sm_s \frac{1}{2} \tau}^+$ ($a_{sm_s \frac{1}{2} \tau}$) — операторы рождения (уничтожения) фермионов; j_s — угловой момент одночастичного состояния; s, m_s — квантовые числа одночастичных состояний; μ — третья проекция изоспина пары, а τ, τ' — проекции изоспина нуклонов; $C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m}$ — коэффициенты Клебша–Гордана. Поскольку операторы $A_{1\mu}^+$, $A_{1\mu}$ меняют число нуклонов, то коллективную парную ветвь возбуждения образуют состояния с разным числом частиц.

Подобно тому, как существование коллективной квадрупольной ветви возбуждения связывается с квадруполь-квадрупольным остаточным взаимодействием, основные свойства парной коллективной ветви возбуждения обусловлены парными остаточными силами

$$H_{\text{pair}} = -G \sum_{\mu} A_{1\mu}^+ A_{1\mu}, \quad (\text{B.2})$$

где G — константа парного взаимодействия. Проще всего учесть H_{pair} и продемонстрировать возникающие коллективные эффекты в случае тяжелых ядер, где можно пренебречь взаимодействием нейтронных и протонных систем через взаимодействие данного типа. Ограничиваясь рассмотрением возбуждений нейтронной системы, получаем

$$H_{\text{pair}} = -GA_{11}^+ A_{11}. \quad (\text{B.3})$$

Общепринятая трактовка парных корреляций в системе нуклонов одного сорта основана на введении вспомогательного среднего парного потенциала [16, 17]:

$$U = -(c_1 A_{11} + \text{h. c.}), \quad (\text{B.4})$$

где $c_1 = G \langle A_{11}^+ \rangle$ (усреднение выполнено по основному состоянию нейтронной системы). Поскольку оператор A_{11}^+ неэрмитов, то c_1 — комплексная величина ($c_1 = |c_1| e^{-i\varphi_1}$). Модуль c_1 (корреляционная функция, или энергетическая щель нейтронной системы) будет аналогом параметра деформации β в обобщенной модели ядра. Фазовый угол φ_1 связан с оператором числа нейтронов:

$$\hat{N}_n = \langle \hat{N}_n \rangle + 2i \frac{\partial}{\partial \varphi_1}. \quad (\text{B.5})$$

Парный потенциал U играет ту же роль, что и потенциал Нильссона в обобщенной модели ядра [18]. Подобно тому, как в деформированных ядрах потенциал Нильссона нарушает закон сохранения углового момента, U нарушает закон сохранения числа нейтронов.

Аналогом сферических ядер в теории парных возбуждений являются магические ядра. В основных состояниях магических ядер корреляционная

функция флуктуирует около значения, равного нулю, и парные возбуждения носят вибрационный характер (парные вибрации, несверхтекучие состояния атомных ядер). Когда среднее значение корреляционной функции $|c_1|$ превышает амплитуду флуктуаций, нейтронная система описывается в терминах статического парного поля (сверхтекучее состояние ядер). В этом случае ядерное движение может быть разделено на внутреннее, описываемое в терминах квазичастиц, и коллективное движения. Коллективное движение соответствует вращению в фазовом пространстве числа нейтронов (парное вращение) и движению, которое описывает флуктуации в величине корреляционной функции и является аналогом β -вибраций обобщенной модели ядра. Парное вращение проявляется экспериментально через последовательность основных состояний четно-четных ядер [19,20]. Исследованию парных вращений посвящено много интересных работ, особенно в связи с нейтронно-избыточными ядрами [21–25].

Переход от несверхтекучего состояния к сверхтекучему происходит при некотором критическом значении константы парного взаимодействия $G = G_{cr}$. Поэтому область $G \sim G_{cr}$ принято называть областью фазового перехода.

В данном обзоре мы ограничимся рассмотрением только парных изотопинвариантных остаточных сил с матричными элементами, не зависящими от квантовых чисел одночастичных состояний. Выбор остаточного взаимодействия в такой форме сделан потому, что объектом изучения будут только коллективные 0^+ -состояния парного типа, для описания которых существенны не отдельные матричные элементы, а интегральные характеристики остаточных сил.

Перечислим теоретические методы, которые использовались при изучении коллективных «парных» возбуждений. Прежде всего это приближение хаотических фаз для операторов пар частиц [26–28]. Этот метод применим только в случае слабых парных корреляций. При значениях $G \sim G_{cr}$ вообще нельзя определить таким способом коллективную ветвь возбуждения. В случае сильных парных корреляций ($G \gg G_{cr}$) можно с помощью $u-v$ преобразования Боголюбова [11] перейти от операторов частиц к операторам квазичастиц, а затем использовать приближение хаотических фаз (RPA) [10] для операторов пар квазичастиц. Точность этого приближения тем выше, чем сильнее парные корреляции.

В области фазового перехода ($G \sim G_{cr}$) ни один из перечисленных методов не применим. Кроме того, метод $u-v$ преобразования Боголюбова используется лишь в тяжелых ядрах, где можно пренебречь связью протонных и нейтронных систем через взаимодействие H_{pair} . В средних и легких ядрах, где нейтроны и протоны заполняют одни и те же одночастичные уровни, необходим учет изоспиновой степени свободы.

Итак, рассмотрение парных корреляций в системах, состоящих из нуклонов одного сорта, базируется на следующем гамильтониане:

$$H = - \sum_s (E_s - \lambda) N_s - G \sum_{s,s'} \sqrt{\left(j_s + \frac{1}{2}\right) \left(j_{s'} + \frac{1}{2}\right)} A_s^+ A_{s'}, \quad (\text{B.6})$$

где

$$s \equiv nj, \quad N_s = \sum_m a_{sm}^+ a_{sm}, \quad A_s^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_m C_{j_s m j_s - m}^{00} a_{sm}^+ a_{s-m},$$

a_{sm}^+ (a_{sm}) — операторы рождения (уничтожения) фермионов; E_s — энергии одночастичных состояний, λ — химический потенциал. В такой формулировке парное взаимодействие вводится отдельно для протонной и нейтронной систем.

Введя в рассмотрение изоспин, мы включаем в рассмотрение наряду с нейтрон-нейтронными и протон-протонными парными корреляциями нейтрон-протонные корреляции. Однако мы ограничимся лишь изовекторными парными корреляциями, так как только в этом случае взаимодействующие нуклонные пары могут иметь равный нулю угловой момент. Соответствующий гамильтониан имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} H &= \sum_s (E_s - \lambda) N_s - G \sum_T A_{1T}^+ A_{1T}, \\ A_{1T}^+ &= \sum_s \sqrt{j_s + \frac{1}{2}} A_{sT}^+, \\ A_{sT}^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m,m'} \sum_{\tau,\tau'} C_{\frac{1}{2}\tau\frac{1}{2}\tau'}^{1T} C_{j_s m j_s m'}^{00} a_{sm\tau}^+ a_{sm'\tau'}, \\ N_s &= \sum_{m,\tau} a_{sm\tau}^+ a_{sm\tau}. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

По сравнению с приведенными выше определениями у оператора рождения (уничтожения) нуклона появилось дополнительное квантовое число τ .

Дальнейшая разработка сверхтекучей модели ядра связана с ее применением к описанию легких ядер с нейтронным гало [29–31], с использованием более сложных парных остаточных сил [32] и с привлечением метода функционала плотности энергии [33]. Не выясненным до конца остается вопрос об изоскалярных парных корреляциях [34, 35].

Данный обзор посвящен рассмотрению модели, основанной на гамильтониане (B.7). В разд. 1 обзора рассмотрена связь метода бозонного представления фермионных операторов и приближения Хартри–Фока–Боголюбова.

В разд. 2 описывается метод выделения коллективной ветви парных возбуждений. В разд. 3 рассматривается коллективный гамильтониан и приводятся результаты расчета энергий коллективных парных возбуждений в области ядер с числом частиц $A \sim 56$. Разд. 4 обзора посвящен реакциям двухнуклонной передачи.

1. БОЗОННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ФЕРМИОННЫХ ОПЕРАТОРОВ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРТРИ–ФОКА–БОГОЛЮБОВА

При включении в рассмотрение нового типа взаимодействия, которое, как предполагается, порождает сильные корреляции, возникает два основных вопроса. Во-первых, влияние нового взаимодействия на свойства основного состояния ядра. Во-вторых, возникновение коллективной моды возбуждения, генерируемой данным взаимодействием. Отработанной (общей) схемой анализа свойств основного состояния ядра является метод Хартри–Фока–Боголюбова [36, 37]. В этом методе используется гамильтониан, записанный на языке фермионных операторов. Однако для анализа свойств коллективных возбуждений более всего подходят бозонные представления фермионных операторов. Конечно, использование единого подхода для рассмотрения свойств основного состояния ядра и коллективной моды возбуждения представляется предпочтительным. Но, чтобы его реализовать, нужно найти аналог приближения Хартри–Фока–Боголюбова, сформулированный на языке бозонных операторов. Этому вопросу и посвящен данный раздел.

Известны несколько видов бозонных представлений фермионных операторов. Одни из них ведут к бозонному образу гамильтониана, эрмитовому в обычной бозонной метрике, в которой скалярное произведение векторов состояний определяется без введения каких-либо весовых функций. Их недостатком является то, что, за исключением простых фермионных алгебр, эти представления даются бесконечными рядами по степеням бозонных операторов. Известно одно общее бозонное представление, которое является конечным бозонным рядом [38], и поэтому не возникает вопроса о сходимости. Это аналог представления Дайсона для спиновой алгебры [39]. Однако при этом не сохраняются соотношения эрмитовой сопряженности. А именно, если два фермионных оператора \hat{A} и \hat{B} связаны соотношением $\hat{A}^+ = \hat{B}$, то бозонные образы этих операторов \hat{A}_b и \hat{B}_b не связаны таким соотношением, если рассмотрение ведется в обычной бозонной метрике, а именно $\hat{A}_b^+ \neq \hat{B}_b$. В обобщенном представлении Дайсона мы получаем гамильтониан в непривычном «неэрмитовом» виде. Однако это не вносит принципиальных осложнений, поскольку, как можно показать, собственные значения преобразованного гамильтониана вещественны [38, 48]. Переход от обобщенного представления Дайсона к представлению, сохраняющему свойства эрмитовой сопряженно-

сти, осуществляется с помощью некоторого канонического, но не унитарного преобразования $\hat{U}^{-1}\hat{O}_D\hat{U}$, а оператор \hat{U} связан с метрическим оператором \hat{F} , $\hat{U} = \hat{F}^{1/2}$, где оператор \hat{F} определяет новую метрику

$$\langle \Phi_{\alpha'}, \Phi_{\alpha} \rangle = (\Phi_{\alpha'}, \hat{F}\Phi_{\alpha})$$

так, что выполняются соотношения

$$\langle \Phi_{\alpha'}, \hat{O}_D^+ \Phi_{\alpha} \rangle = \langle \hat{O}_D \Phi_{\alpha'}, \Phi_{\alpha} \rangle.$$

Здесь $(\Phi_{\alpha'}, \Phi_{\alpha})$ — обычное скалярное произведение бозонных векторов состояния $|\Phi_{\alpha}\rangle$.

Начнем рассмотрение с общего случая нуклон-нуклонного взаимодействия:

$$H = \sum_{\alpha\beta} E_{\alpha\beta} a_{\alpha}^+ a_{\beta} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} G(\alpha\beta; \gamma\delta) a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ a_{\delta} a_{\gamma}. \quad (1.1)$$

Бозонное представление дайсоновского типа для фермионных операторов имеет вид

$$\begin{aligned} a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ &\rightarrow b_{\alpha\beta}^+ - \sum_{\gamma,\delta} b_{\alpha\gamma}^+ b_{\beta\delta}^+ b_{\gamma\delta} \equiv B_{\alpha\beta}^+, \\ a_{\beta} a_{\alpha} &\rightarrow b_{\alpha\beta}, \\ a_{\alpha}^+ a_{\beta} &\rightarrow \sum_{\gamma} b_{\alpha\gamma}^+ b_{\beta\gamma}. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь $b_{\alpha\beta}^+(b_{\alpha\beta})$ — бозонные операторы, удовлетворяющие следующим коммутационным соотношениям:

$$\begin{aligned} [b_{\alpha\beta}, b_{\gamma\delta}^+] &= \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma}, \\ [b_{\alpha\beta}, b_{\gamma\delta}] &= [b_{\alpha\beta}^+, b_{\gamma\delta}^+] = 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Индексы $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ — это совокупности квантовых чисел, характеризующих одночастичное фермионное состояние. Таким образом, операторы $b_{\alpha\beta}^+(b_{\alpha\beta})$ действуют в пространстве бозонных состояний.

