

СОСТОЯНИЕ ИНСТАНТОННОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ КОНЕЧНЫХ КВАРКОВОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ И ХИМИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ

Г. М. Зиновьев

Институт теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова НАНУ, Киев

С. В. Молодцов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

На основе вариационного принципа проведено рассмотрение инстантонной жидкости в нагретой и сжатой сильно взаимодействующей среде. Получена плотность инстантонной жидкости (глюонный конденсат) как функция температуры и химического потенциала кварков, причем при конечных температурах в качестве насыщающего ансамбля используется суперпозиция калоронов. Рассмотрение ведется на основе соответствующего однопетлевого эффективного кваркового лагранжиана.

On the base of variational principle the instanton liquid in heated and compressed strongly interacting matter is considered. The density of instanton liquid (the gluon condensate) as a function of quark temperature and chemical potential is established. In the case of finite temperature, the superposition of calorons as saturated configuration is considered. The corresponding one loop effective quark Lagrangian is used.

PACS: 11.15Kc, 12.38-Aw

Современные исследования сильно взаимодействующей материи в экстремальных условиях выдвигают на первый план задачу описания ее фазового состояния при заданных температуре и химическом потенциале (для определенности будем говорить о температуре кварков T и, предположительно, находящихся с ними в тепловом равновесии глюонах, а также о кварковом химическом потенциале μ). Достаточно сказать, что с обсуждения этих вопросов начинаются практически все теоретические секции конференций, посвященных поиску кварк-глюонной плазмы. В качестве примера можно сослаться на международное совещание в Дармштадте «Compressed Baryon Matter», проходившее 19 декабря 2005 г. Следует, однако, отметить, что несмотря на столь пристальное внимание на сегодняшний день, как можно судить, так и не предложен ни один подход, позволяющий, хотя бы на качественном уровне, воспроизводить существенные моменты ожидаемой фазовой диаграммы кварк-глюонной материи.

В настоящей работе мы хотели бы обратить внимание на то, что модель инстантонной жидкости вакуума КХД [1], по-видимому, может пролить свет на некоторые важные

моменты общей картины. В литературе неоднократно отмечалось, что данная модель представляется исключительно практичным инструментом, позволяющим получать правдоподобные с точки зрения феноменологии оценки, несмотря на сложившийся скепсис в вопросе ее обоснования, который связан с проблемой фиксации размера инстантонов. Сегодня для нас этот вопрос представляется в значительной степени несущественным, поскольку обнаружилась связь отталкивательного механизма фиксации размера [2], если можно так сказать, более общим свойством стохастических глюонных полей, отмеченным в работе [3], — генерации массы глюонного поля при условии справедливости его квазиклассического описания. Частично мы коснемся этого вопроса ниже, а здесь будем предполагать, что эта проблема разрешена на фундаментальном уровне в рамках одного из предлагаемых сценариев: стабилизации самого насыщающего ансамбля [2, 4], замораживания константы связи [5], влияния конфайнирующей компоненты, впервые рассмотренного в [6]. Главным же для нас в этой работе будет получающаяся весьма правдоподобная качественная картина поведения глюонного конденсата.

Мы начнем с повторения основных положений предложенного в [2] вариационного принципа, напомним способ, с помощью которого можно определить размер псевдочастиц и плотность инстантонной жидкости, и заодно введем необходимые для дальнейшего обозначения. В модели инстантонной жидкости вакуума КХД предполагается, что в качестве фонового вакуумного поля, насыщающего производящий функционал КХД, следует рассматривать суперпозицию (анти)инстантонов, взятых в сингулярной калибровке:

$$A_\mu^a(x; \gamma) = \frac{2}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} a_\nu(y), \quad a_\nu(y) = \frac{\rho^2}{y^2 + \rho^2} \frac{y_\nu}{y}, \quad y = x - z, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

где ρ — размер; ω — матрица цветовой ориентации и z — координата центра псевдочастицы (для антиинстантона следует произвести замену символов 'т Хоофта: $\bar{\eta} \rightarrow \eta$). Производящий функционал КХД оценивается при этом как

$$Y = \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^N \int d\gamma_i d(\rho_i) e^{-\beta U_{\text{int}}(\gamma)} = \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^N \int d\gamma_i e^{-E(\gamma)}, \quad (2)$$

$$E(\gamma) = \beta U_{\text{int}}(\gamma) - \sum \ln d(\rho_i),$$

здесь функция распределения по размеру инстантона [7]

$$d(\rho) = \frac{1}{\rho^5} \tilde{\beta}^{2N_c} e^{-\beta(\rho)}, \quad (3)$$

элемент интегрирования $d\gamma_i = dz_i d\omega_i d\rho_i$, действие одного инстантона

$$\beta(\rho) = \frac{8\pi^2}{g^2} = -b \ln \left(C_{N_c}^{1/b} \Lambda \rho \right)$$

