



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2000-275

На правах рукописи
УДК 539.12.017; 539.128.2

СОЛОВЦОВ
Игорь Леонидович

**НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ
В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2000

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных
исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор

Б.А. Арбузов

доктор физико-математических наук,
профессор

Р.Н. Фаустов

доктор физико-математических наук,
профессор

В.И. Кувшинов

Ведущая организация:


Научно-исследовательский институт ядерной физики
Московского государственного университета, г. Москва

Защита диссертации состоится “___” _____ 2000 г. на за-
седании диссертационного совета Д047.01.01 в Лаборатории теоре-
тической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института
ядерных исследований, г. Дубна, Московской области

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного
института ядерных исследований

Автореферат разослан “___” _____ 2000 г.

Ученый секретарь совета
доктор физико-математических наук


С.В. Голоскоков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Систематический метод проведения вычислений в квантовой теории поля основан на теории возмущений, которая для систем со слабой связью предоставляет эффективный способ аппроксимации различных величин, используя при этом лишь параметры лагранжиана. В сочетании с процедурой перенормировки ее применение в квантовой электродинамике, в теории электрослабых взаимодействий и в пертурбативной области квантовой хромодинамики позволяет анализировать широкий круг вопросов. Вместе с тем, специфика квантовой теории поля такова, что рассчитывать на достаточно полное изучение структуры квантовополевых моделей, ограничиваясь лишь рамками теории возмущений, не следует даже в теориях с малым значением константы связи. Разработка методов проведения вычислений вне рамок теории возмущений особенно актуальна для современной теории сильных взаимодействий – квантовой хромодинамики, где непертурбативные эффекты играют решающую роль как для получения ответа на принципиальные вопросы, например, объяснение конфайнмента кварков и глюонов, так и для целей описания феноменологии адронов и сопоставления теоретических результатов с опытными данными.

Разработке непертурбативных методов в квантовой теории поля уделяется большое внимание. Спектр таких попыток весьма широк и в литературе можно встретить самые разнообразные подходы к проблеме выхода за рамки теории возмущений. Так, одно из направлений основывается на суммировании рядов теории возмущений. При этом для неизвестных точно членов высших порядков применяются асимптотические оценки, полученные, например, с помощью метода функционального перевала. Основная трудность такого подхода связана с асимптотическим характером ряда теории возмущений. Процедура суммирования асимптотических рядов содержит, вообще говоря, функциональный произвол. Корректность же постановки задачи суммирования достигается за счет привлечения дополнительной информации о сумме ряда, которая известна лишь для простейших моделей теории поля. При рассмотрении систем с сингулярными потенциалами обычная теория возмущений оказывается плохо приспособлена для получения хороших приближений. Это свя-

зано с тем обстоятельством, что асимптотика свободных волновых функций существенным образом отличается от асимптотики точных решений. Ситуация может быть улучшена, если точно учесть сингулярную часть потенциала и строить пертурбативное разложение по его регулярной части. В квантовой теории поля попытки разработки подходов, непосредственно не связанных с рядом теории возмущений, предпринимались во многих работах. Отметим здесь метод δ -разложения, вариационные подходы и метод гауссова эффективного потенциала.

В диссертации предложен метод построения непertурбативных разложений, который позволяет представить рассматриваемую величину в виде так называемых вариационных или “плавающих” рядов. Отличительной чертой метода является тот факт, что он естественным образом сочетает процедуру оптимизации и регулярный способ вычисления поправок. В обычном варианте теории возмущений используется разбиение полного действия, соответствующее некоторой физической системе, на свободную часть и часть, которая описывает взаимодействие. Последняя рассматривается как возмущение, а входящая в нее константа связи, как малый параметр разложения. Такое рассмотрение, как правило, приводит к асимптотическим рядам, которые широко используются в физике и позволяют извлекать полезную информацию об изучаемой системе в области слабой связи. С ростом константы взаимодействия разложение в ряд теории возмущений становится все менее и менее применимым. Причина этого понятна и состоит в том, что вне рамок слабой связи рассмотрение действия взаимодействия в качестве возмущения свободной системы не является более адекватным, так как в этом случае изучаемая физическая система далека по своим свойствам от свободной. Для изучения систем вне рамок слабой связи следует провести иное разбиение полного действия так, чтобы новое “действие взаимодействия” допускало трактовку как возмущения не только при малых значениях константы связи, но и для более широкого ее диапазона. Каким же образом можно “угадать” такой функционал, который с большим основанием, чем обычное действие взаимодействия, можно было бы использовать как возмущение? Одна из возможностей, которая реализуется в предложенном в диссертации методе вариационной теории возмущений (ВТВ) состоит в “зондировании” системы с помощью функционала вариационного типа,

изучая ее отклик на изменение параметров “зонда”. Несмотря на фигурирующее в названии подхода слова “возмущение”, метод ВТВ является непertурбативным, так как по существу не опирается на использование константы связи в качестве малого параметра разложения. ВТВ подход позволяет построить отличные от обычной теории возмущений разложения, которые аппроксимируют рассматриваемую величину вне рамок слабой связи.