Переход к приближению Хартри–Фока–Боголюбова означает пренебрежение флуктуациями. На языке бозонных операторов это соответствует замене бозонных операторов c -числами. В случае дайсоновского бозонного представления эти c -числа различны для операторов рождения и уничтожения

$$b_{\alpha\beta}^+ \rightarrow \Gamma_{\alpha\beta}, \quad b_{\alpha\beta} \rightarrow \Lambda_{\alpha\beta}. \quad (1.4)$$

Подставляя (1.4) в (1.2), получаем

$$\begin{aligned} a_{\alpha}^{+} a_{\beta}^{+} &\rightarrow \Gamma_{\alpha\beta} - \sum_{\gamma,\delta} \Gamma_{\alpha\gamma} \Gamma_{\beta\delta} \Lambda_{\gamma\delta} \equiv \overline{K}_{\alpha\beta}, \\ a_{\beta} a_{\alpha} &\rightarrow \Lambda_{\alpha\beta} \equiv K_{\alpha\beta}, \\ a_{\beta}^{+} a_{\alpha} &\rightarrow \sum_{\gamma} \Gamma_{\beta\gamma} \Lambda_{\alpha\gamma} \equiv \rho_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

С помощью (1.5) легко показать непосредственно справедливость следующих матричных соотношений:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} \times \hat{\rho} - \hat{K} \times \hat{K} &= \hat{\rho}, & \hat{\rho} \times \hat{K} &= \hat{K} \times \hat{\rho}^{*}, \\ \hat{\rho}^{*} \times \hat{\rho}^{*} - \hat{K} \times \hat{K} &= \hat{\rho}^{*}, & \hat{\rho}^{*} \times \hat{K} &= \hat{K} \times \hat{\rho}. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Откуда следует, что матрица \hat{K} :

$$K_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \rho_{\alpha\beta} & K_{\alpha\bar{\beta}}(-1)^{j_{\beta}-m_{\beta}} \\ -\overline{K}_{\bar{\alpha}\beta}(-1)^{j_{\alpha}-m_{\alpha}} & \delta_{\alpha\beta} - \rho_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}^{*}(-1)^{j_{\alpha}-m_{\alpha}+j_{\beta}-m_{\beta}} \end{pmatrix}$$

удовлетворяет условию

$$\hat{K} \times \hat{K} = \hat{K}. \quad (1.7)$$

Состояния α и $\bar{\alpha}$ являются состояниями, сопряженными относительно операции отражения времени. В фермионном пространстве матрице $K_{\alpha\beta}$ соответствует следующая матрица:

$$K_{\alpha\beta}^{(F)} = \begin{pmatrix} \langle a_{\beta}^{+} a_{\alpha} \rangle & \langle a_{\beta} a_{\alpha} \rangle (-1)^{j_{\beta}-m_{\beta}} \\ -\langle a_{\bar{\alpha}}^{+} a_{\bar{\beta}}^{+} \rangle (-1)^{j_{\alpha}-m_{\alpha}} & \delta_{\alpha\beta} - \langle a_{\bar{\alpha}}^{+} a_{\bar{\beta}} \rangle (-1)^{j_{\alpha}-m_{\alpha}+j_{\beta}-m_{\beta}} \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

являющаяся матрицей плотности. Таким образом, при бозонной параметризации матрицы плотности автоматически выполняется условие (1.7). Отметим, что при замене операторов $b_{\alpha\beta}^{+}, b_{\alpha\beta}$ c -числами сохраняются коммутационные соотношения парных фермионных операторов, если квантовые скобки Пуассона заменить классическими:

$$[A, B] \Rightarrow \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta} \left(\frac{\partial A}{\partial \Lambda_{\alpha\beta}} \frac{\partial B}{\partial \Gamma_{\alpha\beta}} - \frac{\partial B}{\partial \Lambda_{\alpha\beta}} \frac{\partial A}{\partial \Gamma_{\alpha\beta}} \right). \quad (1.9)$$

Вычисляя таким образом коммутаторы $[\rho_{\alpha\beta}, \overline{K}_{\gamma\delta}]$, $[K_{\alpha\beta}, \overline{K}_{\gamma\delta}]$ и т. д., получаем следующие результаты:

$$\begin{aligned} [\rho_{\alpha\beta}, \overline{K}_{\gamma\delta}] &= \delta_{\alpha\gamma} \overline{K}_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \overline{K}_{\beta\gamma}, \\ [K_{\alpha\beta}, \overline{K}_{\gamma\delta}] &= \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} - \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} - \delta_{\alpha\gamma} \rho_{\beta\delta} + \delta_{\alpha\delta} \rho_{\beta\gamma} + \delta_{\beta\gamma} \rho_{\alpha\delta} - \delta_{\beta\delta} \rho_{\alpha\gamma} \dots \end{aligned} \quad (1.10)$$

Введем в рассмотрение следующие матрицы:

$$\begin{aligned} h_{\alpha\beta} &= E_{\alpha\beta} + 4 \sum_{\eta, \eta'} G(\alpha\eta'|\beta\eta)\rho_{\eta\eta'}, \\ \Delta_{\alpha\beta} &= 2 \sum_{\eta, \eta'} G(\alpha\beta|\eta\eta')K_{\eta\eta'}, \\ \bar{\Delta}_{\alpha\beta} &= 2 \sum_{\eta, \eta'} \bar{K}_{\eta\eta'}G(\eta\eta'|\alpha\beta). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Матрица

$$S_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} h_{\alpha\beta} & \Delta_{\alpha\bar{\beta}}(-1)^{j_\beta - m_\beta} \\ -\bar{\Delta}_{\bar{\alpha}\beta}(-1)^{j_\alpha - m_\alpha} & -h_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}^*(-1)^{j_\alpha - m_\alpha + j_\beta - m_\beta} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

— это бозонный образ гамильтониана ядра в приближении Хартри–Фока–Боголюбова. Матрица $S_{\alpha\beta}$ неэрмитова. Поскольку вариационные параметры $\Lambda_{\alpha\beta}, \Gamma_{\alpha\beta}$ определяются из условия минимизации гамильтониана

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_{\alpha\beta}} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \Gamma_{\alpha\beta}} = 0,$$

то коммутатор $[H, K_{\alpha\beta}]$, вычисленный в соответствии с (1.9), равен нулю, что, как можно показать, приводит к соотношению

$$\sum_{\gamma} (S_{\alpha\gamma}K_{\gamma\beta} - K_{\alpha\gamma}S_{\gamma\beta}) = 0.$$

Последний результат — это уравнение приближения Хартри–Фока–Боголюбова.

Рассмотрим более простой случай, а именно гамильтониан (В.6). Представление Дайсона для фермионных операторов, из которых построен этот гамильтониан, имеет вид [40]

$$\begin{aligned} A_s^+ &\rightarrow b_s^+ \left(1 - \frac{2b_s^+ b_s}{2j_s + 1} \right), \\ A_s &\rightarrow b_s, \\ N_s &\rightarrow 2b_s^+ b_s. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Подставив (1.13) в гамильтониан (В.6), получаем бозонный образ этого гамильтониана

$$\begin{aligned} H \rightarrow \sum_s (E_s - \lambda) 2b_s^+ b_s - G \sum_s \sqrt{j_s + \frac{1}{2}} b_s^+ \left(1 - \frac{2b_s^+ b_s}{2j_s + 1} \right) \times \\ \times \sum_{s'} b_{s'} \sqrt{j_{s'} + \frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Заменим бозонные операторы в этом выражении c -числами

$$b_s^+ \rightarrow \Gamma_s, \quad b_s \rightarrow \Lambda_s. \quad (1.15)$$

После подстановки (1.15) в гамильтониан получаем

$$H \rightarrow \sum_s (E_s - \lambda) 2\Gamma_s \Lambda_s - G \sum_s \sqrt{j_s + \frac{1}{2}} \Gamma_s \left(1 - \frac{2\Gamma_s \Lambda_s}{2j_s + 1} \right) \times \\ \times \sum_{s'} \Lambda_{s'} \sqrt{j_{s'} + \frac{1}{2}}. \quad (1.16)$$

Прежде чем минимизировать гамильтониан по Γ_s и Λ_s , удобно сделать следующую замену переменных в (1.16):

$$\Gamma_s = \sqrt{\left(j_s + \frac{1}{2}\right) v_s^2} \frac{1}{f_s}, \quad \Lambda_s = \sqrt{\left(j_s + \frac{1}{2}\right) v_s^2} f_s. \quad (1.17)$$

При переходе от бозонных операторов к c -числам оператор числа частиц в состоянии s приобретает вид

$$N_s \rightarrow (2j_s + 1)v_s^2. \quad (1.18)$$

Отсюда видно, что v_s^2 — это вероятность заполнения нуклонами состояния s . При подстановке (1.17) в H мы видим, что, выбрав f_s в виде $f_s = \sqrt{1 - v_s^2}$, мы приходим к выражению для H такому же, как если бы мы использовали эрмитовое бозонное представление типа Холстейна–Примакова [41]. Итак, мы получаем

$$H \rightarrow \sum_s (E_s - \lambda)(2j_s + 1)v_s^2 - G \left(\sum_s \left(j_s + \frac{1}{2}\right) v_s \sqrt{1 - v_s^2} \right)^2. \quad (1.19)$$

Из условия $\partial H / \partial v_s = 0$ следует

$$(E_s - \lambda)(2j_s + 1)v_s = G \sum_{s'} \left(j_{s'} + \frac{1}{2}\right) v_{s'} \sqrt{1 - v_{s'}^2} \left(j_s + \frac{1}{2}\right) \frac{1 - 2v_s^2}{\sqrt{1 - v_s^2}}.$$

Введя обозначение

$$\Delta = G \sum_{s'} \sqrt{j_{s'} + \frac{1}{2}} v_{s'} \sqrt{1 - v_{s'}^2},$$

получаем, что

$$v_s^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_s - \lambda}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right), \quad (1.20)$$

а параметр Δ определяется уравнением

$$1 = G \sum_s (2j_s + 1) \frac{1}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}}. \quad (1.21)$$

Выражения (1.20) и (1.21) и уравнение на число частиц для определения λ — это хорошо известные результаты «сверхтекучей» модели ядра [8, 9]. Параметр Δ непосредственно связан с четно-нечетной разностью масс [42–46].

Перейдем к рассмотрению гамильтониана (В.7). Бозонное представление операторов, из которых построен этот гамильтониан, имеет следующий вид [47]:

$$\begin{aligned} N_s &\rightarrow 2 \sum_{\mu} b_{s\mu}^+ b_{s\mu}, \\ A_{s\mu}^+ &\rightarrow b_{s\mu}^+ - \frac{1}{2(2j_s + 1)} b_{s\mu}^+ N_s - \frac{1}{\sqrt{2} \left(j_s + \frac{1}{2} \right)} \sum_{\nu, \nu'} C_{1\nu 1\nu'}^{1\mu} b_{s\nu}^+ T_{s\nu'}, \\ A_{s\mu} &\rightarrow b_{s\mu}, \\ T_{s\mu} &\rightarrow \sqrt{2} \sum_{\nu, \nu'} (-1)^{1-\nu'} C_{1\nu 1\nu'}^{1\mu} b_{s\nu}^+ b_{s-\nu'}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Как и выше в приближении среднего поля, заменим операторы рождения и уничтожения бозонов c -числами. Учитывая неэрмитовость бозонного представления (1.22) в обычной бозонной метрике, будем предполагать эти c -числа различными:

$$b_{s\nu}^+ \rightarrow \Gamma_{s\nu}, \quad b_{s\nu} \rightarrow \Lambda_{s\nu}. \quad (1.23)$$

$\Gamma_{s\nu}(\Lambda_{s\nu})$ являются координатами векторов, которые мы обозначим $\Gamma_s(\Lambda_s)$, в изотопическом пространстве. Отделим углы, отвечающие повороту в изотопическом пространстве, получаем

$$\Gamma_{s\nu} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1\nu} \Gamma_s, \quad \Lambda_{s\nu} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1\nu}^* \Lambda_s, \quad (1.24)$$

где $Y_{1\nu}$ — сферическая функция, зависящая от углов, отвечающих вращению в изотопическом пространстве. После подстановки этих выражений в гамильтониан, получаем

$$\begin{aligned} H &\rightarrow 2 \sum_s (E_s - \lambda) \Gamma_s \Lambda_s - G \sum_s \sqrt{j_s + \frac{1}{2}} \Gamma_s \left(1 - \frac{\Gamma_s \Lambda_s}{2j_s + 1} \right) \times \\ &\quad \times \sum_{s'} \sqrt{j_{s'} + \frac{1}{2}} \Lambda_{s'}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Произведя замену параметров

$$\Gamma_s \rightarrow y_s \sqrt{2j_s + 1} \frac{1}{f_s}, \quad \Lambda_s \rightarrow y_s \sqrt{2j_s + 1} f_s, \quad f_s = \sqrt{1 - y_s^2}, \quad (1.26)$$

получаем

$$H \rightarrow 2 \sum_s (2j_s + 1) (E_s - \lambda) y_s^2 - \frac{1}{4} G \left(\sum_s (2j_s + 1) y_s \sqrt{1 - y_s^2} \right)^2. \quad (1.27)$$

Минимизируя H по y_s , находим

$$y_s^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_s - \lambda}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right), \quad (1.28)$$

где Δ определено соотношением

$$\Delta = \frac{1}{2} G \sum_s \left(j_s + \frac{1}{2} \right) y_s \sqrt{1 - y_s^2}. \quad (1.29)$$

Подставляя (1.28) в (1.29), приходим к уравнению для определения Δ

$$1 = \frac{1}{2} G \sum_s \frac{j_s + \frac{1}{2}}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}}. \quad (1.30)$$

Далее находим

$$A_{s\mu}^+ \rightarrow \sqrt{\frac{4\pi}{3}} Y_{1\mu} \sqrt{\frac{j_s + \frac{1}{2}}{2} \frac{\Delta}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}}}, \quad (1.31)$$

$$N_s \rightarrow (2j_s + 1) \left(1 - \frac{E_s - \lambda}{\sqrt{(E_s - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right). \quad (1.32)$$

Параметр λ определяется из условия сохранения числа нуклонов в среднем.

2. ВВЕДЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПАРНЫХ ВЕТВЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Наш дальнейший анализ свойств изовекторных коллективных парных ветвей возбуждения основывается на гамильтониане (В.7) и бозонном представлении (1.22) фермионных операторов, из которых построен гамильтониан (В.7).