($\Lambda = \Lambda_{\overline{MS}} = 0,92\Lambda_{\text{P.V}}$) с C_{N_c} , зависящей от схемы перенормировки: $C_{N_c} \approx \frac{4,66 \exp(-1,68N_c)}{\pi^2(N_c - 1)!(N_c - 2)!}$, с параметром $b = \frac{11 N_c - 2 N_f}{3}$ (по-видимому, законно оставлять в этой формуле $N_f = 2$, поскольку основной вклад в перенормировку приходит от жестких безмассовых глюонов и кварков). Вспомогательная функция

$$\tilde{\beta} = -b \ln(\Lambda \bar{\rho})$$

фиксируется на характерном масштабе $\bar{\rho}$ (среднем размере псевдочастиц). Взаимодействие псевдочастиц $U_{\text{int}}(\gamma)$ рассматривается в парном приближении, и для него можно получить [2]

$$\int d\omega_1 d\omega_2 dz_1 dz_2 U_{\text{int}}(\gamma_1, \gamma_2) = V \xi^2 \rho_1^2 \rho_2^2$$

с константой $\xi^2 = \frac{27 \pi^2}{4} \frac{N_c}{N_c^2 - 1}$. Множитель β в экспоненте (2) также фиксируется на масштабе среднего размера псевдочастиц $\bar{\rho}$ и выделен, чтобы измерять взаимодействие в единицах действия псевдочастицы. Предполагая топологическую нейтральность инстантонной жидкости, мы не будем вводить отдельных символов для инстантонов и антиинстантонов, N обозначает полное число псевдочастиц, занимающих объем V .

Поскольку взаимодействие не зависит от координат и цветовой ориентации, то производящий функционал Y естественно оценивать при помощи эффективной одночастичной функции распределения $\mu(\rho)$, определяемой в ходе решения вариационной задачи:

$$Y_1 = \frac{V^N}{N!} \prod_{i=1}^N \int d\rho_i \mu(\rho) = \frac{V^N}{N!} \prod_{i=1}^N \int d\gamma_i e^{-E_1(\gamma)}, \quad (4)$$

$$E_1(\gamma) = - \sum \ln \mu(\rho_i),$$

множитель V^N выделен для удобства интерпретации функции $\mu(\rho)$ (в такой форме ответ выражается через соответствующие плотности). Пользуясь свойством выпуклости экспоненты, производящий функционал (2) можно оценить с помощью аппроксимирующего выражения:

$$Y \geq Y_a = Y_1 \exp(-\langle E - E_1 \rangle), \quad (5)$$

где усреднение проводится по приближенному ансамблю. В нашем частном случае среднее от разности $\langle E - E_1 \rangle$ дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \langle E - E_1 \rangle &= \frac{1}{Y_1} \frac{1}{N!} \int \prod_{i=1}^N d\gamma_i \left[\beta U_{\text{int}} - \sum \ln d(\rho_i) + \sum \ln \mu(\rho_i) \right] e^{\sum \ln \mu(\rho_i)} = \\ &= \frac{N}{\mu_0} \left(\int d\rho \mu(\rho) \ln \frac{\mu(\rho)}{d(\rho)} + \frac{\beta}{2\mu_0} \frac{N}{V} \int d\rho_1 d\rho_2 \xi^2 \rho_1^2 \rho_2^2 \mu(\rho_1) \mu(\rho_2) \right), \end{aligned}$$

где $\mu_0 = \int d\rho \mu(\rho)$.

Вариация функционала $\langle E - E_1 \rangle$ по $\mu(\rho)$ формально приводит к ответу $\mu(\rho) = e^{-1} d(\rho) e^{-n\beta\xi^2\bar{\rho}^2\rho^2}$ ($n = N/V$ — плотность инстантонной жидкости), в котором имеется досадный фактор e^{-1} , устраняемый тем замечанием, что аппроксимирующий функционал Y_a не зависит от произвольного постоянного множителя C , добавляемого к решению $\mu(\rho)$. Для удобства можно положить, что $C = e$, и тогда

$$\mu(\rho) = d(\rho) e^{-n\beta\xi^2\bar{\rho}^2\rho^2}. \quad (6)$$

Подставляя это решение в аппроксимирующий функционал, имеем

$$Y_a = \frac{V^N \mu_0^N}{N!} \exp\left(N \frac{\beta\xi^2}{2} (\bar{\rho}^2)^2\right).$$