Одна из серьезных проблем многих вариационных методов связана с трудностью оценки точности и устойчивости результатов, получаемых с помощью вариационной процедуры. Причина состоит в том, что далеко не всегда формулировка метода содержит в себе алгоритм вычисления необходимых для этого поправок. В результате затруднен ответ на вопрос в какой мере так называемый “основной вклад”, найденный вариационным путем, адекватен изучаемому объекту, в особенности, если такой объект не связан непосредственно с некой энергетической характеристикой системы, и какова область применимости полученных выражений. В методе ВТВ с самого начала определен алгоритм вычисления поправок, что позволяет исследовать вопрос устойчивости основного вклада. Более того, ряд ВТВ не является жесткой, раз и навсегда заданной конструкцией. С помощью специальных параметров можно управлять свойствами сходимости ВТВ-разложения. Для рядов такого типа, на свойства сходимости которых можно влиять с помощью специальных параметров, используется термин вариационный или “плавающий” ряд. В отличие от характерных для теории возмущений асимптотических разложений ВТВ позволяет в ряде случаев построить аппроксимирующие ряды, имеющие конечную область сходимости. Существует также такая интересная возможность, как построение сходящихся знакопеременных рядов, которые дают возможность производить двусторонние оценки рассматриваемой величины, используя уже первые члены ряда. При этом управляющие параметры позволяют такие оценки оптимизировать.

В случае квантовой хромодинамики удастся сконструировать такой параметр разложения, который оказывается меньше единицы при любых значениях исходной константы связи. В диссертации предложен метод построения такого малого параметра и продемонстрировано, что новое разложение позволяет не только существенно “продлить жизнь” теории возмущений и продвинуться при сохра-

нении хорошего уровня аппроксимации в сторону больших значений константы связи, но и дает возможность анализировать предел сильной связи. Такой подход позволяет с единых позиций рассматривать как традиционно пертурбативную область, так и выходить за ее пределы.

Сегодня трудно представить облик квантовой теории поля без мощного метода ренормализационной группы, сформулированного в работах Н.Н. Боголюбова и Д.В. Ширкова. Особенно велика роль этого метода в случаях, когда взаимодействие не является слабым. Рассмотрение практически всех адронных процессов на основе квантовой хромодинамики немислимо сегодня вне ренормгруппового анализа. Хорошо известно, что непосредственное решение ренормгруппового уравнения для инвариантного заряда приводит к нефизическим особенностям, например – в однопетлевом приближении – к призрачному полюсу. Учет следующих многопетлевых поправок не меняет сути дела, а лишь генерирует дополнительные нефизические разрезы в комплексной плоскости Q^2 . Существование такого рода особенностей противоречит общим принципам локальной квантовой теории поля. Еще в конце 50-х годов в контексте метода ренормализационной группы в работе Н.Н. Боголюбова, А.А. Логунова и Д.В. Ширкова, было показано, что способ разрешения проблемы призрачного полюса может быть найден на пути привлечения к ренормгрупповому ресуммированию дополнительного требования аналитичности типа Челлена–Лемана, отражающего общие принципы локальной квантовой теории поля. В случае квантовой хромодинамики с проблемой нефизических сингулярностей тесно связана неустойчивость асимптотического ряда теории возмущений в инфракрасной области, в которой надежность теоретических результатов существенным образом снижается, появляется сильная их зависимость от выбора ренормализационных предписаний и, в конце концов, многопетлевые поправки приводят к “взрыву” ряда теории возмущений. В диссертации предложен аналитический подход к квантовой хромодинамике, который позволяет существенным образом модифицировать пертурбативное разложение в инфракрасной области и избежать отмеченных трудностей чисто пертурбативного анализа.

Создание эффективных методов выхода за рамки слабой связи важно как с точки зрения развития теории, так и с точки зрения сопоставления теоретических результатов с опытом, поскольку опи-

сание и интерпретация многочисленных экспериментальных данных нуждается в привлечении такого рода подходов. Таким образом, разработка и применение непertурбативных методов в квантовой теории поля является актуальной научной задачей. Результаты, полученные в этом направлении, позволят глубже понять структуру квантовой теории поля, лежащей в основе физики фундаментальных взаимодействий, и расширить область ее применений в физике элементарных частиц.

Основная цель диссертации состояла в разработке непertурбативного метода – вариационной теории возмущений и его применении для анализа различных моделей квантовой физики от квантово-механического ангармонического осциллятора до квантовой хромодинамики, а также в разработке и применении аналитического подхода в квантовой хромодинамике.