Парная ветвь возбуждения ядер связана с добавлением к ядру пары нуклонов с полным угловым моментом, равным нулю, или удалением такой пары. При этом важно выделить некоторое базовое ядро, относительно которого и определяются парные ветви возбуждения. В качестве такого ядра естественно выбрать дважды магическое ядро, например, ^{56}Ni . Определив базовое ядро как дважды магическое, мы разделяем все пространство одночастичных фермионных состояний на состояния, которые можно считать незаполненными в базовом ядре, и заполненные состояния. Будем обозначать первые индексом $s_+ (= n_+ l_+ j_+)$, а вторые — индексом $s_- (= n_- l_- j_-)$. Для того, чтобы оба набора одночастичных состояний нуклонов можно было рассматривать единообразно, совершим следующее преобразование фермионных операторов рождения и уничтожения, отвечающих состоянию s_- :

$$a_{s_- m \tau}^+ \rightarrow (-1)^{j_{s_-} - m + 1/2 - \tau} a_{s_- -m -\tau}. \quad (2.1)$$

Тогда операторы $A_{s_+ T}^+$ и N_{s_-} преобразуются следующим образом:

$$A_{s_+ T}^+ \rightarrow (-1)^T A_{s_- -T}, \quad N_{s_-} \rightarrow 2(2j_{s_-} + 1) - N_{s_-}. \quad (2.2)$$

Здесь T — проекция оператора изоспина. Подставив (2.2) в гамильтониан (В.7) и отбросив константу, мы получаем следующее выражение для гамильтониана:

$$H = \sum_{s_+} (E_{s_+} - \lambda) N_{s_+} + \sum_{s_-} (\lambda - E_{s_-}) N_{s_-} - G \sum_T A_{1T}^+ A_{1T}, \quad (2.3)$$

где

$$A_{1T}^+ = \sum_{s_+} \sqrt{j_{s_+} + \frac{1}{2}} A_{s_+ T}^+ + (-1)^T \sum_{s_-} \sqrt{j_{s_-} + \frac{1}{2}} A_{s_- -T}. \quad (2.4)$$

Чтобы перейти в дальнейшем к описанию коллективных мод возбуждения, удобно, как это отмечено во введении, использовать бозонное представление фермионных операторов:

$$\begin{aligned} N_s &\rightarrow 2 \sum_{\mu} b_{s\mu}^+ b_{s\mu}, \\ T_{s\mu} &\rightarrow \sqrt{2} \sum_{\nu, \nu'} (-1)^{1-\nu'} C_{1\nu 1\nu'}^{1\mu} b_{s\nu}^+ b_{s-\nu'}, \\ A_{s_+ \mu}^+ &\rightarrow b_{s_+ \mu}^+ - \frac{1}{2(2j_{s_+} + 1)} b_{s_+ \mu}^+ N_s - \frac{1}{\sqrt{2} \left(j_{s_+} + \frac{1}{2} \right)} \sum_{\nu, \nu'} C_{1\nu 1\nu'}^{1\mu} b_{s_+ \nu}^+ T_{s_+ \nu'}, \\ A_{s_+ \mu} &\rightarrow b_{s_+ \mu}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
 A_{s-\mu} &\rightarrow b_{s-\mu} - \frac{1}{2(2j_{s-} + 1)} N_s b_{s-\mu} - \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{2} \left(j_{s-} + \frac{1}{2} \right)} \sum_{\nu, \nu'} C_{1\nu' 1\nu}^{1\mu} (-1)^{1-\nu'} T_{s-\nu'} b_{s-\nu}, \\
 A_{s-\mu}^+ &\rightarrow b_{s-\mu}^+.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Коллективные моды парных возбуждений можно ввести в рассмотрение, выполнив линейное каноническое, т. е. сохраняющее все коммутационные соотношения, преобразование операторов $b_{s\pm\mu}^+$, $b_{s\pm\mu}$ [47, 49]:

$$\begin{aligned}
 b_{s\pm\mu}^+ &= \sum_k (u_{k\pm, s\pm} \beta_{k\pm, \mu}^+ + (-1)^\mu u_{k\mp, s\pm} \beta_{k\mp, -\mu}), \\
 b_{s\pm\mu} &= \sum_k (\tilde{u}_{k\pm, s\pm} \beta_{k\pm, \mu} + (-1)^\mu \tilde{u}_{k\mp, s\pm} \beta_{k\mp, \mu}^+),
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

коэффициенты которого $u_{k\pm, s\pm}$ и $\tilde{u}_{k\pm, s\pm}$ определяются так, чтобы бозонные операторы $\beta_{k\pm, \mu}^+$, $\beta_{k\pm, \mu}$ наилучшим образом выделяли коллективные моды из множества всех парных мод возбуждения. Операторы $\beta_{k\pm, \mu}^+$, $\beta_{k\pm, \mu}$ удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям для бозонных операторов. Необходимо отметить, что после приведения гамильтониана к нормальному виду двухбозонная часть гамильтониана будет иметь неэрмитовый в обычной бозонной метрике вид и ее нельзя будет диагонализировать с помощью линейного унитарного преобразования. Линейное же, но не унитарное преобразование позволяет выйти из этого затруднения. Однако соотношения, следующие из требования каноничности, не фиксируют преобразование (2.7) полностью. Оставшийся произвол не сказывается на значениях наблюдаемых величин, но позволяет упростить соотношения между константами в ангармонической части гамильтониана.

Коэффициенты $u_{k\pm, s\pm}$, $\tilde{u}_{k\pm, s\pm}$ удовлетворяют следующим соотношениям ортонормировки:

$$\begin{aligned}
 \sum_k (u_{k+, s-} u_{k+, s+} - u_{k-, s-} u_{k-, s+}) &= 0, \\
 \sum_k (\tilde{u}_{k-, s-} \tilde{u}_{k-, s+} - \tilde{u}_{k+, s-} \tilde{u}_{k+, s+}) &= 0, \\
 \sum_k (\tilde{u}_{k+, s+} u_{k+, s'_+} - \tilde{u}_{k-, s+} u_{k-, s'_+}) &= \delta_{s+ s'_+}, \\
 \sum_k (\tilde{u}_{k-, s-} u_{k-, s'_-} - \tilde{u}_{k+, s-} u_{k+, s'_-}) &= \delta_{s- s'_-},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_s (u_{k_+,s_+} \tilde{u}_{k'_+,s_+} - u_{k'_+,s_-} \tilde{u}_{k_+,s_-}) &= \delta_{k_+ k'_+}, \\
 \sum_s (u_{k_-,s_-} \tilde{u}_{k'_-,s_-} - u_{k'_-,s_+} \tilde{u}_{k_-,s_+}) &= \delta_{k_- k'_-}, \\
 \sum_s (u_{k_-,s_-} \tilde{u}_{k'_+,s_-} - \tilde{u}_{k_-,s_+} u_{k_+,s_+}) &= 0, \\
 \sum_s (\tilde{u}_{k_-,s_-} u_{k_+,s_-} - u_{k_-,s_+} \tilde{u}_{k_+,s_+}) &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Коэффициенты $u_{k,s}$, $\tilde{u}_{k,s}$ определяются из требования диагонализации полной двухбозонной части гамильтониана, полученного после подстановки в гамильтониан (2.3) бозонного представления фермионных операторов (1.22) с последующим линейным преобразованием (2.8) бозонных операторов. В результате гамильтониан принимает следующий вид:

$$H = \sum_{k,\mu} \left(\omega_{k_+} \beta_{k_+,\mu}^+ \beta_{k_+,\mu} + \omega_{k_-} \beta_{k_-,\mu}^+ \beta_{k_-,\mu} \right) + H_{\text{anh}}, \tag{2.9}$$

где H_{anh} — четырехбозонная часть гамильтониана, записанная в нормальном относительно операторов $\beta_{k_{\pm},\mu}^+$, $\beta_{k_{\pm},\mu}$ виде.

Операторы $\beta_{k_+,\mu}^+$, $\beta_{k_-,\mu}$ рождают коррелированные пары частиц (дырок). Каждая ветвь возбуждения k характеризуется энергией ω_k нижайшего 0^+ -состояния данного типа и спектроскопическими факторами реакций двухну-клонной передачи, структурные части которых $\alpha_{k,s}$, вычисленные в гармоническом приближении, следующим образом выражаются через коэффициенты $u_{k,s}$, $\tilde{u}_{k,s}$:

$$\alpha_{k,s} = \text{sign}(u_{k,s}) \sqrt{u_{k,s} \tilde{u}_{k,s}}. \tag{2.10}$$

Для коэффициентов $u_{k,s}$, $\tilde{u}_{k,s}$ получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_{k_{\pm},s_+} &= \frac{F_{s_+} \tilde{X}_{k_{\pm}}}{D_{s_+} \mp \omega_{k_{\pm}}}, & u_{k_{\pm},s_+} &= \frac{X_{k_{\pm}}}{D_{s_+} \mp \omega_{k_{\pm}}}, \\
 \tilde{u}_{k_{\pm},s_-} &= \frac{\tilde{X}_{k_{\pm}}}{D_{s_-} \pm \omega_{k_{\pm}}}, & u_{k_{\pm},s_-} &= \frac{F_{s_-} X_{k_{\pm}}}{D_{s_-} \pm \omega_{k_{\pm}}}, \\
 \tilde{X}_{k_{\pm}} &= G \left(\sum_{s_+} \tilde{u}_{k_{\pm},s_+} + \sum_{s_-} u_{k_{\pm},s_-} \right), \\
 X_{k_{\pm}} &= G \left(\sum_{s_+} F_{s_+} u_{k_{\pm},s_+} + \sum_{s_-} F_{s_-} \tilde{u}_{k_{\pm},s_-} \right), \\
 F_s &= \left(j_s + \frac{1}{2} \right) (1 - 2\rho_s) = \left(j_s + \frac{1}{2} \right) - \left\langle \langle 0 | \sum_{\mu} b_{s\mu}^+ b_{s\mu} | 0 \rangle \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Здесь ρ_{s_+} (ρ_{s_-}) — средние числа пар частиц (дырок) в состоянии $|0\rangle$ ($\beta_{k\mu}|0\rangle = 0$); $D_s/2$ — модули перенормированных одночастичных энергий, отсчитанных от поверхности Ферми. Перенормировка произошла при приведении гамильтониана, выраженного через $\beta_{k\mu}^+$, $\beta_{k\mu}$, к нормальному виду. Величины ρ_s и D_s следующим образом выражаются через коэффициенты $u_{k,s}$, $\tilde{u}_{k,s}$:

$$\begin{aligned}\rho_{s_{\pm}} &= \frac{3}{(2j_{s_{\pm}} + 1)} \sum_{k_{\mp}} u_{k_{\mp}, s_{\pm}} \tilde{u}_{k_{\mp}, s_{\pm}}, \\ D_{s_+} &= 2|E_{s_+} - \lambda| + 3 \sum_{k_-} \tilde{X}_{k_-} u_{k_-, s_+}, \\ D_{s_-} &= 2|E_{s_-} - \lambda| + 3 \sum_{k_+} \tilde{X}_{k_+} \tilde{u}_{k_+, s_-} + 3G.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Перенормировка приводит к увеличению расстояния от одночастичных уровней до поверхности Ферми при усилении парных корреляций.

Величины \tilde{X}_k , X_k связаны с операторами рождения и уничтожения двух нуклонов $A_{1\mu}^+$ и $A_{1\mu}$ следующим образом:

$$\begin{aligned}A_{1\mu} &= \frac{1}{G} \left\{ \sum_k \left(\tilde{X}_{k_+} \beta_{k_+, \mu} + (-1)^{1-\mu} \tilde{X}_{k_-} \beta_{k_-, -\mu}^+ \right) \right\}, \\ A_{1\mu}^+ &= \frac{1}{G} \left\{ \sum_k \left(X_{k_+} \beta_{k_+, \mu}^+ + (-1)^{1-\mu} X_{k_-} \beta_{k_-, -\mu}^+ \right) \right\},\end{aligned}\quad (2.13)$$

плюс трехбозонные ангармонические члены, записанные в нормальном виде.

Для определения частоты ω_k и величин D_s , ρ_s , \tilde{X}_k , X_k получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned}G \left(\sum_{s_{\pm}} \frac{F_{s_{\pm}}}{D_{s_{\pm}} - \omega_{k_{\pm}}} + \sum_{s_{\mp}} \frac{F_{s_{\mp}}}{D_{s_{\mp}} + \omega_{k_{\pm}}} \right) &= 1, \\ \tilde{X}_{k_{\pm}} X_{k_{\pm}} \left(\sum_{s_{\pm}} \frac{F_{s_{\pm}}}{(D_{s_{\pm}} - \omega_{k_{\pm}})^2} - \sum_{s_{\mp}} \frac{F_{s_{\mp}}}{(D_{s_{\mp}} + \omega_{k_{\pm}})^2} \right) &= 1, \\ F_{s_{\pm}} &= \left(j_s + \frac{1}{2} \right) / \left(1 + \sum_{k_{\mp}} \frac{\tilde{X}_{k_{\mp}} X_{k_{\mp}}}{(D_{s_{\pm}} + \omega_{k_{\mp}})^2} \right), \\ D_{s_{\pm}} &= D_{s_{\pm}}^0 + 3 \sum_{k_{\mp}} \frac{\tilde{X}_{k_{\mp}} X_{k_{\mp}}}{D_{s_{\pm}} + \omega_{k_{\mp}}}, \\ D_{s_+}^0 &= 2|E_{s_+} - \lambda|, \quad D_{s_-}^0 = 2|E_{s_-} - \lambda| + 3G.\end{aligned}\quad (2.14)$$

Перейдем к анализу системы уравнений (2.14). Эти уравнения переходят в аналогичные уравнения, полученные в RPA для операторов пар частиц [27, 28], если положить

$$\rho_s = 0, \quad D_s = 2|E_s - \lambda|.$$

В RPA существует критическое значение $G = G_{\text{cr}}$ такое, что при $G > G_{\text{cr}}$ решения ω_k для $k_{\pm} = 1_{\pm}$ (будем их называть коллективными) становятся чисто мнимыми. Решения же уравнений (2.14) вещественны при любых значениях G . Происходит это из-за возникающих перенормировок в величинах D_s и ρ_s .