Введем теперь удобный параметр ν и запишем интеграл для μ_0 в следующем виде:

$$\mu_0 = \Lambda^4 \int d\rho \Lambda C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} (\rho\Lambda)^{b-5} \exp\left(-\nu \frac{\rho^2}{\overline{\rho^2}}\right), \quad (7)$$

сопоставляя который с выражением (6), имеем

$$\frac{\nu}{\overline{\rho^2}} = \beta \xi^2 n \overline{\rho^2}. \quad (8)$$

Таким образом, если найти ν , то приведенное определение устанавливает связь среднего размера инстантона и плотности инстантонной жидкости. Для этого рассмотрим

$$\overline{\rho^2} = \frac{\int d\rho \rho^{b-3} \exp\left(-\nu \frac{\rho^2}{\overline{\rho^2}}\right)}{\int d\rho \rho^{b-5} \exp\left(-\nu \frac{\rho^2}{\overline{\rho^2}}\right)} = \frac{\overline{\rho^2} \nu^{-1} \Gamma\left(\frac{b-4}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{b-4}{2}\right)},$$

откуда получим $\nu = \frac{b-4}{2}$, и тогда для μ_0 имеем $\mu_0 = \Lambda^4 C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} \frac{(\rho\Lambda)^{2\nu} \Gamma(\nu)}{\nu^\nu}$. Отметим, что двойка в знаменателе появляется из-за того, что интеграл принимает гауссовскую форму для квадрата ρ и, соответственно, элемент интегрирования требует введения $2\rho d\rho$. В работе [2] этого фактора нет, что не приводит, однако, ни к каким серьезным последствиям, поскольку необходимо выбирать подходящее значение параметра Λ , привязанное к каким-либо наблюдаемым, константе пионного распада, например, и, таким образом, все сводится к правильному выбору масштаба. Кроме того, конечно же, нужно принимать во внимание, что модель инстантонной жидкости представляет собой достаточно грубое приближение. Учитывая все найденные соотношения, аппроксимирующий функционал можно представить в виде

$$Y_a = \exp\left\{-N\left(\frac{\nu}{2} + 1\right) [\ln(n/\Lambda^4) - 1] + N \ln\left[C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} (\beta \xi^2 \nu)^{-\nu/2} \frac{\Gamma(\nu)}{2}\right]\right\}. \quad (9)$$

Найдем теперь максимум по n выражения, стоящего в экспоненте. Для этого следует решить уравнение

$$-\left(\frac{\nu}{2} + 1\right) \ln(n/\Lambda^4) + \ln\left[C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} (\beta \xi^2 \nu)^{-\nu/2} \frac{\Gamma(\nu)}{2}\right] + n \frac{2N_c}{\tilde{\beta}} \frac{d\tilde{\beta}}{dn} - n \frac{\nu}{2\beta} \frac{d\beta}{dn} = 0. \quad (10)$$

Из соотношения (8) имеем

$$\frac{1}{\beta} \frac{d\beta}{d\bar{\rho}} + \frac{1}{n} \frac{dn}{d\bar{\rho}} + \frac{4}{\bar{\rho}} = 0.$$

С другой стороны, $\frac{d\beta}{d\bar{\rho}} = -\frac{b}{\bar{\rho}}$, $\frac{d\tilde{\beta}}{d\bar{\rho}} = \frac{d\beta}{d\bar{\rho}}$. Записывая производную β по плотности как $\frac{d\beta}{dn} = \frac{d\beta}{d\bar{\rho}} \frac{dn}{d\bar{\rho}}$, получим

$$\frac{d\beta}{dn} = \frac{1}{n} \frac{b\beta}{4\beta - b}, \quad \frac{d\tilde{\beta}}{dn} = \frac{d\beta}{dn}. \quad (11)$$

Теперь найдем плотность инстантонной жидкости:

$$n/\Lambda^4 = \left[C_{N_c} \tilde{\beta}^{2N_c} (\beta \xi^2 \nu)^{-\nu/2} \frac{\Gamma(\nu)}{2} \right]^{2/(\nu+2)} \exp \left[\left(\frac{4N_c}{\nu+2} \frac{\tilde{\beta}}{\beta} - \frac{\nu}{\nu-2} \right) \frac{\nu+2}{2\beta-\nu-2} \right]. \quad (12)$$