Научная новизна. В диссертации разработан новый непertурбативный метод – вариационная теории возмущений и развит аналитический подход в квантовой хромодинамике.

Для случая скалярных моделей предложены и исследованы различные виды вариационных функционалов. Доказано, что в случае ангармонической вариационной процедуры существует конечная область значений параметров, в которой ряд вариационной теории возмущений является сходящимся. При выборе гармонического вариационного функционала сходимость понимается в духе принципа индуцированной сходимости, согласно которому вариационные параметры могут изменяться от порядка к порядку. Эффективность разработанного метода продемонстрирована на примере простых моделей. Так в случае ангармонического осциллятора показано, что уже первый порядок нового разложения хорошо воспроизводит основные характеристики осциллятора во всей области изменения константы связи, включая предельный случай сильной связи, когда соответствующая обезразмеренная константа стремится к бесконечности.

Метод ВТВ применен для исследования свойств φ^4 -модели теории поля вне рамок теории возмущений. Показано, что непertурбативный гауссов эффективный потенциал в пространстве произвольного числа измерений может быть получен при различных способах выбора пробного функционала как первое нетривиальное приближение, даваемое вариационным рядом. Для скалярной φ^4 -модели в четырех измерениях рассмотрена процедура перенормировки и построена не-

пертурбативная ренормгрупповая β -функция. Полученное для нее выражение при пертурбативном разложении включает в себя все степени исходной константы связи g . Разложение непертурбативной β -функции, найденной в ведущем порядке ВТВ, в ряд по степеням g с хорошей точностью воспроизводит известный пертурбативный пятипетлевой расчет, а предсказание для шестипетлевого коэффициента находится в согласии с оценкой, найденной на основе специального метода суммирования членов ряда теории возмущений.

Предложен новый непертурбативный метод в квантовой хромодинамике. Аппроксимации строятся на основе малого параметра, связанного с константой связи с помощью определенного уравнения, решения которого лежат в интервале от нуля до единицы при любых значениях исходной константы связи. Разработаны специальные правила и диаграммная техника, позволяющие строить функции Грина и находить константы перенормировки в виде рядов по введенному непертурбативному параметру разложения.

Разработана процедура перенормировки и найдены основные непертурбативные ренормгрупповые функции в квантовой хромодинамике. Показано, что поведение построенной таким образом β -функции при больших значениях константы связи соответствует инфракрасной сингулярности инвариантного заряда вида, которое ассоциируется с линейным ростом на больших расстояниях статического кварк-антикваркового потенциала. Найденный в диссертации потенциал взаимодействия кварков хорошо согласуется с феноменологическим, находящим свое подтверждение в спектроскопии мезонов. Рассматривается ряд физических процессов и демонстрируется хорошее согласие полученных результатов как с высокоэнергетическими экспериментальными данными, так и с данными, относящимися к непертурбативной низкоэнергетической области.

Используя специальный метод сглаживания резонансов, показано, что разработанный подход позволяет описать процесс e^+e^- аннигиляции в адроны при низких энергиях. Показано, что эффективная константа связи “замораживается” в низкоэнергетической области, причем ее поведение в инфракрасной области хорошо согласуется с имеющимися экспериментальными для процесса e^+e^- аннигиляции и извлекаемой из физики струй интегральной характеристикой бегущего заряда. Предложен самосогласованный способ определения бегущей константы связи квантовой хромодинамики во временипо-

добной области. Дано новое рассмотрение процесса инклюзивного распада τ -лептона, в рамках которого удается преодолеть трудности, присущие пертурбативному подходу. Разработан способ учета вклада ренормалонных цепочек и определения функции распределения виртуальностей, учитывающий структуру операторного разложения. На основе непертурбативного разложения и метода правил сумм квантовой хромодинамики дано описание спектра масс тяжелых кваркониев.

Разработан аналитический подход в квантовой хромодинамике, который сочетает метод ренормгруппового анализа с корректными аналитическими свойствами инвариантного заряда. Нефизические особенности типа призрачного полюса у аналитического бегущего заряда отсутствуют. При этом регулярность его поведения в инфракрасной области обеспечивается за счет непертурбативных вкладов, которые “невидимы” в теории возмущений и возникают автоматически вследствие спектрального представления.

Доказано, что существует универсальное инфракрасное предельное значение аналитического инвариантного заряда, которое не зависит от оценок на масштабный параметр, а определяется лишь общими характеристиками лагранжиана. Установлено, что предложенная в диссертации аналитическая теории возмущений приводит к петлевой и схемной стабильности не только в ультрафиолетовой области, а для всего энергетического интервала.