Среди всех ветвей возбуждения коллективные ($k_{\pm} = 1_{\pm}$) ветви явно выделены: энергии $\omega_{1_{\pm}}$ — нижайшие; все коэффициенты $u_{1_{\pm},s}$, $\tilde{u}_{1_{\pm},s}$ имеют одинаковые знаки, что приводит к когерентным суммам при вычислении различных матричных элементов. При расчете спектроскопических факторов это приводит к усилению сечения реакций двухнуклонной передачи на коллективные состояния. При вычислении ангармонических констант получается, что взаимодействие коллективных бозонов друг с другом явно превосходит взаимодействие коллективных бозонов с неколлективными и, тем более, неколлективных между собой. При вычислении D_s и ρ_s также видно, что основной вклад в перенормировку идет от членов с $k_{\pm} = 1_{\pm}$. Поэтому, пренебрегая вкладом неколлективных ветвей возбуждения в перенормировку D_s и ρ_s и выбирая для определенности химический потенциал λ так, чтобы $\omega_{1_+} = \omega_{1_-} = \omega$, мы получим систему уравнений, необходимую для полного описания коллективных ветвей возбуждения [47, 50].

Отметим некоторые особенности решения системы уравнений (2.14) при больших значениях G .

Различие между $\tilde{X}_{1_+} X_{1_+}$ и $\tilde{X}_{1_-} X_{1_-}$ обусловлено только асимметрией схемы одночастичных уровней относительно химпотенциала λ . При сильных корреляциях оно становится несущественным. Таким образом, в случае больших величин G , когда можно пренебречь одночастичной частью гамильтониана (В.7), задача сводится к случаю одного уровня с вырождением $\Omega = \sum_s (j_s + 1/2)$. Причем

$$\begin{aligned} \omega &\rightarrow \frac{3G}{2}, \quad 1 - 2\rho \rightarrow \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1 + \Omega/3} \right), \\ D &\rightarrow \frac{3G}{2} \left(1 + \frac{\Omega}{3} \right), \quad \tilde{X}X \rightarrow G^2 \Omega (\Omega + 3) / 6. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Для иллюстрации приведем некоторые численные результаты. На рис. 1 показана зависимость энергии ω невзаимодействующего коллективного бозона от величины константы парного взаимодействия G . Для сравнения приведены решение, полученное в приближении хаотических фаз (ω_{RPA}), и точная

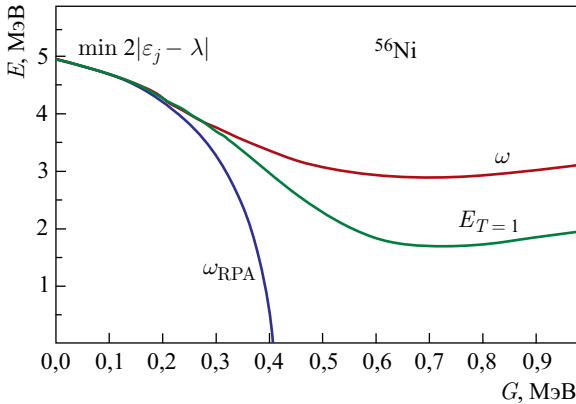


Рис. 1. Зависимость энергии ω невзаимодействующего коллективного бозона, полученной при решении системы уравнений (2.14), от величины константы парного взаимодействия G . Для сравнения приведены энергия ω_{RPA} , рассчитанная в приближении хаотических фаз, и точная энергия нижайшего возбужденного состояния $E_{T=1}$. E по оси ординат означает, что одна и та же энергетическая шкала относится к ω , ω_{RPA} и $E_{T=1}$

Таблица 1. Энергии ω_k и структурные части спектроскопических факторов α_{ks} парных ветвей возбуждения, рассчитанные для ^{56}Ni при $G = 0,5$ МэВ

k_{\pm}	Спектроскопические факторы								ω_k , МэВ
	$1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{3/2}$	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	$1p_{1/2}$	$1g_{9/2}$	
4_{-}	0,633	-0,769	-0,81	-0,029	0,006	0,007	0,004	0,097	13,80
3_{-}	0,604	0,560	-0,556	-0,124	0,023	0,026	0,015	0,027	13,06
2_{-}	0,394	0,258	0,775	-0,435	0,055	0,059	0,034	0,061	10,87
1_{-}	0,375	0,224	0,367	0,992	0,320	0,310	0,176	0,282	3,07
1_{+}	0,239	0,141	0,217	0,422	0,830	0,582	0,324	0,413	3,07
2_{+}	0,052	0,030	0,046	0,080	-0,632	0,678	0,337	0,196	8,30
3_{+}	0,004	0,002	0,004	0,006	-0,023	-0,467	0,884	0,022	10,17
4_{+}	0,044	0,026	0,038	0,063	-0,133	-0,290	-0,179	0,935	14,19

энергия нижайшего возбужденного состояния, полученная с учетом ангармонических эффектов.

В табл. 1 приведены значения энергий ω_k и спектроскопических факторов α_{ks} (2.10), рассчитанные для ^{56}Ni при $G = 0,5$ МэВ. При этом значении G наилучшим образом воспроизводится спектр коллективных парных 0^{+} -состояний ядер с $A = 48-64$. Из таблицы видно, что энергии неколлективных возбуждений значительно превышают энергии коллективных мод. Кроме того, только для $k_{\pm} = 1_{\pm}$ величины α_{ks} имеют одинаковые знаки, что приводит к когерентному усилению сечений реакций двухнуклонных передач.

Таблица 2. Зависимость величины $\tilde{X}_k X_k$ от константы изовекторного парного взаимодействия G

G , МэВ	4 ₋	3 ₋	2 ₋	1 ₋	1 ₊	2 ₊	3 ₊	4 ₊
0,02	0,0010	0,0005	0,0009	0,0017	0,0009	0,0014	0,0003	0,0020
0,5	0,01	0,13	0,56	6,01	5,92	0,47	0,00	0,55
0,7	0,01	0,12	0,63	14,76	14,91	0,41	0,00	0,67

Для оценки ангармонических и когерентных эффектов удобно воспользоваться величинами $\tilde{X}_k X_k$, поскольку

$$\langle 1\mu, k | A_{1\mu}^+ | 0 \rangle \langle 0 | A_{1\mu} | 1\mu, k \rangle \approx \frac{\tilde{X}_k X_k}{G^2},$$

где $|1\mu, k\rangle \equiv \beta_{k\mu}^+ |0\rangle$.

В табл. 2 приведены величины $\tilde{X}_k X_k$ для трех значений константы парного взаимодействия G . В первом случае ($G = 0,02$ МэВ) парное взаимодействие слабое, ангармоничность слабая, когерентность практически не видна. Для «физических» значений G ($\sim 0,5$ МэВ) возникающие когерентные эффекты дают в случае $k_{\pm} = 1_{\pm}$ усиление в $\tilde{X}_k X_k$ по крайней мере в десять раз по сравнению с $k_p m \neq 1_{\pm}$, причем учет ангармоничности должен быть произведен в первую очередь для коллективных ветвей возбуждения. При дальнейшем увеличении взаимодействия ($G = 0,7$ МэВ) указанные эффекты усиливаются и происходит все большее отделение коллективных ветвей возбуждения от неколлективных.

3. КОЛЛЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПАРНЫХ ИЗОВЕКТОРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Коллективная часть рассмотренного выше полного гамильтониана ядра имеет вид

$$\begin{aligned}
 H_{\text{coll}} &= \omega \sum_{\mu} \left(\beta_{1_{+},\mu}^+ \beta_{1_{+},\mu} + \beta_{1_{-},\mu}^+ \beta_{1_{-},\mu} \right) + H_{\text{anh}}^{\text{coll}}, \\
 H_{\text{anh}}^{\text{coll}} &= 9 : \left(\sum_T \left\{ \begin{array}{ccc} 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & T \end{array} \right\} \times \right. \\
 &\quad \times \sqrt{\frac{2T+1}{3}} \sum_{\mu} \left(G(3) \left((\beta_{1_{+}}^+ \beta_{1_{+}}^+)_T \beta_{1_{+}} \right)_{1\mu} + \right. \\
 &\quad + G(4) \left(\beta_{1_{-}}^+ (\beta_{1_{-}} \beta_{1_{-}})_T \right)_{1\mu} + G(1) \left((\beta_{1_{+}}^+ \beta_{1_{+}}^+)_T \beta_{1_{-}}^+ \right)_{1\mu} + \\
 &\quad + G(2) \left(\beta_{1_{+}} (\beta_{1_{-}} \beta_{1_{-}})_T \right)_{1\mu} + 2G(1) \left((\beta_{1_{+}}^+ \beta_{1_{-}})_T \beta_{1_{-}}^+ \right)_{1\mu} + \\
 &\quad \left. + 2G(2) \left((\beta_{1_{+}}^+ \beta_{1_{-}})_T \beta_{1_{+}} \right)_{1\mu} \right) \left(\beta_{1_{+},\mu} + (-1)^{1-\mu} \beta_{1_{-},-\mu}^+ \right) : . \tag{3.1}
 \end{aligned}$$

Здесь : () : означает нормальное произведение операторов рождения и уничтожения бозонов, $G(n)$ — ангармонические константы:

$$\begin{aligned}
 G(1) &= \tilde{X}_{1+} X_{1+} / 2\omega, \\
 G(2) &= \tilde{X}_{1-} X_{1-} / 2\omega, \\
 G(3) &= (\tilde{X}_{1+} X_{1+})^2 \left(\sum_{s_+} \frac{F_{s_+}}{(D_{s_+} - \omega)^3} + \sum_{s_-} \frac{F_{s_-}}{(D_{s_-} - \omega)^3} \right), \\
 G(4) &= (\tilde{X}_{1-} X_{1-})^2 \left(\sum_{s_-} \frac{F_{s_-}}{(D_{s_-} - \omega)^3} - \sum_{s_+} \frac{F_{s_+}}{(D_{s_+} - \omega)^3} \right).
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Если сравнить гамильтониан (3.1) с коллективным гамильтонианом, который можно построить с помощью приближенных бозонных разложений фермионных операторов и в котором, как правило, учитываются члены не выше четвертого порядка по степеням бозонных операторов, то основное отличие будет состоять в том, что неэрмитовый в обычной бозонной метрике гамильтониан (3.1) при преобразовании его с помощью нелинейного неунитарного преобразования к эрмитовому виду будет представлен бесконечным рядом при разложении по степеням бозонных операторов. Таким образом, переход к гамильтониану, имеющему неэрмитовый в обычной бозонной метрике вид, есть, по существу, способ приближенного суммирования бесконечного ряда по степеням бозонных операторов.

Следует отметить также, что число констант в гамильтониане (3.1), которые рассчитываются независимо, значительно меньше, чем число независимо рассчитываемых констант в гамильтониане четвертого порядка, полученном с помощью метода приближенного бозонного представления фермионных операторов. С этой точки зрения гамильтониан (3.1) имеет более простую структуру, чем произвольный гамильтониан четвертого порядка.

Полезно отметить, что в случае сильных парных корреляций, когда можно пренебречь асимметрией в схеме одночастичных уровней относительно поворачиваемости Ферми, выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 G(1) &\approx G(2) \equiv G1 + \tilde{X}X / 2\omega, \\
 G(3) &\approx G(4) \equiv G3, \\
 G(3) - G(1) &= 4\omega^2 (\tilde{X}X)^2 \sum_s \frac{F_s D_s}{(D_s^2 - \omega^2)^3}.
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

При очень больших значениях G

$$G1 \rightarrow \frac{1}{6}G\Omega \left(1 + \frac{\Omega}{6} \right), \quad G3 \rightarrow G1 + G. \tag{3.4}$$

3.1. Случай слабой связи. В случае слабых парных корреляций, когда ангармоничность не существенна, спектр собственных значений гамильтониана (3.1) эквидистантен, а собственные функции строятся следующим образом:

$$|N_+l_+N_-l_-TT_0\rangle = \sum_{m_+,m_-} C_{l_+m_+l_-m_-}^{TT_0} \Phi_{N_+l_+m_+} \Phi_{N_-l_-m_-}, \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_{Nlm} &= c_{Nlm} (T_{-1})^{l-m} (\beta_1^+)^l I^n \Phi_{000}, \quad N = 2n + l, \\ I &= \sum_{\mu} (-1)^{\mu} \beta_{\mu}^+ \beta_{-\mu}^+, \quad T_{-1} = \sqrt{2} (\beta^+ \beta)_{1,-1}, \quad (3.6) \\ c_{Nlm} &= \left(\frac{(2l+1)(l+m)!}{2^{n+m} n! (l-m)! l! (2n+2l+1)!} \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Здесь $N_+(N_-)$ — собственные значения операторов чисел бозонов, построенных из частиц (дырок), а $l_+(l_-)$ — собственные значения соответствующих операторов изоспина; Φ_{000} — вакуум бозонов ($\beta_{\mu} \Phi_{000} = 0$); N — полное число бозонов; l — изоспин состояния; m — проекция изоспина. Состояния Φ_{Nlm} удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \left(\sum_{\mu} \beta_{\mu}^+ \beta_{\mu} - N \right) \Phi_{Nlm} &= 0, \\ (\hat{T}_0 - m) \Phi_{Nlm} &= 0, \quad (3.7) \\ \left(\sum_{\mu} (-1)^{\mu} T_{\mu} T_{-\mu} - l(l+1) \right) \Phi_{Nlm} &= 0. \end{aligned}$$

Коэффициенты c_{Nlm} определены так, что состояния Φ_{Nlm} нормированы:

$$(\Phi_{N'l'm'} | \Phi_{Nlm}) = \delta_{NN'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}.$$

В случае слабой связи собственные значения гамильтониана имеют вид $\omega(N_+ + N_-)$.

3.2. Случай сильной связи. В случае сильных парных корреляций вместо коллективных бозонов $\beta_{1_{\pm},\mu}^+$, $\beta_{1_{\pm},\mu}$ удобнее ввести комплексные координаты и сопряженные им импульсы [40, 47, 49]:

$$\begin{aligned} q_{\mu} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\beta_{1_+, \mu} + (-1)^{1-\mu} \beta_{1_-, -\mu}^+ \right), \\ p_{\mu} &= \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\beta_{1_+, \mu}^+ - (-1)^{1-\mu} \beta_{1_-, -\mu} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\beta_{1+, \mu}^+ + (-1)^{1-\mu} \beta_{1-, -\mu} \right), \\
 p_\mu^+ &= -\frac{i}{\sqrt{2}} \left(\beta_{1+, \mu} - (-1)^{1-\mu} \beta_{1-, -\mu}^+ \right).
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Воспользуемся дифференциальным представлением для операторов координаты и импульса:

$$\begin{aligned}
 q_\mu &\rightarrow z_\mu, & p_\mu &\rightarrow -i \frac{\partial}{\partial z_\mu}, \\
 q_\mu^+ &\rightarrow z_\mu^*, & p_\mu^+ &\rightarrow -i \frac{\partial}{\partial z_\mu^*},
 \end{aligned}
 \tag{3.9}$$

где z_μ — комплексная переменная, так как оператор q_μ неэрмитов.