В работе [2] вклад от производных по плотности функций β , $\tilde{\beta}$ не учитывался. Эффективно это усложнение приводит к компенсации обсуждавшегося выше фактора 2, хотя, как было сказано, это не существенно. Полученная формула для плотности инстантонной жидкости, однако, не решает задачи, поскольку все равно требуется разрешить трансцендентное уравнение (8) относительно $\bar{\rho}$, содержащее логарифм $\bar{\rho}$ в функции β . Поскольку избежать решения трансцендентного уравнения не удастся, то удобнее действовать, не прибегая к «явной» формуле для плотности инстантонной жидкости (12), переформулировав задачу следующим образом. По смыслу функции β действие одной псевдочастицы должно быть положительным. Отсюда вытекает ограничение на максимальный размер (анти)инстантона $\bar{\rho} \Lambda C_{N_c}^{1/b} \leq 1$ (на практике, конечно же, $\bar{\rho} \Lambda \leq 1$). Теперь можно решать трансцендентное уравнение (10), например, методом деления отрезка пополам, подбирая равновесное значение $\bar{\rho}$ и определяя на каждом шаге плотность инстантонной жидкости из соотношения (8). В производящем функционале при этом можно и не переходить к плотности инстантонной жидкости, а оставить вклад $(\bar{\rho} \Lambda)^{2\nu}$.

Внесем необходимые изменения в вариационный принцип с тем, чтобы можно было описывать ситуацию при конечных температурах. Фоновое поле следует заменить на суперпозицию (анти)калонов — периодических по евклидовому «времени», с периодом T^{-1} , решений уравнений Янга–Миллса [8]:

$$A_\mu^a(x, \gamma) = -\frac{1}{g} \omega^{ab} \bar{\eta}_{b\mu\nu} \partial_\nu \ln \Pi, \quad (13)$$

$$\Pi = 1 + \frac{\pi \rho^2 T}{r} \frac{\text{sh}(2\pi r T)}{\text{ch}(2\pi r T) - \cos(2\pi \tau T)}.$$

Здесь $r = |\mathbf{x} - \mathbf{z}|$ — расстояние в трехмерном пространстве до центра калорона z ; $\tau = x_4 - z_4$ — аналогичное расстояние по «времени». При стремлении температуры к нулю решение переходит в (анти)инстантон в сингулярной калибровке. Еще одно существенное изменение связано с модификацией функции распределения по размерам инстантона (3):

$$d(\rho, T) = \frac{1}{\rho^5} \tilde{\beta}^{2N_c} \exp[-\beta(\rho) - A_{N_c} T^2 \rho^2]. \quad (14)$$

Коэффициент $A_{N_c} = \frac{1}{3} \left(\frac{11}{6} N_c - 1 \right) \pi^2$ характеризует добавочный вклад к действию каждой псевдочастицы и является приближением более точного выражения, построенного из соответствующих детерминантов [9]:

$$d(\rho, T) = d(\rho, 0) \exp \left\{ - \left[\frac{1}{2} g^2 T^2 \frac{(N_c + N_f/2)}{3} \frac{4\pi^2 \rho^2}{g^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 12 A(\pi \rho T) [1 + (N_c - N_f)/6] \right] \right\}. \quad (15)$$

Для наших целей будет достаточно сказать, что функция $A(\pi\rho T)$ определяется профилем псевдочастицы (13), она исследована в упомянутой работе (ее вид нам здесь не понадобится). Напомним еще, что можно пользоваться приближенным выражением (разложением функции $A(\pi\rho T)$ вплоть до членов T^2), поскольку та точность, на которую претендует вариационный принцип, не требует учета в экспоненте выражения (14) членов старше ρ^2 . Первое слагаемое в формуле (15) записано в виде произведения двух множителей, которые легко интерпретируются [9]. Так, первый множитель есть не что иное, как квадрат электрической массы (или, другими словами, — «временная» компонента глюонного тензора поляризуемости, взятая при нулевых энергии и импульсе):

$$m_{\text{el}}^2 = \Pi_{44}(\omega = 0, \mathbf{p} = \mathbf{0}) = g^2 T^2 \frac{(N_c + N_f/2)}{3}, \quad (16)$$