Показано, что в рамках аналитического подхода возможно непротиворечивое определение эффективного заряда во времениподобной области, а для соответствующей β -функции оказывается справедливой гипотеза Ю. Швингера о ее связи со спектральной плотностью. Используя лишь общие свойства аналитичности, доказано утверждение о том, что инвариантный заряд не может обладать симметричным поведением в евклидовой и во времениподобной областях. Демонстрируется хорошее согласие аналитической теории возмущений с экспериментальными данными для процесса e^+e^- аннигиляции в адроны при низких энергиях и инфракрасной интегральной характеристикой бегущего заряда. Рассмотрен инклюзивный распад τ лептона и показано, что поддержка корректных аналитических свойств D -функции играет принципиальную роль для непротиворечивого описания этого процесса.

В контексте применения ренорминвариантной аналитической фор-

мулировки к описанию процессов неупругого лептон-нуклонного рассеяния, свойства структурных функций нуклона анализируются на основе общих принципов теории, сконцентрированных в интегральном представлении Йоста-Лемана-Дайсона. Используется нестандартная скейлинговая переменная, которая приводит к модифицированным моментам структурных функций, обладающих простыми аналитическими свойствами по переменной Q^2 . Установлена связь аналитических моментов с разложением произведения операторов. Получено новое выражение для структурной функции, содержащее зависимость от массы мишени и обладающее корректным спектральным свойством.

Научная и практическая ценность работы. Предложенный в диссертации метод вариационной теории возмущений обладает высокой степенью универсальности и может быть применен как для дальнейшего исследования рассмотренных в диссертации систем, так и для изучения других теоретико-полевых моделей. Выполненный в работе анализ ряда адронных процессов продемонстрировал эффективность такого подхода к задачам квантовой хромодинамики, что создает предпосылки для дальнейшего его применения к изучению процессов с участием сильно взаимодействующих частиц.

Разработанный в диссертации аналитический подход в квантовой хромодинамике обладает важными для любой предлагаемой аппроксимационной схемы достоинствами. Результаты, полученные в аналитической теории возмущений, оказываются устойчивыми по отношению к высшим поправкам не только в асимптотической ультрафиолетовой области, но и для всего энергетического интервала. Кроме того, они обладают высокой стабильностью относительно выбора схемы перенормировки, а сам подход не использует каких-либо дополнительных параметров модельного характера. Таким образом, разработанный в диссертации метод аналитической теории возмущений позволяет существенным образом расширить по сравнению с обычной теорией возмущений область применимости хромодинамических расчетов и в силу их высокой схемной и петлевой стабильности резко снизить неопределенность теоретического описания. Значительное снижение теоретических неопределенностей важно с точки зрения тестирования квантовой хромодинамики, так как позволяет повысить надежность и точность определения ее параметров. В особенности это относится к низкоэнергетическим процес-

сам, как, например, к активно изучаемому инклюзивному распаду τ лептона, для которого экспериментальные данные получены с высокой точностью.

Использование разработанных в диссертации подходов позволяет избежать ряда трудностей и противоречий, с которыми сталкивается обычная теория возмущений вне асимптотической ультрафиолетовой области. Таким образом, возникают благоприятные предпосылки для дальнейшего развития и применения этих идей. Представляет определенный интерес расширение области приложений метода как для изучения не рассмотренных в диссертации систем, так и для более полного анализа рассмотренных адронных процессов, в частности, активно изучаемого в настоящее время процесса глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния. Предложенный в диссертации подход открывает новые возможности для феноменологических приложений. Так способ определения бегущей константы связи во времениподобной области в отличие от пертурбативного подхода согласован с аналитическими свойствами адронного коррелятора. Возникающее различие в величине эффективных констант в евклидовой и во времениподобной областях следует принимать во внимание при анализе экспериментальной ситуации. Представляет также интерес дальнейшее исследование важного для тестирования квантовой хромодинамики инклюзивного τ -распада, для которого в отличие от пертурбативного подхода удалось предложить непротиворечивый метод описания. Принимая во внимание постоянно возрастающую точность измерений, здесь следует учесть более тонкие эффекты, выяснив, в частности, роль массовых и пороговых вкладов.

Апробация диссертации. Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, отдела теоретической физики Института физики высоких энергий, Института физики АНБ, Института теоретической и экспериментальной физики РАН, Национального института ядерной физики (г. Катания), Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины, Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого, университета им. Гумбольда и свободного университета (г. Берлин), Империял Колледжа (г. Лондон), физического факультета университета (г. Оклахома), Института физики (г. Гайдельберг) и ряда других научных центров и университетов. Ре-