По аналогии с обобщенной моделью ядра вместо шести переменных z_μ , z_μ^* введем новые переменные $\Delta, \theta, \varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ [51]:

$$z_\mu^* = \sum_\nu D_{\mu\nu}^1 a_\nu^* = \Delta \exp(-i\varphi) \left(D_{\mu 0}^1 \cos \theta + \frac{1}{\sqrt{2}} (D_{\mu 1}^1 + D_{\mu -1}^1) \sin \theta \right).
 \tag{3.10}$$

Здесь $D_{\mu\nu}^1 \equiv D_{\mu\nu}^1(\psi_1, \psi_2, \psi_3)$ — функция Вигнера. Три угла Эйлера ψ_1, ψ_2, ψ_3 описывают ориентацию вращающейся в изотопическом пространстве «внутренней» системы координат:

$$\begin{aligned}
 \hat{T}_\mu &= \sum_\nu D_{\mu\nu}^1 \tilde{T}_\nu, & \tilde{T}_{\pm 1} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (T_\xi \pm iT_\eta), & \tilde{T}_0 &= T_\zeta = -i \frac{\partial}{\partial \psi_3}, \\
 T_\xi &= i \left(\frac{\cos \psi_3}{\sin \psi_2} \left(\frac{\partial}{\partial \psi_1} - \cos \psi_2 \frac{\partial}{\partial \psi_3} \right) - \sin \psi_3 \frac{\partial}{\partial \psi_2} \right), \\
 T_\eta &= i \left(-\frac{\sin \psi_3}{\sin \psi_2} \left(\frac{\partial}{\partial \psi_1} - \cos \psi_2 \frac{\partial}{\partial \psi_3} \right) - \cos \psi_3 \frac{\partial}{\partial \psi_2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{3.11}$$

Выше $\hat{T}_{\xi, \eta, \zeta}$ — проекции оператора изоспина на оси ξ, η, ζ «внутренней» системы координат. Переменная φ , канонически сопряженная оператору числа частиц $\hat{N} = 2i(\partial/\partial\varphi)$, описывает вращение в фазовом пространстве. Переменные Δ и θ описывают парные вибрации.

В терминах q_μ, p_μ [47]

$$H_{\text{coll}} \equiv T + V = M_0 \sum_\mu p_\mu^+ p_\mu + B T_{\text{anh}} - C \sum_\mu q_\mu^+ q_\mu + R V_{\text{anh}},
 \tag{3.12}$$

где $B = G3 - G1$, $R = 3G1 + G3$, $M_0 = \omega - (3/2)B$, $C = 3R - M_0$. Здесь использованы соотношения $G3 \equiv G(3) \approx G(4)$, $G1 \equiv G(1) \approx G(2)$, справедливые в случае сильных парных корреляций. Зависимость всех параметров

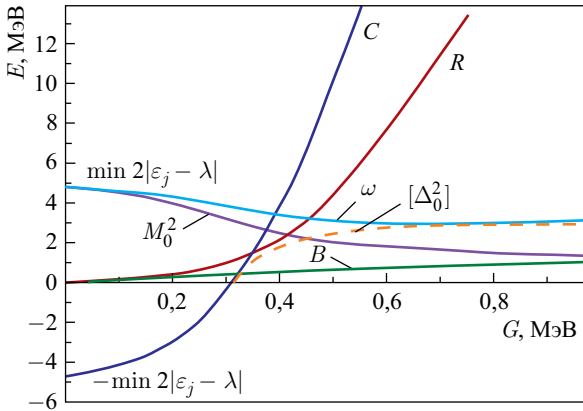


Рис. 2. Зависимость параметров H_{coll} от величины константы парного взаимодействия G . Расчет выполнен для ядра ^{56}Ni

H_{coll} от величины константы парного взаимодействия приведена на рис. 2. Расчеты выполнены для ядра ^{56}Ni . При очень больших G $M_0 \rightarrow 0$, $B \rightarrow G$, $\omega \rightarrow (3/2)G$, $R \rightarrow (1 + \Omega/3)^2$, $C \rightarrow 3R$.

Потенциальная энергия V в терминах Δ и θ записывается следующим образом:

$$V = -C\Delta^2 + \frac{1}{4}R\Delta^4(3 - \cos 4\theta). \tag{3.13}$$

При малых G коэффициент $C \approx -\omega < 0$ и потенциальная энергия имеют минимум при $\Delta = 0$ и $\theta = 0$. В случае сильных корреляций ($C > 0$) потенциальная энергия имеет минимум при $\Delta = \Delta_0 \equiv \sqrt{C/R} = \sqrt{3 - M_0/R}$ и $\theta = 0$.

Из рис. 2 видно, что изменение знака C происходит при $G \approx G_{\text{cr}}$. G_{cr} — это то значение G , при котором исчезает решение в приближении хаотических фаз для операторов пар частиц. Это область «фазового» перехода, когда появляется решение для равновесного значения $\Delta \neq 0$. Мы можем в этом случае говорить о спонтанном нарушении симметрии во внутренней системе координат [33]. Переменная Δ_0 безразмерна и ограничена $0 \leq \Delta_0^2 \leq 3$ и $\Delta_0^2 \rightarrow 3$ при больших G .

Установим связь Δ_0 с энергетической щелью, которую обычно используют для характеристики силы парных корреляций. Разлагая потенциальную энергию (3.13) около равновесных значений Δ и θ , получаем:

$$V \approx -\frac{R\Delta_0^4}{2} + 2C((\Delta - \Delta_0)^2 + \Delta_0^2\theta^2). \tag{3.14}$$

При больших G $V \rightarrow (-1/2)G(\Omega + 3)^2$. Введем в рассмотрение величину

$$\tilde{\Delta} \equiv G \sqrt{\sum_{\mu} \langle A_{1\mu}^+ \rangle \langle A_{1\mu} \rangle} \approx \sqrt{2\tilde{X}X} \Delta_0,$$

где усреднение означает замену Δ и θ их равновесными значениями. При больших G $\tilde{\Delta} \rightarrow G\sqrt{\Omega(\Omega + 6)/2}$ и $V \approx -\tilde{\Delta}^2/G$.

Сравнивая этот результат с хорошо известным выражением [16, 17] для вклада парных корреляций в энергию основного состояния ядра (при учете только парных корреляций в системе нуклонов одного сорта), можно сделать вывод, что $\tilde{\Delta}$ является аналогом энергетической щели в сверхтекучей модели ядра.

Перейдем к обсуждению выражения для кинетической энергии [47]:

$$\begin{aligned} T &= M_0 \sum_{\mu} p_{\mu}^+ p_{\mu} + BT_{\text{anh}}, \\ \sum_{\mu} p_{\mu}^+ p_{\mu} &\rightarrow - \sum_{\mu} \frac{\partial^2}{\partial z_{\mu}^* \partial z_{\mu}} = \\ &= \frac{1}{4} \left(- \frac{1}{\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta^5 \frac{\partial}{\partial \Delta} - \frac{1}{\Delta^2 \sin 4\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin 4\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\Delta^2} \left(\frac{(\hat{N}/2 + \hat{T}_{\xi} \sin 2\theta)^2}{\cos^2 2\theta} + \hat{T}_{\xi}^2 + \frac{\hat{T}_{\eta}^2}{\cos^2 \theta} + \frac{\hat{T}_{\zeta}^2}{\sin^2 \theta} \right) \right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

В выражение для T_{anh} входят слагаемые, содержащие две степени координаты z_{μ} и две степени импульса p_{μ} . Таким образом, учет T_{anh} эквивалентен учету зависимости эффективного массового коэффициента в полной кинетической энергии от Δ , θ , числа частиц и изоспина.

В первом приближении, при качественном рассмотрении, массовый коэффициент можно считать постоянным. Тогда

$$\begin{aligned} H_{\text{coll}} &\approx T_{\text{vib}} + T_{\text{rot}} + V, \\ T_{\text{vib}} &\equiv \frac{M_{\text{eff}}}{4} \left(- \frac{1}{\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta^5 \frac{\partial}{\partial \Delta} - \frac{1}{\Delta^2 \sin 4\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin 4\theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right), \\ T_{\text{rot}} &\equiv \frac{M_{\text{eff}}}{4\Delta^2} \left(\frac{(\tilde{N}/2 + \hat{T}_{\xi} \sin 2\theta)^2}{\cos^2 2\theta} + \hat{T}_{\xi}^2 + \frac{\hat{T}_{\eta}^2}{\cos^2 \theta} + \frac{\hat{T}_{\zeta}^2}{\sin^2 \theta} \right). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Первое слагаемое в (3.16) — это кинетическая энергия Δ и θ колебаний. Слагаемое, пропорциональное N^2 , в выражении для T_{rot} известно из рассмотрения систем, состоящих из нуклонов одного сорта. Связанное с ним коллективное движение получило название парного вращения. Остальная часть T_{rot} , за исключением члена, пропорционального $N \cdot T_{\xi}$, по виду совпадает с гамильтонианом трехмерного асимметричного ротатора, только вместо квадратов операторов проекций момента на оси ротатора стоят квадраты операторов проекций изотопического спина на оси ξ, η, ζ . По аналогии эту часть H_{coll} будем называть энергией вращения в изотопическом пространстве. Тот факт, что в H_{coll} есть слагаемое, пропорциональное $N \cdot T_{\xi}$, говорит о том, что вращения в изотопическом пространстве и в пространстве переменной φ не разделяются. Третье слагаемое — потенциальная энергия Δ и θ колебаний. Благодаря зависимости моментов инерции от Δ и θ вращения оказываются связанными с колебаниями.

Так как внутренние оси η и ζ ничем не выделены друг относительно друга (ось ξ выделена связью T_{ξ} с N), то мы можем двумя физически эквивалентными способами выбирать эти оси. В результате H_{coll} оказывается инвариантным относительно следующих преобразований:

$$\theta \rightarrow \pi + \theta, \quad \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta, \quad \theta \rightarrow -\frac{\pi}{2} - \theta.$$

Вследствие такой инвариантности плоскость переменных разбивается на 4 физически эквивалентных сектора:

$$-\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, \quad \frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}, \quad \frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}, \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{4}.$$

Мы выберем сектор $-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$ и будем считать, что θ изменяется только в этих пределах.

Потенциальная энергия V имеет минимум при $\theta = 0$ и $\Delta = \Delta_0$. Величина Δ_0 аналогична энергетической щели в сверхтекучей модели ядра. Как видно из (3.14), жесткость по отношению к колебаниям Δ и θ тем больше, чем больше величина Δ_0 . Это значит, что в предельном случае сильных парных корреляций потенциальную энергию можно заменить первыми членами разложения ее по степеням $(\Delta - \Delta_0)$ и θ :

$$V \approx -\frac{1}{2}R\Delta_0^4 + 2R\Delta_0^2(\Delta - \Delta_0)^2 + 2R\Delta_0^4\theta^2.$$

В этом предельном случае в выражении для T_{rot} можно положить $\Delta = \Delta_0$, $\theta = 0$, а в выражении для T_{vib} — $\Delta = \Delta_0$ и $\sin 4\theta \approx 4\theta$. В результате мы

получим следующее выражение для H_{coll} :

$$\begin{aligned}
 H_{\text{coll}} \approx & -\frac{R}{2}\Delta_0^4 + \frac{M_{\text{eff}}}{4\Delta_0^2} \left(\frac{\hat{N}^2}{4} + \hat{T}^2 - \hat{T}_\xi^2 \right) + \\
 & + \frac{M_{\text{eff}}}{4} \left(\frac{\partial^2}{\partial(\Delta - \Delta_0)^2} + \frac{8R\Delta_0^2}{M_{\text{eff}}}(\Delta - \Delta_0)^2 \right) + \\
 & + \frac{M_{\text{eff}}}{4\Delta_0^2} \left(-\frac{1}{\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \theta \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\hat{T}_\xi^2}{\theta^2} + \frac{8R\Delta_0^6}{M_{\text{eff}}}\theta^2 \right). \quad (3.17)
 \end{aligned}$$

Собственные значения такого гамильтониана равны:

$$\begin{aligned}
 E(N, T, T_\xi, n_\Delta, n_\theta) = & -\frac{R}{2}\Delta_0^4 + \frac{M_{\text{eff}}}{4\Delta_0^2} \left(\frac{N^2}{4} + T(T+1) - T_\xi^2 \right) + \\
 & + \sqrt{2RM_{\text{eff}}}\Delta_0 \left(n_\Delta + 2n_\theta + |T_\xi| + \frac{3}{2} \right), \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

где $n_\Delta = 0, 1, 2, \dots$, $n_\theta = 0, 1, 2, \dots$

Собственные функции $|N, T, T_0, n_\Delta, n_\theta, T_\xi\rangle_{\Delta_0}$ пропорциональны:

$$\begin{aligned}
 \exp\left(-\frac{iN\varphi}{2}\right) & \left(D_{T_0 T_\xi}^T + (-1)^{T+T_{xi}} D_{T_0 -T_\xi}^T \right) \theta^{|T_\xi|} \times \\
 & \times H_{n_\Delta} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{M_{\text{eff}}}{R\Delta_0^2} \right)^{1/2} (\Delta - \Delta_0) \right) F \left(-n_\theta, 1 + |T_\xi|, \theta^2 \Delta_0^2 \sqrt{\frac{8R\Delta_0^2}{M_{\text{eff}}}} \right), \quad (3.19)
 \end{aligned}$$

где H_{n_Δ} — полином Эрмита, а $F(-n, a, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Эти функции удобно использовать в качестве базисных в случае сильных парных корреляций.