оставшиеся компоненты тензора обращаются при этих условиях в нуль, и, соответственно, магнитная масса также обращается в нуль. Напомним, что при вычислении тензора поляризуемости учитываются однопетлевые вклады глюонов и кварков [10] с очевидным пересуммированием, чтобы добиться конечного вклада кварков и глюонов в среде, приводящего в итоге к генерации массы глюонного поля. Второй множитель — это интеграл от квадрата четвертой компоненты A_4 из формулы (13):

$$\int dy A_4^a(y) A_4^a(y) = \frac{4\pi^2 \rho^2}{g^2}, \quad (17)$$

причем он не зависит от температуры [11]. Видно, что, в принципе, можно вполне ограничиться только однопетлевым вкладом в плотности действия глюонного поля $\frac{1}{2}m_{\text{el}}^2 A_4^a A_4^a$, пренебрегая несущественными уточнениями. Интересно в этой связи отметить, что в работе [3] было показано, что член взаимодействия псевдочастиц U_{int} тоже приводится к виду, отвечающему генерации массы у квазиклассического глюонного поля в среде (анти)инстантонов $\frac{1}{2}m^2 A_\mu^a A_\mu^a$, где $m^2 = 9\pi^2 n \bar{\rho}^2 \frac{N_c}{N_c^2 - 1}$, причем при ненулевой плотности инстантонной жидкости одинаково экранируются хромоэлектрические и хромомагнитные поля. Было показано, что экранировка генерируется любым стохастическим ансамблем глюонных полей и не связана со спецификой инстантонного решения (1) или какими-то деталями отталкивательного механизма, призванного заставить ансамбль [2]. Если применить такое рассмотрение по отношению к (анти)инстантону (1), то получится в точности формула для U_{int} . Оказывается, что в калоронном ансамбле хромоэлектрическое и хромомагнитное квазиклассические поля экранируются по-разному и член взаимодействия слабо зависит от температуры. Однако анизотропия настолько ничтожна, что ею можно пренебречь, и в результате член взаимодействия не изменяется и совпадает с тем значением, которое имеется для (анти)инстантонов. Впервые это было отмечено в работе [11], где рассматривалась инстантонная жидкость при ненулевой температуре.

Пропорциональный N_c (см. формулу (16)) однопетлевой вклад планковских глюонов остается неизменным и при конечном химическом потенциале. С другой стороны, известно, что вклад фермионов в среде, в однопетлевом приближении вычисляется точно и не имеет опасных сингулярностей [12, 13]. «Временная» компонента тензора поляри-

зации, генерируемая кварком определенного сорта, имеет вид

$$\Pi_{44}^f(k_4, \omega) = g^2 \frac{k^2}{\pi^2 \omega^2} \int_0^\infty \frac{dp p^2}{\varepsilon_p} n_p \left[1 + \frac{4\varepsilon_p^2 - k^2}{8pk} \ln \frac{(k^2 + 2p\omega)^2 + 4\varepsilon_p^2 k_4^2}{(k^2 - 2p\omega)^2 + 4\varepsilon_p^2 k_4^2} - \frac{\varepsilon_p k_4}{p\omega} \operatorname{arctg} \frac{8p\omega \varepsilon_p k_4}{4\varepsilon_p^2 k_4^2 - 4p^2 \omega^2 + k^4} \right], \quad (18)$$

здесь $\omega = |\mathbf{k}|$, $k^2 = \omega^2 + k_4^2$, $\varepsilon_p = (m^2 + \mathbf{p}^2)^{1/2}$, где m — масса кварка, $n_p = n_p^- + n_p^+$, $n_p^- = \left(\exp\left(\frac{\varepsilon_p - \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1}$, $n_p^+ = \left(\exp\left(\frac{\varepsilon_p + \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1}$. Просуммированный по всем компонентам тензор поляризации выражается как

$$\Pi^f(k_4, \omega) = g^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{dp p^2}{\varepsilon_p} n_p \left[1 + \frac{2m^2 - k^2}{8pk} \ln \frac{(k^2 + 2p\omega)^2 + 4\varepsilon_p^2 k_4^2}{(k^2 - 2p\omega)^2 + 4\varepsilon_p^2 k_4^2} \right]. \quad (19)$$

Можно видеть, что при нулевой компоненте $k_4 = 0$, при малых ω основной вклад в массу глюона дается только первым слагаемым (единицей), причем пространственные компоненты пренебрежимо малы; в частности, при $\omega = 0$

$$\Pi^f(0, 0) = \Pi_{44}^f(0, 0) = g^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{dp p^2}{\varepsilon_p} n_p, \quad (20)$$

например, при $T = 0$ имеем

$$\Pi^f(0, 0) = g^2 \left[\frac{(\mu^2 - m^2)^{1/2} \mu}{\pi^2} - \frac{m^2}{\pi^2} \ln \frac{\mu + (\mu^2 - m^2)^{1/2}}{m} \right].$$