зультаты, составляющие различные разделы диссертации, докладывались на международных конференциях, совещаниях и семинарах “Методы симметрии в физике” (г. Дубна, 1993, 1995, 1997), “Боголюбовские чтения”, Фундаментальные проблемы теоретической и математической физики (г. Дубна, 1993, 1994, 1999), “Нелинейные явления в сложных системах” (г. Полацк, 1994, г. Минск, 1999), XVI и XVIII совещаниях “Проблемы физики высоких энергий и теории поля” (г. Протвино, 1993, 1995), “Кварки-94” (г. Владимир, 1994), “Промежуточные и высокие энергии” (г. Дубна, 1995), X семинар “Физика высоких энергий и квантовая теория поля” (г. Звенигород, 1995), “ e^+e^- столкновения от ϕ к J/Ψ ” (Новосибирск, 1999), международных Школах-семинарах “Проблемы физики частиц и высоких энергий” (г. Гомель, 1997, 1999), международных семинарах “Релятивистская ядерная физика и квантовая хромодинамика” (г. Дубна, 1996, 1998, 2000), крупнейших международных конференциях по физике высоких энергий (г. Брюссель, 1995, г. Варшава, 1996, г. Ванкувер, 1998) и других научных форумах.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав основного текста, содержащих 26 разделов, 14 таблиц и 39 рисунков, заключения, четырех приложений и списка цитируемой литературы из 300 наименований. Объем диссертации составляет 245 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обосновывается актуальность темы диссертации, дается обзор работ, связанных с направлением выполненных в диссертации исследований, формулируются основные задачи и кратко излагается содержание диссертационной работы.

В первой главе формулируются основные идеи и методы, лежащие в основе вариационной теории возмущений, и на простых примерах демонстрируется эффективность применения вариационных разложения. В разделе 1.1 вариационная теория возмущений применяется для исследования нульмерного аналога скалярной φ^4 -модели. Показывается как строится вариационный ряд, каким образом можно управлять свойствами его сходимости и рассматривается возмож-

ность применения метода ВТВ для исследования предела сильной связи.

Затем в разделе 1.2 рассматривается квантовая система – квантово-механический ангармонический осциллятор, который, являясь одномерным аналогом квантовополевой модели, традиционно служит “испытательным полигоном” для проверки новых методов выхода за рамки слабой связи. В диссертации показано, что метод ВТВ позволяет получить сходящиеся аппроксимации для различных характеристик такой системы, которые обеспечивают хорошую точность приближений. Так например, уже первый нетривиальный порядок ВТВ-разложения для энергии основного уровня дает следующее разложение сильной связи

$$E_0^{(1)} = g^{1/3} (0.676 + 0.1407\omega^2 - 0.0085\omega^4 + \dots), \quad (1)$$

где g – константа связи, а безразмерная частота ω выражается через массовый параметром и константу связи соотношением $\omega^2 = m^2 g^{-2/3}$. Выражение (1) хорошо согласуется с численным результатом

$$E_0^{\text{exact}} = g^{1/3} (0.668 + 0.1437\omega^2 - 0.0088\omega^4 + \dots). \quad (2)$$

Исследованы также другие связанные с пропагатором и эффективным потенциалом величины в области сильной связи. Полученные результаты показывают, что уже в первых порядках ВТВ удастся с высокой точностью описать самые разнообразные характеристики ангармонического осциллятора. В разделе 1.3 эффективность ВТВ подхода демонстрируется также для нахождения решения уравнений при итерационном способе построения аппроксимаций.

Вторая глава посвящена изучению φ^4 -модели на основе вариационного подхода. В разделе 2.1 рассматриваются способы построения вариационных разложения для функций Грина. Непертурбативный гауссов эффективный потенциал анализируется в рамках ВТВ в разделе 2.2. Демонстрируется, что метод ВТВ предоставляет различные способы получения такого потенциала. Так например, при вариационной коррекции квазиклассического приближения возникает эффективный потенциал, который в пространстве n измерений записывается в виде

$$V_{\text{eff}}(\varphi) = \frac{1}{2}m^2\varphi^2 + \lambda\varphi^4 + \frac{1}{n}z^2\Delta_0(z^2) + \quad (3)$$

$$+ \frac{1}{2}(m^2 - z^2)\Delta_0(z^2) + \lambda \left[3\Delta_0^2(z^2) + 6\varphi^2\Delta_0(z^2) \right],$$

где евклидов пропагатор $\Delta(x=0, z^2) \equiv \Delta_0(z^2)$ в размерной регуляризации определяется следующим образом

$$\Delta_0(z^2) = \mu^{2\varepsilon} \frac{\Gamma(1 - n/2)}{(4\pi)^{n/2}} (z^2)^{n/2-1}, \quad (4)$$

а условие оптимизации приводит к уравнению для вариационного параметра z^2

$$z^2 = m^2 + 12\lambda\varphi^2 + 12\lambda\Delta_0(z^2). \quad (5)$$

Соотношения (3)-(5) определяют непертурбативный гауссов эффективный потенциал в пространстве n измерений.