В выражении (3.18) слагаемое $(M_{\text{eff}}/16\Delta_0^2)N^2$ соответствует энергии парных вращений, слагаемое $(M_{\text{eff}}/4\Delta_0^2)(T(T+1) - T_\xi^2)$ — энергии вращения в изотопическом пространстве, а слагаемое $\sqrt{2RM_{\text{eff}}}\Delta_0(n_\Delta + 2n_\theta + |T_\xi| + 3/2)$ — энергии колебаний Δ и θ относительно равновесных значений.

Отметим некоторые свойства построенного коллективного гамильтониана, которые нельзя получить только из соображений симметрии или в рамках феноменологического подхода, разрабатывавшегося в работах [52, 53].

Требуя, чтобы потенциальная энергия V была изоскаляр, получим лишь, что $V = V(\Delta^2, \Delta^4 \cos 4\theta)$ (величины Δ^2 и $\Delta^4 \cos 4\theta$ соответствуют β^2 и $\beta^3 \cos 3\gamma$ обобщенной модели ядра). Поэтому минимум V можно ожидать при $\theta = 0, \pi/4$.

Построенная потенциальная энергия (3.13) имеет минимум только при $\theta = 0$ ($\pi/4$ соответствует седловой точке). Это подтверждается результатами работ [47, 53], где в рамках феноменологического подхода характерные свойства парного гамильтониана воспроизводились только при $\theta = 0$.

В работе [54] на примере модельной двухуровневой задачи была сделана попытка построить потенциальную энергию в виде ряда по степеням Δ^2 и $\Delta^4 \cos 4\theta$. Было отмечено, что ряд получился знакопеременный и с очень плохой сходимостью. Поэтому численный расчет делался с модельной потенциальной энергией:

$$V_{\text{mod}}(\Delta, \theta) = 2G\Omega^2 \left(-\alpha \left(1 - \frac{1}{x} \right) \Delta^2 + \Delta^4 (1 - \delta \cos^2 2\theta) \right).$$

Так же как и потенциал V (3.13), V_{mod} меняет положение минимума при $G \approx G_{\text{cr}}$. В зависимости от знака δ V_{mod} имеет минимум при $\theta = 0$ ($\delta > 0$) или $\theta = \pi/4$ ($\delta < 0$). Расчеты показали, что в случае $\delta > 0$ получается неплохое согласие с точным решением [52, 53].

Отметим, что сходство между V_{mod} и потенциалом V не ограничивается внешним видом. Действительно,

$$V = R \left(-3 \left(1 - \frac{M_0}{3R} \right) \Delta^2 + \Delta^4 \left(1 - \frac{1}{2} \cos^2 2\theta \right) \right).$$

Причем более детальный анализ показывает, что $R \approx 2G\Omega^2$, $M_0/3R \approx 1/x$ и, что более важно, из микроскопических расчетов следуют именно те значения параметров α, δ , которые были подобраны в работе [54] и привели к результату, соответствующему точному решению ($\alpha = 3,0$, $\delta = 0,5$). Таким образом, на основе обобщенного представления Дайсона удастся решить задачу построения аналога гамильтониана Бора обобщенной модели ядра для изовекторных парных вибраций.

Если говорить о соответствии приближения сильной связи экспериментальным данным [55], то ряд фактов, касающихся энергий и сечений реакций двухнуклонной передачи, неплохо согласуется с такой схемой. Другие данные скорее подтверждают модель независимых бозонов со слабой ангармоничностью. В действительности, видимо, реализуется промежуточный случай, рассмотрение которого требует точной диагонализации H_{coll} .

3.3. Случай промежуточной связи. Несмотря на то, что функции невозмущенных бозонных состояний (3.5) будут хорошим базисом лишь в случае слабой связи, гамильтониан ядра можно диагонализировать в этом большом пространстве состояний. Здесь мы приведем результаты исследования энергетических спектров и волновых функций коллективных «парных» 0^+ -состояний средних по массе ядер, опираясь на гамильтониан (3.1).

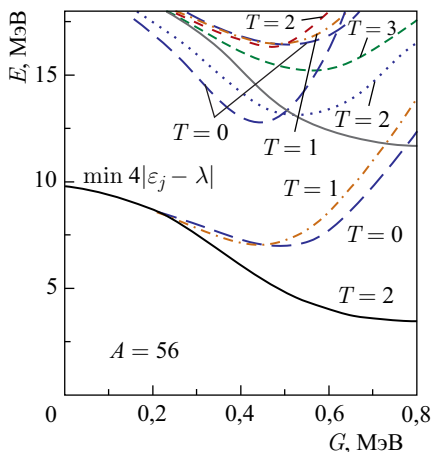


Рис. 3. Зависимость энергий E возбужденных 0^+ -состояний ядра ^{56}Ni от величины константы парного взаимодействия G

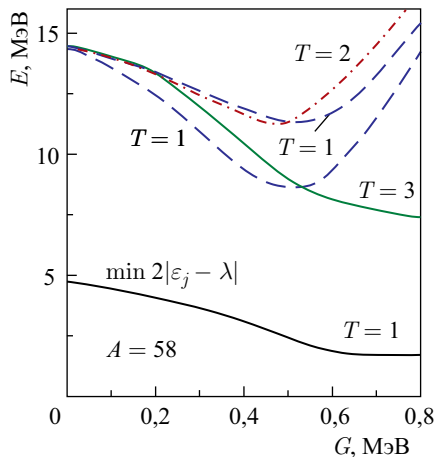


Рис. 4. Зависимость энергий E 0^+ -состояний ядра с $A = 58$ от величины константы парного взаимодействия G

Рассмотрим зависимость энергий парных коллективных 0^+ -состояний от величины константы взаимодействия. На рис. 3 показано, как ведут себя при изменении константы G энергии нижайших состояний ядра ^{56}Ni . На рис. 4 приведены результаты расчета для соседнего ядра с $A = 58$, а также значения изоспина T .

При малых значениях G спектр близок к эквидистантному. До точки «фазового перехода» ($G < G_{\text{cr}}$) расщепление в изомультиплетах определяется в основном диагональными членами гамильтониана:

$$\begin{aligned} \langle N_-, l_- N_+, l_+ T | H_{\text{coll}} | N_-, l_- N_+, l_+ T \rangle = & \omega(N_+ + N_-) + \\ & + \frac{G(3)}{2} (N_+(N_+ - 3) + l_+(l_+ + 1)) + \frac{G(4)}{2} (N_-(N_- - 3) + l_-(l_- + 1)) + \\ & + (G(1) + G(2)) \left(N_+N_- + \frac{1}{2} (l_+(l_+ + 1) + l_-(l_- + 1) - T(T + 1)) \right). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Для бозонных состояний, различающихся только величиной полного изоспина T , расщепление равно $(1/2)(G(1) + G(2))T(T + 1)$. При больших значениях G , когда становится все менее существенной одночастичная часть гамильтониана, зависимость нижайшей части спектра от N и T описывается известной формулой для вырожденного случая [56]:

$$E_{N/2, T} = \frac{G}{2} \left(\frac{N^2}{4} + T(T + 1) \right). \quad (3.21)$$

Область реально ожидаемых значений парной константы ($G \sim (20-30)/A$ МэВ) попадает в «переходную» область ($G_{cr} = 0,41$ МэВ), где неприменимо описание в рамках RPA или приближения сильной связи. Мы фиксировали значение $G = 0,5$ МэВ, чтобы воспроизвести энергию нижайшего возбужденного «парного» 0^+ , $T = 0$ состояния ($E = 6,6$ МэВ [13]) в ядре ^{56}Ni .

Рассмотрим зависимость энергий парных 0^+ -состояний от изоспина. На рис. 5 и 6 результаты расчетов для ядер с $A = 48-64$ сравниваются с экспериментально полученными значениями энергий основных и возбужденных 0^+ -состояний. Экспериментальные значения энергии получены из данных по энергиям связи ядер [61], из которых вычтены кулоновские энергии, и реакциям двухнуклонной передачи. Приведенные на этих рисунках энергии отсчитаны от энергии нижайшего для каждого A состояния. В колонке с заданным A приведены энергии состояний ядер с разными Z и N , $A = Z + N$. Они характеризуются различными значениями изоспина T .

В колонке, обозначенной p на рис. 5 и 6, приведены результаты расчета с чисто парными остаточными силами. В следующей колонке exp — экспериментальные энергии. Видно, что изотопинвариантных парных остаточных сил

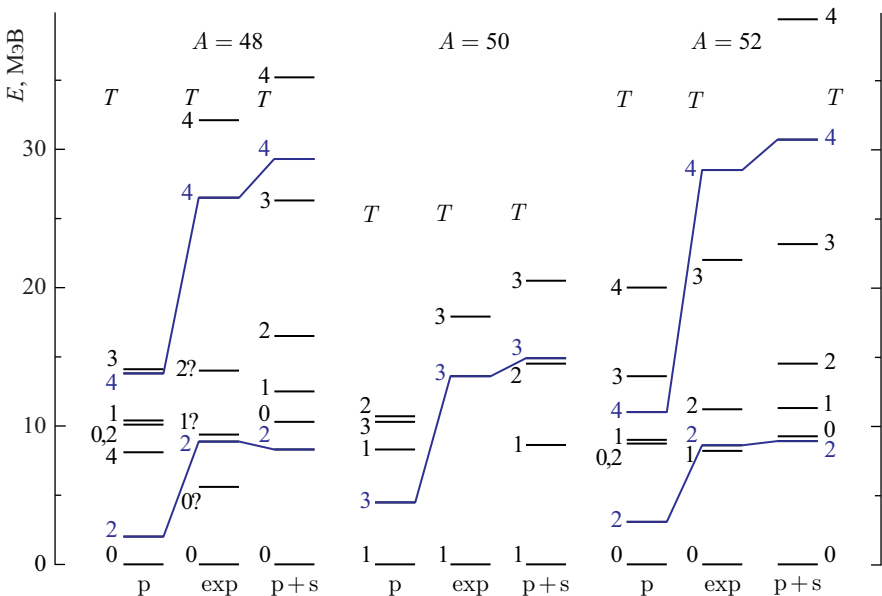


Рис. 5. Спектр «парных» 0^+ -состояний ядер с $A = 48, 50, 52$. p — расчет с учетом только парных сил; exp — экспериментальные данные; $p+s$ — расчет с учетом парных сил и потенциала симметрии; T — изоспин. Основные состояния ядер соединены сплошными линиями

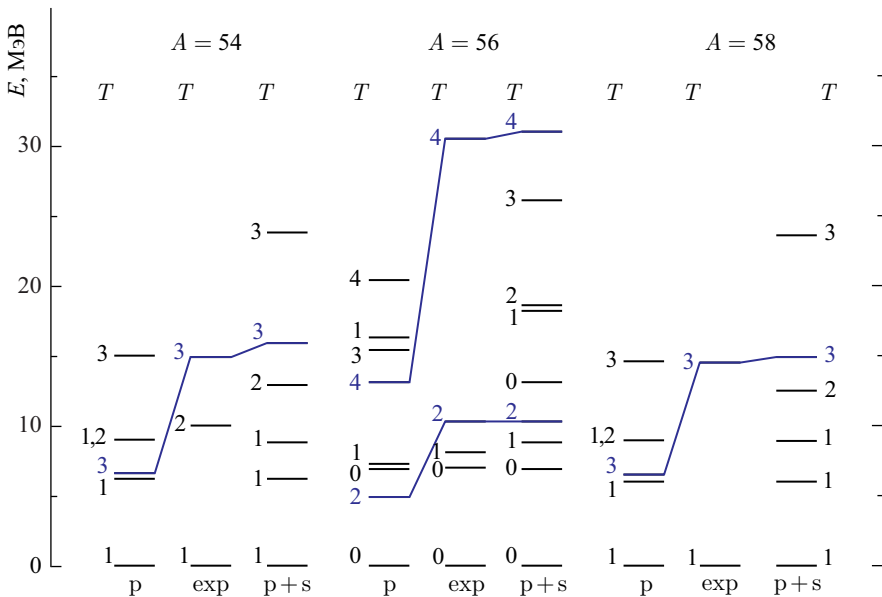


Рис. 6. Спектр «парных» 0^+ -состояний для ядер с $A = 54, 56, 58$. Обозначения те же, что и на рис. 5

недостаточно для объяснения наблюдаемого расщепления в изомультиплетах. Например, нижайшие состояния с $T = 3, 4$ находятся существенно ниже экспериментальных. Для нижайших состояний с $T = 0, 1, 2$ при $A = 56$ получается даже неправильный порядок уровней. Все это указывает на важность учета дополнительных взаимодействий для описания коллективных «парных» состояний.

Среди сил, приводящих к сильному расщеплению по изоспину и не включенных в гамильтониан (3.1), в первую очередь следует отметить силы, ответственные за появление потенциала симметрии в полном одночастичном потенциале [57]. Учтем их вклад простейшим путем, добавив в гамильтониан член $2b_{\text{sym}}T(T + 1)/A$. Из данных по массам ядер известно, что $b_{\text{sym}} = 25$ МэВ [57]. Результаты, полученные с учетом этого члена, приведены на рис. 5 и 6 в колонке, обозначенной $p + s$. Такой учет существенно улучшает согласие с экспериментом.

Таким образом, учет парных остаточных сил и сил, ответственных за появление потенциала симметрии в полном одночастичном потенциале, позволяет удовлетворительно описать расщепление уровней в изотопических мультиметах при фиксированном A , оставаясь в рамках модели коллективных «парных» возбуждений.