Итоговое выражение для электрической массы имеет вид

$$m_{\text{el}}^2 = \left[g^2 T^2 \frac{N_c}{3} + \sum_{f=1}^{N_f} \Pi^f(0, 0) \right], \quad (21)$$

причем в этом приближении зависимость от параметров инстантонной жидкости эффективно может входить только через массу кварка, динамически генерируемую в (анти)инстантонной среде. Приняв такое определение массы, мы немного изменили формулу (16) при условии $\mu = 0$, $T \neq 0$. Коэффициент $\frac{1}{6}$ при N_f заменен на $\frac{2}{\pi^2}$, что, как видим, почти не вносит изменений (в заключение мы еще вернемся к обсуждению самосогласованного вычисления).

Используя теперь интеграл (17), который, как отмечалось, применим и в случае калорона, мы придем к следующей форме для функции распределения псевдочастиц:

$$d(\rho; \mu, T) = d(\rho; 0, 0) e^{-\eta^2(\mu, T) \rho^2}, \quad \eta^2 = 2 \pi^2 \left[T^2 \frac{N_c}{3} + \sum_{f=1}^{N_f} \Pi^f(0, 0) \right]. \quad (22)$$

Подробно однопетлевой вклад кварков в действие инстантона при равной нулю температуре и конечном химическом потенциале для случая $\omega \neq 0$ исследован в работе [14] (см. также [15, 16]), и, таким образом, в принципе имеется возможность улучшить описание, но мы в данной работе ограничимся только аппроксимацией (22) и, более того, будем полагать, что кварки безмассовые. Самосогласованное вычисление для кварка с динамически генерируемой массой заслуживает отдельного исследования.

Проведем теперь необходимые модификации в вариационном принципе. Как мы приняли, изменяется только функция распределения псевдочастиц $d(\rho; \mu, T)$. Отталкивательное взаимодействие псевдочастиц остается тем же самым U_{int} . Аналогично случаю инстантонов введем параметр ν , для которого вместо (8) имеем

$$\frac{\nu}{\rho^2} = \eta^2 + \beta \xi^2 n \overline{\rho^2}. \quad (23)$$

Так как плотность инстантонной жидкости больше нуля, то для среднего размера псевдочастицы возникает новое ограничение: $\bar{\rho} \Lambda \leq \frac{\nu^{1/2}}{\eta}$, и если оно меньше обсуждавшегося выше, то процедуру поиска равновесного размера (анти)инстантона методом деления пополам следует начинать с него. Далее, из соотношения (23) можно найти производную функции β по плотности инстантонной жидкости, которая входит в переальное уравнение (10):

$$\frac{n}{\beta} \frac{d\beta}{dn} = \frac{b}{4\beta - b + \frac{2\eta^2 \rho^2 \beta}{\nu - \eta^2 \rho^2}}. \quad (24)$$

Аналитического выражения для интеграла (20) в случае произвольной температуры нет даже при нулевой массе кварка, поэтому мы берем его численно. Теперь все подготовлено, чтобы найти параметры инстантонной жидкости на всей μ, T -плоскости. Не внося дополнительных усложнений, мы провели вычисление для нулевой массы кварков. Также мы пренебрегли уточнениями, связанными с вкладом легких кварков в соответствующие детерминанты [17] (см. также [18]), а также возможным температурным молекулярным поведением (анти)инстантонных пар [19].

Результат вычисления для плотности инстантонной жидкости представлен изолиниями одинаковой плотности на рис. 1, к которому даны необходимые пояснения. На рис. 2 показана плотность инстантонной жидкости как функция температуры (при нулевом химическом потенциале) и как функция химического потенциала (при нулевой температуре). Заметим, что при ненулевой температуре принято вводить следующее обозначение плотности инстантонной жидкости: $n = TN/V_3$, мы, однако, пишем всюду просто n . При $T \neq 0$, $\mu = 0$ наши результаты совпадают с данными работы [11] (см. также [9]), и в целом следует отметить, что они вполне соответствуют недавним решеточным вычислениям при конечной температуре, проведенным в [20, 21], где демонстрировалось быстрое исчезновение хромоэлектрической компоненты в соответствующих корреляционных функциях. В нашем случае подавление вызывается дополнительным слагаемым $\frac{1}{2} m_{\text{el}}^2 A_4^a A_4^a$ эффективного действия. Без учета этого фактора хромоэлектрический и хромомагнитный корреляторы совпадают. С этой точки зрения легко обнаруживается некоторая несамосогласованность вычислений. Формально мы пользуемся для калорона «симметричным» по отношению к хромоэлектрическому и хромомагнитному полю решением (13), но фактически его компоненты проявляются в наблюдаемых по-разному,