Рассмотренный в разделе 2.2 гауссов эффективный потенциал может быть получен при различных способах выбора вариационного функционала. Возникающие при этом вариационные ряды будут обладать соответственно различными свойствами сходимости. Такие свойства сходимости в пространстве четырех измерений рассматриваются в разделе 2.3, в котором для нахождения асимптотических выражений для дальних членов ВТВ разложения используется метод функционального перевала. Знакопередеваемость или знакоопределенность ВТВ разложений может быть установлена на основе функционального неравенства Соболева. Определяется область сходимости ВТВ рядов и формулируются следствия асимптотической оптимизации. Эти результаты применяются в разделе 2.4, в котором находится непертурбативная β -функция для безмассовой φ^4 -модели в пространстве четырех измерений. Ее разложение в ряд по константе связи воспроизводит с хорошей точностью известный пятипетлевой результат. Найденная β -функция монотонно возрастает с ростом константы связи g и для больших значений константы связи имеет следующее поведение

$$\beta(g) \simeq \frac{3}{10} \frac{\sqrt{\pi}}{3\pi} g^{3/2} \simeq 2.99 g^{3/2}. \quad (6)$$

В третьей главе диссертации рассматривается применение метода ВТВ для случая квантовой хромодинамики. Для функций Грина строятся непертурбативные аппроксимации, основанные на новом

малом параметре разложения. Величина этого параметра оказывается всегда меньшей единицы при при любом значении исходной константы связи. Эффективность такого подхода в разделе 3.1 демонстрируется на простом примере. Показывается, что несмотря на применение гармонической вариационной процедуры, благодаря механизму индуцированной сходимости, предложенный метод позволяет существенным образом выйти за рамки слабой связи.

В разделе 3.2 непертурбативное разложение строится для случая квантовой хромодинамики. Показывается, что параметр разложения a связан с входящей в лагранжиан константой связи g посредством уравнения

$$\lambda = \frac{g^2}{(4\pi)^2} = \frac{1}{C} \frac{a^2}{(1-a)^3}. \quad (7)$$

Как следует из этого уравнения, при любых значениях константы связи g новый параметр разложения a удовлетворяет неравенству $0 \leq a < 1$. Метод ренормгруппы позволяет установить закон Q^2 -эволюции бегущего параметра a . В низшем порядке функция $a(Q^2)$ определяется уравнением

$$\ln \frac{Q^2}{Q_0^2} = \frac{C}{2\beta_0} [f(a) - f(a_0)], \quad (8)$$

где β_0 – однопетлевой коэффициент β -функции, а функция $f(a)$ имеет вид

$$f(a) = \frac{2}{a^2} + \frac{12}{a} + 21 \ln \frac{1-a}{a} - \frac{9}{1-a}. \quad (9)$$

Параметр C может быть фиксирован на основе дополнительной информации непертурбативного характера. Для этой цели в разделе 3.3 предполагается, что инвариантный заряд $\bar{\lambda}(Q^2)$ обладает инфракрасной сингулярностью вида $1/Q^2$. Такое поведение согласовано с потенциальной кварковой моделью и соответствует линейному росту потенциала взаимодействия кварков на больших расстояниях. При этом β -функция для больших значений константы связи имеет следующее поведение $\beta(\lambda) \simeq -\lambda$. Как показано в разделе 3.4 метод a -разложения позволяет получить такое поведение β -функции для больших значений λ , причем результат оказывается устойчивым по отношению к следующим поправкам.

Применения метода a -разложения для описания ряда адронных процессов в низкоэнергетической области квантовой хромодинамики рассмотрены в четвертой главе.

В разделе 4.1 обсуждается проблема описания процесса e^+e^- аннигиляции в адроны в области низких энергий. Использование пертурбативных выражений для непосредственного описания экспериментально наблюдаемой величины $R(s)$ при малых s не представляется возможным ввиду наличия пороговых сингулярностей в пертурбативном разложении вида $(\alpha_s/v)^n$. В диссертации используется специальный прием, позволяющий, тем не менее, провести сравнение с опытом. Согласно этому подходу, вместо исходной величины $R(s)$, которая определяется через скачок корреляционной функции $\Pi(s)$ на разрезе, рассматривается величина

$$R_\Delta(s) = \frac{1}{2i} [\Pi(s + i\Delta) - \Pi(s - i\Delta)] \quad (10)$$

с некоторым конечным значением Δ . Соответствующая “экспериментальная” кривая может быть найдена, если, воспользовавшись дисперсионным соотношением для коррелятора $\Pi(q^2)$, представить $R_\Delta(s)$ в виде

$$R_\Delta(s) = \frac{\Delta}{\pi} \int_0^\infty ds' \frac{R(s')}{(s - s')^2 + \Delta^2} \quad (11)$$

и подставить затем сюда экспериментальную функцию $R(s)$.