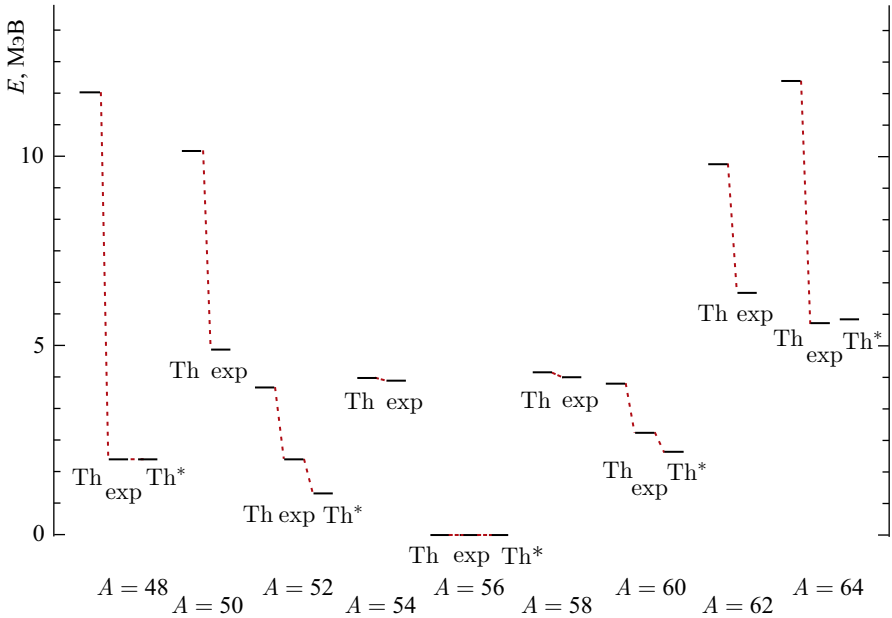


Рис. 7. Спектр нижайших для каждого A парных 0^+ -состояний, построенных на основе ядра ^{56}Ni . Th — расчет с учетом только парных сил; exp — экспериментальные значения энергий; Th* — расчет с учетом парных сил и α -частичных корреляций

На рис. 7 теоретические значения энергий нижайших для каждого A 0^+ -состояний сравниваются с экспериментальными данными. Все энергии отсчитаны от основного состояния ^{56}Ni . Поскольку любой специальный выбор нулевой энергии для одночастичных уровней вносит линейную зависимость от числа частиц в результирующие энергии основных состояний ядер, мы добавили соответствующий линейный член $\gamma(A - 56)$ к экспериментальным энергиям. Параметр γ определен так, чтобы $E_{A=54, T=1} = E_{A=58, T=1}$, в соответствии со сделанным выше выбором λ . Различие теоретических и экспериментальных значений энергий весьма существенно. На рис. 7 видно, что при добавлении или удалении от ядра α -частицы экспериментальные энергии практически не меняются. Например, $E_{A=48} - E_{A=52} \ll E_{A=54}$ и т. д. Это наводит на мысль, что причиной отклонения теоретических значений от экспериментальных является отсутствие в гамильтониане (3.1) членов, приводящих к α -частичным корреляциям [58–60].

К α -частичным корреляциям могут привести силы, действующие в состояниях с нечетным моментом и изоспином $T = 0$ (изоскалярные силы). Если пренебречь для простоты расщеплением одночастичных уровней, лежащих выше (ниже) поверхности Ферми, то такое взаимодействие даст следующий

вклад в энергии ядер с n α -частицами на уровнях выше (или n дырками от α -частиц на уровнях ниже) поверхности Ферми [62]:

$$\delta E = -V_{\pm}n(2n + 1), \quad (3.22)$$

где $V_+(V_-)$ — эффективная константа взаимодействия на уровнях выше (ниже) поверхности Ферми. Эти константы положительны [62], поэтому поправка (3.22) имеет правильный знак, но численные значения V_{\pm} неизвестны. Можно предположить, что $V_- > V_+$, так как в ядрах с $A = 60, 64$ α -частицы формируются из нуклонов, находящихся на уровнях $1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}$. Перекрывание волновых функций, а значит, и константа взаимодействия в этом случае будут меньше, чем в ядрах с $A = 48, 52$, где заполняется только уровень $1f_{7/2}$. Это утверждение согласуется с экспериментальными данными.

Можно, однако, проверить правильность функциональной зависимости от n в (3.22), подбирая оптимальные значения V_{\pm} . Результаты такого подбора для ядер с $A = 48, 52, 60, 64$ показаны на рис. 7, где видно значительное улучшение согласия с экспериментом.

Таким образом, есть основания утверждать, что для полного описания 0^+ -состояний в ядрах с $A \approx 56$ необходим учет не только парных, но и α -частичных корреляций.

Все расчеты, результаты которых приведены выше, выполнены при неизменной одночастичной схеме уровней, выбранной для дважды магического ядра ^{56}Ni . Поэтому становится понятным, почему получены хорошее описание возбужденных состояний в ^{56}Ni и в ^{48}Ca и систематически завышенные значения энергий возбужденных состояний в немагических ядрах. Дальнействующие мультиполь-мультипольные силы могут сильно изменить картину парных возбуждений [12]. В первом приближении учет этих сил будет сказываться на перестройке схемы одночастичных уровней, в частности, на изменении расстояния между уровнями $1f_{7/2}$ и $2p_{3/2}$. В работе [63], откуда позаимствована схема уровней, используемая здесь, есть схема уровней для других ядер и видно уменьшение этого расстояния в немагических ядрах. Для ^{48}Ca это расстояние совпадает с расстоянием в ^{56}Ni . Для наших расчетов эта величина очень существенна. При ее уменьшении так же, как и в оболочечных расчетах [64], спектр будет сжиматься, и можно улучшить предсказание для положения возбужденных состояний в немагических ядрах, используя эффективную одночастичную схему уровней, выбранную лучшим образом для этих ядер.

Перейдем к рассмотрению волновых функций парных 0^+ -состояний. На рис. 8 показаны вклады компонент с различными числами бозонов в волновые функции основного и парного возбужденного 0^+ -состояний ^{56}Ni ($T = 0$) при $G = 0,5$ МэВ. Видно, что заметные вклады в волновые функции дают компоненты с различными числами бозонов: нет ни одной компоненты, вклад которой превышал бы 50%.

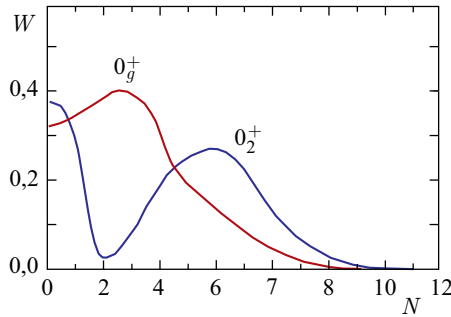


Рис. 8. Вклады (W) компонент с различными числами бозонов (N) в волновые функции основного (0_g^+) и возбужденного (6,6 МэВ) 0_2^+ -состояний ^{56}Ni

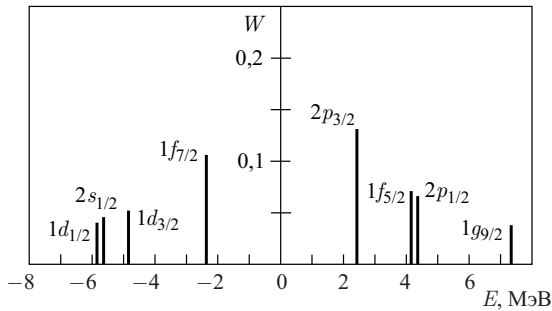


Рис. 9. Вероятности заполнения одночастичных состояний, расположенных выше ($E_j > \lambda$) или ниже ($E_j < \lambda$) поверхности Ферми. Результаты приведены для основного состояния ^{56}Ni

На рис. 9 для основного состояния ^{56}Ni приведены вероятности заполнения частицами (дырками) одночастичных состояний, расположенных выше (ниже) поверхности Ферми. Из рисунка видно, что уровни $1f_{5/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1g_{9/2}$ дают существенный вклад в размытие поверхности Ферми.

4. РЕАКЦИИ ДВУХНУКЛОННОЙ ПЕРЕДАЧИ И СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ

Приведенные выше результаты расчетов энергий и волновых функций «парных» 0^+ -состояний показали, что при рассмотрении ядер с $A = 46-64$, во-первых, нельзя ограничиваться учетом небольшого числа конфигураций, во-вторых, нельзя рассматривать коллективные состояния ни в гармоническом приближении, ни в приближении предельно сильных корреляций. В ядрах с $A \sim 56$ реализуется промежуточный случай, когда «парные» 0^+ -состоя-

ния являются состояниями ангармонического вибратора. Проверим справедливость этих выводов, анализируя данные по реакциям двухнуклонной передачи [68].

Необходимо отметить, что сечение этих реакций не может быть факторизовано на структурную и кинематическую части. Поэтому не всегда можно будет сказать, в чем причина расхождения теоретических результатов с экспериментальными — в грубости используемых предположений о динамике реакций или в неправильном расчете спектроскопических факторов.

Для спектроскопических факторов реакций двухнуклонной передачи в рамках рассмотренного выше метода получается следующее выражение:

$$B_\mu(s; 1, 2) \equiv \langle 2|A_{s1\mu}^+|1\rangle = \text{sign}(\langle 2|A_{s1\mu}^+|1\rangle)_b \sqrt{\langle 2|A_{s1\mu}^+|1\rangle_b \langle 1|A_{s1\mu}|2\rangle_b}, \quad (4.1)$$

где $\langle 2|A_{s1\mu}^+|1\rangle_b$ означает усреднение коллективной части бозонного образа оператора $A_{s1\mu}^+$ по коллективным состояниям $|1\rangle_b$, $|2\rangle_b$.

Обычно выделяют изоспиновый коэффициент Клебша–Гордана из выражения для спектроскопических факторов

$$B_\mu(s; 1, 2) = C_{T_1 M_1 1 \mu}^{T_2 M_2} B(s; 1, 2). \quad (4.2)$$

В табл. 3 приведены значения $B(s; 1, 2)$ для (t, p) -реакций на изотопах Ca, Fe и Ni [65]. Расчет выполнен как в гармоническом приближении (Т2), так и с учетом ангармонических эффектов (Т3).

Расчет сечений реакций двухнуклонной передачи был проведен в рамках метода искаженных волн в приближении нулевого радиуса взаимодействия и без учета спин-орбитальных сил в каналах. Детали расчетов приведены в работе [65]. Прежде чем приводить результаты расчетов, необходимо отметить, что метод искаженных волн в приближении нулевого радиуса взаимодействия не дает правильного абсолютного значения сечения реакции двухнуклонной передачи [66, 67]. В литературе указываются следующие причины расхождения: грубость предположения о нулевом радиусе взаимодействия, использование слишком упрощенных волновых функций для передаваемой пары нуклонов и для тритона, а также влияние других каналов реакций. Действительно, при учете конечности радиуса взаимодействия [67] можно улучшить согласие с экспериментом. Тем не менее было показано, что отношение сечений и угловые распределения, полученные в таких расчетах и в приближении нулевого радиуса, практически совпадают.

В табл. 4 приведены результаты расчетов дифференциальных сечений некоторых (t, p) -реакций и экспериментальные данные [69, 70]. Расчеты выполнены с тремя наборами спектроскопических факторов: одна оболочечная конфигурация [71] (Т1); гармоническое приближение (Т2); расчет с учетом ангармоничности в рамках метода, изложенного выше (Т3).

Таблица 3. Спектроскопические факторы (t, p)-реакций

Ядро-мишень	E^* (эксп.), МэВ	E^* (теор.), МэВ	Спектроскопические факторы								Метод вычисления
			$1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{3/2}$	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	$1p_{1/2}$	$1g_{9/2}$	
^{46}Ca	0,0	0,0	0,402	0,240	0,387	0,987	0,512	0,442	0,249	0,374	T3
^{46}Ca	0,0	0,0	0,353	0,211	0,346	0,935	0,302	0,292	0,116	0,266	T2
^{46}Ca	5,46	5,96	0,099	0,057	0,079	0,000	0,622	0,428	0,238	0,294	T3
^{46}Ca	5,46	6,04	0,239	0,141	0,217	0,422	0,830	0,582	0,324	0,413	T2
^{48}Ca	0,0	0,0	0,323	0,191	0,300	0,652	0,807	0,617	0,345	0,465	T3
^{48}Ca	0,0	0,0	0,239	0,141	0,217	0,422	0,830	0,582	0,324	0,413	T2
^{56}Fe	0,0	0,0	0,313	0,184	0,283	0,538	0,873	0,728	0,407	0,545	T3
^{56}Fe	0,0	0,0	0,338	0,199	0,307	0,597	1,174	0,823	0,458	0,574	T2
^{58}Fe	0,0	0,0	0,316	0,186	0,281	0,473	0,786	0,815	0,457	0,457	T3
^{58}Fe	0,0	0,0	0,414	0,244	0,376	0,731	1,438	1,008	0,561	0,715	T2
^{56}Ni	0,0	0,0	0,275	0,162	0,333	0,522	0,758	0,568	0,317	0,423	T3
^{56}Ni	0,0	0,0	0,239	0,141	0,217	0,422	0,830	0,582	0,324	0,413	T2
^{58}Ni	0,0	0,0	0,302	0,178	0,273	0,510	0,862	0,717	0,401	0,535	T3
^{58}Ni	0,0	0,0	0,338	0,199	0,307	0,597	1,174	0,823	0,458	0,584	T2
^{60}Ni	0,0	0,0	0,311	0,182	0,276	0,458	0,782	0,808	0,454	0,614	T3
^{60}Ni	0,0	0,0	0,414	0,244	0,376	0,731	1,438	1,008	0,561	0,715	T2
^{62}Ni	0,0	0,0	0,311	0,182	0,271	0,384	0,438	0,869	0,489	0,677	T3
^{62}Ni	0,0	0,0	0,478	0,282	0,434	0,844	1,660	1,164	0,648	0,826	T2