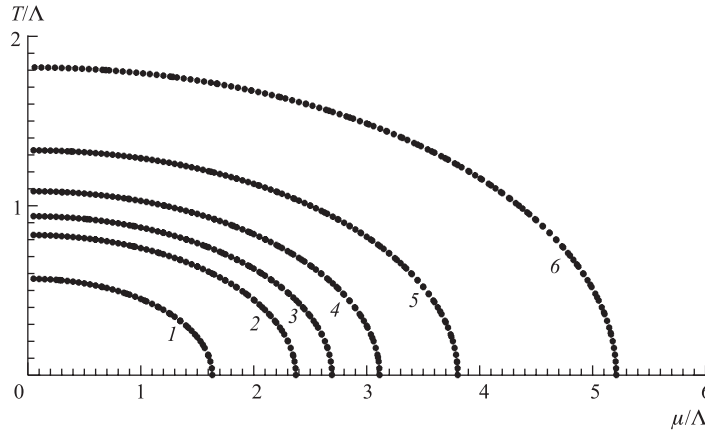


Рис. 1. Изолинии плотности инстантонной жидкости как функция температуры и химического потенциала. Кривая 1 отвечает $n = 0,75n_0$, где n_0 — нормальная плотность при нулевых температуре и химическом потенциале. Кривая 2 отвечает плотности $n = 0,5n_0$. Кривая 6 описывает $n = 0,1n_0$, кривые 3–5 соответствуют уменьшению плотности с фактором 0,1

за счет анизотропии весовой функции. Понятно, что такой способ учета приемлем при вычислениях согласно теории возмущений, но последовательное рассмотрение требует найти аналог решения (13) уже для эффективного лагранжиана с генерированной для хромоелектрического поля глюонной массой и добиться самосогласованного описания ансамбля таких конфигураций. В работе [3] мы продемонстрировали, как можно добиться самосогласованного описания ансамбля псевдочастиц в длинноволновом приближении.

Интересно также отметить, что данные по корреляционным функциям для охлажденных конфигураций [20] удовлетворительно фитировались инстантонным ансамблем [22], причем правильный учет фазового фактора при рассмотрении членов второго порядка малости по плотности инстантонной жидкости ($\sim n^2$) идеально соответствовал стандартному инстантонному ансамблю с эквивалентной примесью пертурбативной компоненты (в рассматриваемом для фитирования диапазоне расстояний) [23]. Этот факт, по-видимому, означает, что в выделенных в процессе охлаждения решеточных конфигурациях полностью отсутствует конфаирующая компонента. Парадоксально, но именно на поиск длинноволновой конфаирующей составляющей и были нацелены решеточные эксперименты по охлаждению конфигураций. Существенная

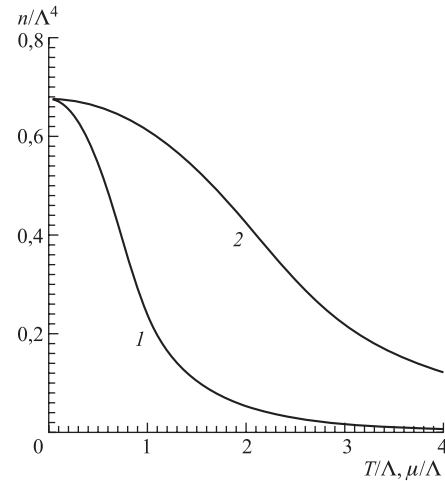


Рис. 2. Плотность инстантонной жидкости как функция температуры и химического потенциала. Кривая 1 описывает температурную зависимость плотности

трудность, с которой сталкиваются при интерпретации решеточных данных при ненулевой температуре, по-видимому, связана с тем, что мы не знаем, какому масштабу отвечают измеряемые конфигурации, и не очень хорошо представляем себе степень деформированности хромозлектрической компоненты решения для эффективного лагранжиана с массой. В принципе, поскольку в нашем рассмотрении появился характерный масштаб спада хромозлектрического поля, можно, приняв его за норму, оценить масштаб решеточных конфигураций.