При рассмотрении $R_\Delta(s)$ трудности с малыми значениями v не возникает. Тем не менее прямое применение теории возмущений для описания $R_\Delta(s)$ все еще не возможно, так как функция $R(s)$ в выражении (11), параметризованная с помощью пертурбативного инвариантного заряда обладает нефизическими сингулярностями. Применение метода ВТВ дает возможность избежать этой трудности. Поведение найденной функции для $\Delta = 3 \text{ ГэВ}^2$ демонстрируется на Рис.1. Приведен так же теоретический расчет, полученный при оптимизации третьего порядка пертурбативного разложения, выполненный на основе принципа минимальной чувствительности. Результат, полученный уже в первом порядке ВТВ, хорошо воспроизводит экспериментальную кривую.

В соответствии с методом ренормализационной группы инвариантный заряд определяется в пространственноподобной, евклидовой области. Параметризация процессов, для которых характерными

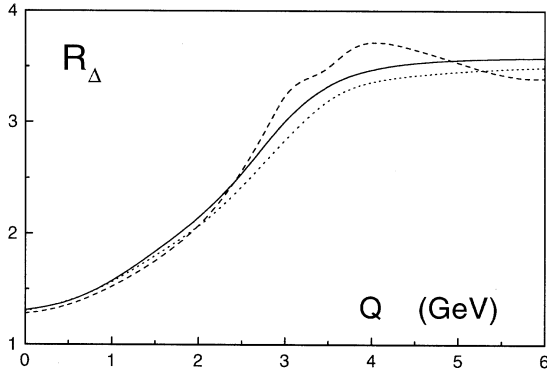


Рис. 1: График функции $R_\Delta(s = Q^2)$ для $\Delta = 3 \text{ ГэВ}^2$. Сплошная кривая соответствует BTV результату. Экспериментальная кривая обозначена пунктиром, а результат оптимизации третьего порядка пертурбативного разложения, выполненный в соответствии с принципом минимальной чувствительности, обозначен точками.

являются времениподобные импульсы, как скажем в процессе e^+e^- аннигиляции, требует специальной процедуры “аналитического продолжения”. В диссертации показано, что для самосогласованного выполнения такой процедуры принципиально важными оказываются определенные аналитические свойства инвариантного заряда, согласующиеся с представлением Челлена-Лемана, которые очевидно разрушаются пертурбативным приближением, приводящим к нефизическим особенностям типа призрачного полюса. В разделе 4.2 вводится понятие эффективного заряда во времениподобной области и показывается, что метод BTV предоставляет непротиворечивый способ его вычисления.

Аналитические свойства коррелятора играют принципиальную роль при рассмотрении инклюзивного распада τ лептона, который предоставляет уникальную возможность для низкоэнергетического тестирования квантовой хромодинамики. Масса τ лептона с одной стороны достаточно велика, чтобы были возможны адронные моды распада, а с другой стороны, в шкале хромодинамических масшта-

бов, ее значение мало и находится в низкоэнергетической области. Анализ процесса инклюзивного τ распада в рамках ВТВ подхода выполнен в разделе 4.3. Исходным для теоретического рассмотрения служит следующее выражение для экспериментально измеряемого R_τ отношения адронной и лептонной ширины

$$R_\tau = 2 \int_0^{M_\tau^2} \frac{ds}{M_\tau^2} \left(1 - \frac{s}{M_\tau^2}\right)^2 \left(1 + \frac{2s}{M_\tau^2}\right) \tilde{R}(s), \quad (12)$$

где $\tilde{R}(s)$ определяется через векторный и аксиально-векторный адронные корреляторы $\Pi_{uq,V}$ и $\Pi_{uq,A}$ и элементы матрицы Кобаяши-Маскава.

При пертурбативном анализе возникает трудность применения исходной формулы (12). Действительно, параметризация функции $\tilde{R}(s)$ с помощью пертурбативной константы связи, обладающей нефизическими особенностями, приводит к сингулярностям подинтегрального выражения. Было отмечено, что интеграл в (12) можно представить как комбинация интегралов по берегам разреза в комплексной плоскости s и преобразовать затем к интегралу по контуру $|s| = M_\tau^2$. В итоге возникает следующее представление R_τ через D -функцию

$$R_\tau = \frac{1}{2\pi i} \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z} (1-z)^3 (1+z) D(M_\tau^2 z). \quad (13)$$

Для самосогласованности такой процедуры необходима поддержка требуемых аналитических свойств D -функции, которые не сохраняются при применении пертурбативной аппроксимации. Метод a -разложения дает возможность непротиворечивого рассмотрения τ -распада. С учетом ренормального вклада, который оценен в разделе 4.3, из данных по τ -распаду получено следующее значение $\alpha_s(M_\tau^2) = 0.326 \pm 0.015$, которое хорошо согласуется с высокоэнергетическими экспериментальными данными. Полученные результаты обобщаются на массивный случай и применяются для описания спектра масс тяжелых кварконию в рамках метода правил сумм квантовой хромодинамики в разделе 4.4. При таком подходе по сравнению с обычным рассмотрением область стабильности моментов значительно расширилась. Положительной чертой так же является тот факт, что при больших n зависимость от импульса для отношения

теоретически вычисляемых моментов точно такая же, как и в адронном секторе. Проведенное рассмотрение показывает, что экспериментальное расщепление между векторным, аксиально векторным и A' состояниями воспроизводится с хорошей точностью.