Таблица 4. Дифференциальные сечения (t, p) -реакций

Ядро-мишень	E_t , МэВ	E^* , МэВ	$d\sigma/d\Omega$, мб/ср ($\theta_{cm} = 12,5^\circ$)				N_0		
			Эксп.	T1	T2	T3	T1	T2	T3
^{46}Ca	11,96	0,0	1,48	0,040	0,37	0,64	37,0	4,0	2,3
^{46}Ca	11,96	5,46	1,48	0,040	0,37	0,64	37,0	4,0	2,3
^{48}Ca	11,96	0,0	1,48	0,040	0,37	0,64	37,0	4,0	2,3
^{46}Ti	13,0	0,0	1,10	0,055	0,57	0,54	20,0	1,9	2,0
^{46}Ti	13,0	4,97	0,41	0,134	0,53	0,20	3,0	0,8	2,0
^{48}Ti	13,0	0,0	0,96	0,340	0,29	0,51	28,0	3,1	1,9
^{48}Ti	13,0	3,88	1,24	0,120	0,48	0,19	10,0	2,6	6,6
^{50}Ti	13,0	0,0	2,38	0,099	0,39	0,48	24,0	6,1	5,1
^{50}Cr	13,0	0,0	0,57	0,031	0,25	0,44	18,0	2,2	1,3
^{50}Cr	13,0	2,66	0,57	0,122	0,49	0,19	5,0	1,2	2,9
^{52}Cr	13,0	0,0	1,44	0,108	0,43	0,51	13,0	3,3	2,8
^{54}Cr	13,0	0,0	3,13	0,083	0,65	0,46	38,0	4,8	6,7
^{54}Fe	13,0	0,0	1,12	0,107	0,42	0,48	10,0	2,6	2,3
^{56}Fe	13,0	0,0	1,70	0,090	0,70	0,49	19,0	2,4	3,5
^{58}Fe	13,0	0,0	2,51	0,013	0,84	0,40	193,0	3,0	6,3
^{58}Ni	12,15	0,0	—	0,096	0,75	0,51	—	—	—
^{60}Ni	12,12	0,0	—	0,014	0,96	0,45	—	—	—
^{62}Ni	12,05	0,0	—	0,016	1,08	0,29	—	—	—

При анализе интенсивностей реакций сравнивались значения сечений $\langle\sigma\rangle = d\sigma/d\Omega$ ($\theta_{cm} = 12,5^\circ$). При анализе угловых распределений результаты расчетов в рамках метода искаженных волн умножались на факторы $N_0 = \langle\sigma_{\text{эксп}}\rangle/\langle\sigma\rangle$, значения которых приведены в табл. 4.

Отметим некоторые особенности полученных результатов.

Как видно из табл. 3, в сечение реакции будут давать заметный вклад конфигурации, значительно удаленные от поверхности Ферми. Это указывает на необходимость расчетов в большом конфигурационном пространстве.

В гармоническом приближении относительное распределение спектроскопических амплитуд по оболочечным конфигурациям остается постоянным и пропорционально структурным константам α_{1s} . Учет ангармоничности приводит к более реалистической картине, в которой положение максимума амплитуд при добавлении нейтронов смещается в сторону более высоколежащих конфигураций в соответствии с порядком заполнения уровней.

Влияние ангармоничности на сечение реакции проще всего оценить, полагая, что величина сечения пропорциональна квадрату матричного элемента от оператора передачи двух нуклонов. Например, для реакции $(p, t)^{56-62}\text{Ni}$ ($E^* = 0, 0$) имеем следующие соотношения интенсивностей:

а) экспериментальное [72] — $1/1,36/1,40/1,36$; б) в гармоническом приближении — $1/2/3/4$; в) после учета ангармонических эффектов — $1/1,36/1,41/1,25$; г) в ротационном пределе (случай предельно сильных парных корреляций) — $1/1,20/1,29/1,33$. Видно, что в лучшем согласии с экспериментальными данными находятся результаты расчетов с учетом ангармоничности, причем соотношения интенсивностей имеют промежуточную величину между вибрационным и ротационным предельными значениями.

При учете смешивания конфигураций угловые распределения меняются очень незначительно. Основной эффект проявляется в перенормировке константы N_0 .

Если предположить, что в сечение реакции дает вклад только одна оболочечная конфигурация $(nlj)_{0+}^2$, то сечение получается значительно меньше экспериментального и наблюдается очень большой разброс в величинах N_0 , что не позволяет правильно воспроизводить ни абсолютные, ни относительные значения сечений. Учет смешивания конфигураций приводит к улучшению согласия с экспериментальными данными. Абсолютные значения сечений по сравнению с чисто оболочечными расчетами увеличиваются, и часто весьма значительно. Разброс в значениях N_0 сокращается, но воспроизвести соотношения интенсивностей во всей области ядер с одной и той же величиной N_0 не удается.

Рассматривая переходы в первые возбужденные «парные» 0^+ -состояния ядер, отметим, что как простая вибрационная модель, так и расчеты с учетом ангармоничности предсказывают наличие сильно возбуждаемых в (t, p) -реакциях «парных» коллективных 0^+ -состояний, если число нейтронов ядра-мишени $N_M < 28$, и отсутствие их, если $N_M \geq 28$, что находится в согласии с экспериментальными данными. По сравнению с предсказаниями вибрационной модели учет ангармонических эффектов приводит к некоторому уменьшению вероятности перехода в рассматриваемые возбужденные состояния конечного ядра, что также находится в качественном согласии с экспериментальными данными, так как вибрационная модель переоценивает эти отношения. В ротационном пределе все рассматриваемые возбужденные состояния соответствуют Δ -вибрационным состояниям и переходы в эти состояния ядра-мишени ослаблены.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью метода конечных бозонных представлений фермионных операторов, на основе микроскопической модели ядра с парными изотопинвариантными остаточными силами построен коллективный гамильтониан, описывающий коллективные «парные» 0^+ -возбуждения ядер. Проанализированы свойства решений коллективного гамильтониана в случаях слабой, промежу-

точной и сильной связи. Рассмотрена связь коллективных и неколлективных «парных» степеней свободы ядра. Получены оценки для констант связи.

Разработанный метод применен для анализа свойств коллективных «парных» 0^+ -состояний в ядрах с $A = 46-64$. Изучено влияние парных остаточных сил на энергии этих состояний, числа заполнения, спектроскопические факторы и дифференциальные сечения реакций двухнуклонной передачи.

Авторы благодарны В. А. Кузьмину за полезные обсуждения, предложения и замечания, которые были учтены при подготовке рукописи к печати.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mayer M. G. // Phys. Rev. 1949. V. 75. P. 1964.
2. Jensen T. H. D., Suess H., Haxel O. // Die Naturwissenschaften. 1949. V. 36. P. 155.
3. de-Shalit A., Talmi I. Nuclear Shell Theory. N. Y.: Acad. Press, 1963.
4. Talmi I. Simple Models of Complex Nuclei. Switzerland: Harwood Acad. Publ., 1993.
5. Bender M., Heenen P.-H., Reinhardt P.-G. // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75. P. 121.
6. Боголюбов Н. Н. // Докл. АН СССР. 1958. Т. 119. С. 52.
7. Bohr A., Mottelson B., Pines D. // Phys. Rev. 1958. V. 110. P. 936.
8. Соловьев В. Г. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. С. 823.
9. Belyaev S. T. // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1959. V. 31, No. 11.
10. Baranger M. // Phys. Rev. 1960. V. 120. P. 957.
11. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
12. Bohr A. // Proc. Nuclear Structure Dubna Symp. Vienna: IAEA, 1968. P. 191.
13. Nathan O. // Ibid. P. 201.
14. Bohr A. // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1952. V. 26, No. 14.
15. Bohr A., Mottelson B. // Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1953. V. 27, No. 16.
16. Brink D. M., Broglia R. A. Nuclear Superfluidity: Pairing in Finite System. Cambridge Univ. Press, 2005.
17. Fifty Years of Nuclear BCS / Eds.: V. G. Zelevinsky, R. A. Broglia. Singapore: World Sci., 2013.
18. Nilsson S. G., Ragnarsson I. Shapes and Shells in Nuclear Structure. Cambridge Univ. Press, 1995.
19. Bes D. R., Broglia R. A. // Nucl. Phys. 1966. V. 80. P. 289.
20. Bayman B. F., Bes D. R., Broglia R. A. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 23. P. 1299.
21. von Oertzen W., Vitturi A. // Rep. Prog. Phys. 2001. V. 64. P. 1247.

22. *Shimoyama H., Matsuo M.* // Phys. Rev. C. 2011. V. 84. P. 044317.
23. *Clark R. M., Macchiavelli A. O., Fortunato L., Krücken R.* // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P. 032501.
24. *Potel G., Barranco F., Marini F., Idini A., Vigezzi E., Broglia R. A.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 107. P. 092501.
25. *Potel G., Idini A., Barranco F., Vigezzi E., Broglia R. A.* // Phys. Rev. C. 2013. V. 87. P. 054321.
26. *Broglia R. A., Reidel C.* // Nucl. Phys. A. 1967. V. 92. P. 145.
27. *Sørensen B.* // Ibid. V. 97. P. 1.
28. *Sørensen B.* // Nucl. Phys. A. 1970. V. 142. P. 411.
29. *Bertsch G. F., Esbensen H.* // Ann. Phys. (N. Y.). 1991. V. 209. P. 327.
30. *Hagino K., Sagawa H.* // Phys. Rev. C. 2005. V. 72. P. 044321.
31. *Jensen A. S., Riisager K., Fedorov D. V., Garrido E.* // Rev. Mod. Phys. 2004. V. 76. P. 215.
32. *Garrido E., Sarriguren P., Moya de Guerra E., Schuck P.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 60. P. 064312.
33. *Hinohara N., Nazarewicz W.* // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. P. 152502.
34. *Bertsch G. F., Luo Y.* // Phys. Rev. C. 2010. V. 81. P. 064320.
35. *Frauendorf S., Macchiavelli A. O.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2014. V. 78. P. 24.
36. *Боголюбов Н. Н.* // Докл. АН СССР. 1958. Т. 119. С. 224.
37. *Боголюбов Н. Н.* // УФН. 1959. Т. 67. С. 549.
38. *Janssen D., Dönaу F., Frauendorf S., Jolos R. V.* // Nucl. Phys. A. 1971. V. 172. P. 145.
39. *Dyson F.* // Phys. Rev. 1956. V. 102. P. 1217.
40. *Jolos R. V.* // Phys. Lett. B. 1969. V. 30. P. 390.
41. *Holstein T., Primakoff H.* // Phys. Rev. 1940. V. 58. P. 1098.
42. *Satula W., Dobaczewski J., Nazarewicz W.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 3599.
43. *Duguet T., Bonche P., Heenen P.-H., Meyer J.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 65. P. 014311.
44. *Bertsch G. F., Bertulani C. A., Nazarewicz W., Schunck N., Stoitsov M. V.* // Phys. Rev. C. 2009. V. 79. P. 034306.
45. *Kortelainen M., Lesinski T., Moré J., Nazarewicz W., Sarich J., Schunck N., Stoitsov M. V., Wild S.* // Phys. Rev. C. 2010. V. 82. P. 024313.
46. *Kortelainen M., McDonnell J., Nazarewicz W., Reinhard P.-G., Sarich J., Schunck N., Stoitsov M. V., Wild S. M.* // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 024304.
47. *Картавенко В. Г., Джолос Р. В., Дэнау Ф., Янссен Д.* // ТМФ. 1973. Т. 14. С. 70.
48. *Oguchi T.* // Prog. Theor. Phys. 1961. V. 25. P. 721.

49. Джолос Р. В. // ТМФ. 1971. Т. 6. С. 403.
50. Джолос Р. В., Картавенко В. Г. Сообщ. ОИЯИ Р4-6781. Дубна, 1972.
51. Джолос Р. В., Картавенко В. Г. Сообщ. ОИЯИ Р4-6782. Дубна, 1972.
52. Dussel G. G., Maqueda E., Perazzo R. P. J. // Nucl. Phys. A. 1970. V. 153. P. 469.
53. Bes D. R., Maqueda E. E., Perazzo R. P. J. // Nucl. Phys. A. 1973. V. 199. P. 193.
54. Dussel G. G., Perazzo R. P. J., Bes D. R. // Nucl. Phys. A. 1972. V. 183. P. 298.
55. <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>
56. Hecht K. T. // Phys. Rev. 1965. V. 139. P. 794.
57. Bohr A., Mottelson B. R. Nuclear Structure. V. II. N. Y.: Benjamin, 1975.
58. Goodman A. L. // Nucl. Phys. A. 1972. V. 186. P. 475.
59. Sandulescu N., Negrea D., Dukelsky J., Johnson C. W. // Phys. Rev. C. 2012. V. 85. P. 061303(R).
60. Palchikov Yu. V., Dobes J., Jolos R. V. // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 034320.
61. <http://t2.lanl.gov/nis/data/astro/molnix96/>
62. Eichler J., Yamamura M. // Nucl. Phys. A. 1972. V. 182. P. 33.
63. Sørensen B. // Nucl. Phys. A. 1969. V. 134. P. 1.
64. Oberlechner G., Richert J. // Phys. Lett. B. 1971. V. 34. P. 174.
65. Джолос Р. В., Картавенко В. Г., Семенов В. М. // ЯФ. 1975. Т. 22. С. 1121.
66. Towner I. S., Hardy C. // Adv. Phys. 1968. V. 18. P. 401.
67. Bayman B. F. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 168. P. 1.
68. Broglia R. A., Winther A. Heavy Ion Reactions. 2nd Ed. Boulder: Westview Press, Perseus Books, 2005.
69. Casten R. F., Flynn E. R., Hansen O., Mulligan T. J. // Phys. Rev. C. 1971. V. 4. P. 130.
70. Darcey W., Chapman R., Hinds S. // Nucl. Phys. A. 1971. V. 170. P. 253.
71. Glendenning N. K. // Phys. Rev. 1965. V. 137. P. B102.
72. Bassani G., Hintz N. M., Kavaloski C. D. // Phys. Rev. 1964. V. 136. P. B1006.