В заключение отметим, что даже в том грубом приближении, которым мы пользовались на протяжении нашей работы, по-видимому, удалось ухватить самые существенные моменты в поведении плотности инстантонной жидкости (глюонного конденсата) в среде. Изолинии заметно вытянуты в направлении μ , поскольку согласно формуле (21) при малых температурах вымирает самая существенная глюонная компонента экранирования. Соотношение для характерных T и μ , где начинают сказываться эффекты среды:

$$\frac{(N_c + N_f/2)}{3} (T/\Lambda)^2 \sim N_f \frac{(\mu/\Lambda)^2}{\pi^2} \sim 1,$$

приводит к разумному коэффициенту вытянутости по оси μ :

$$\mu_c \sim \sqrt{2\pi} T_c$$

(при $N_c = 3$ и $N_f = 2$). Учет динамической массы кварков должен приводить к затягиванию спада плотности и его обострению (формированию плато и сгущению изолиний) в силу уменьшения экранирующей способности кварков до значения химического потенциала порядка массы кварка. В этом смысле мы получили оценку с безмассовыми глюонами и кварками, обладающими наилучшими экранирующими свойствами. Эффект зависимости динамической массы от импульса ω существенен при малых температурах и приводит, очевидно, к уменьшению экранирования; по-видимому, этот эффект может составлять фактор порядка 2 [14].

Авторы выражают благодарность А. Е. Дорохову за обсуждение работы и за указание им на [18].

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов STCU №P015с, CERN-INTAS 2000-349, NATO 2000-PST.CLG 977482.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Callan C. G., Dashen R., Gross D. J.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 375;
Callan C. G., Dashen R., Gross D. J. // Phys. Rev. D. 1978. V. 17. P. 2717;
Schäfer A., Shuryak E. V. // Rev. Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 323.
2. *Diakonov D. I., Petrov V. Yu.* // Nucl. Phys. B. 1984. V. 245. P. 259.
3. *Molodtsov S. V., Zinovjev G. M.* hep-ph/0510015.
4. *Musatov I. V., Tavkhelidze A. N., Tokarev V. F.* // Theor. Math. Phys. 1991. V. 86. P. 20;
Tavkhelidze A. N., Tokarev V. F. // Fiz. Elem. Chast. At. Yadra. 1990. V. 21. P. 1126.

5. *Shuryak E. V.* // *Phys. Rev. D.* 1995. V. 52. P. 5370.
6. *Dorokhov A. E. et al.* // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 13. P. 331.
7. 't *Hooft G.* // *Phys. Rev. D.* 1976. V. 14. P. 3432.
8. *Harrington B. J., Shepard H. K.* // *Phys. Rev. D.* 1978. V. 17. P. 2122.
9. *Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G.* // *Rev. Mod. Phys.* 1981. V. 53. P. 43.
10. *Shuryak E. V.* // *JETP.* 1978. V. 74. P. 408.
11. *Diakonov D. I., Mirlin A. D.* // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 203. P. 299.
12. *Akhiezer I. A., Peletminsky S. V.* // *JETP.* 1960. V. 38. P. 1829.
13. *Freedman B. A., McLerran L. D.* // *Phys. Rev. D.* 1977. V. 16. P. 1130; 1147; 1169.
14. *Carvalho C. A.* // *Nucl. Phys. B.* 1981. V. 183. P. 182.
15. *Abrikosov A. A., Jr.* // *Yad. Fiz.* 1983. V. 37. P. 772;
Baluni V. // *Phys. Lett. B.* 1981. V. 106. P. 491.
16. *Шуряк Э. В.* Препринт ИЯФ СО АН СССР. № 82-03. Новосибирск, 1982.
17. *Novak M. A., Verbaarschot J. J. M., Zahed I.* // *Nucl. Phys. B.* 1989. V. 325. P. 581.
18. *Dunne G. V. et al.* // *Phys. Rev. D.* 2005. V. 71. P. 085019;
Dunne G. V. et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94. P. 072001.
19. *Ilgenfritz E. M., Shuryak E. V.* // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 325. P. 263.
20. *Giacomo A. Di, Meggiolaro E., Panagopoulos H.* // *Nucl. Phys. B.* 1997. V. 483. P. 371.
21. *D'Elia M., Di Giacomo A., Meggiolaro E.* // *Phys. Rev. D.* 2003. V. 67. P. 114504.
22. *Dorokhov A. E., Esaibegyan S. V., Mikhailov S. V.* // *Phys. Rev. D.* 1997. V. 56. P. 4062;
Ilgenfritz E. M. et al. // *Phys. Rev. D.* 1998. V. 58. P. 114508.
23. *Ilgenfritz E. M., Martemyanov B. V., Müller-Preussker M.* // *Phys. Rev. D.* 2000. V. 62. P. 096004.

Получено 27 февраля 2006 г.