В пятой главе предложен аналитический подход к квантовой хромодинамике. При его использовании нефизические особенности у инвариантного заряда не появляются. Получаемые результаты стабильны по отношению к высшим петлевым поправкам для всего интервала переданных импульсов. Кроме того, в аналитической теории возмущений существенным образом снижается их зависимость от выбора схемы перенормировки. Поддержка правильных аналитических свойств оказывается принципиально важной при описании инклюзивного распада τ -лептона. Согласованные с общими принципами аналитические свойства инвариантного заряда позволяют дать непротиворечивое определение бегущей константы связи во времениподобной области, поведение которой отличается от поведения в евклидовой области, что оказывается важным при извлечении значения константы связи сильных взаимодействий из различного рода экспериментов. В аналитическом подходе наряду с характерными для обычной теории возмущений логарифмическими зависимостями возникают степенные непертурбативные вклады, которые появляются автоматически и устраняют нефизические особенности. Предложенный в диссертации подход не содержит каких-либо дополнительных параметров модельного уровня, он оперирует, как и обычная теория возмущений, лишь с масштабным параметром квантовой хромодинамики Λ или со значением константы связи, заданной в некоторой точке нормировки. В ультрафиолетовой области аналитическое разложение плавно переходит в ряд обычной теории возмущений, а различие в инфракрасной области связано с характерными для аналитического подхода непертурбативными вкладами, которые восстанавливают правильные аналитические свойства и не видны в пертурбативном разложении.

В разделе 5.1 после кратких вводных замечаний исторического характера излагаются основные идеи метода, который позволяет избежать появления нефизических сингулярностей при выполнении ренормгруппового суммирования. Затем в разделе 5.2 строится аналитический инвариантный заряд, который лидирующем порядке имеет

вид

$$\bar{a}_{\text{an}}^{(1)}(Q^2) = \frac{1}{\beta_0} \left[\frac{1}{\ln Q^2/\Lambda^2} + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - Q^2} \right]. \quad (14)$$

Первое слагаемое в правой части (14) определяет стандартное логарифмическое поведение бегущего заряда в ультрафиолетовой области. Второе слагаемое, которое обеспечивает правильные аналитические свойства, компенсируя призрачный полюс при $Q^2 = \Lambda^2$, является непертурбативным. При разложении в ряд теории возмущений след от этого слагаемого теряется. Таким образом, требование сохранения правильных аналитических свойств приводит к появлению степенных поправок, невидимых в исходном пертурбативном разложении. Аналитический инвариантный заряд обладает конечным инфракрасным предельным значением $\bar{a}_{\text{an}}(0) = 4\pi/\beta_0$, которое не зависит от экспериментальной информации, связанной с точкой нормировки $a(\mu^2)$ или со значением масштабного параметра Λ , а определяется лишь однопетлевым коэффициентом β -функции, то есть общей групповой структурой лагранжиана.

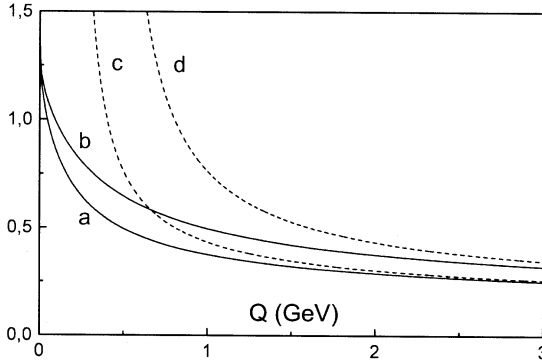


Рис. 2: Поведение инвариантного аналитического заряда $\bar{a}_{\text{an}}(Q^2)$: (a) - для $\Lambda = 200$ МэВ, (b) - для $\Lambda = 400$ МэВ. Кривые (c) и (d) соответствуют теории возмущений для тех же значений параметра Λ .

На Рис. 2 изображен пучок кривых $\bar{a}_{\text{an}}(Q^2)$, полученных в ли-

дирующем порядке и отвечающих различным значениям Λ , а также соответствующие тем же Λ пертурбативные решения. Анализ высших поправок позволил прийти к важному заключению о петлевой устойчивости полученных результатов для всего интервала изменения импульсной переменной. Максимальное отличие однопетлевой аналитической константы от двухпетлевой составляет примерно 10 % при низких энергиях. Различие между двухпетлевой и трехпетлевой аналитическими константами имеет уже порядок 1 %. Таким образом, аналитичность существенным образом модифицирует закон эволюции заряда в инфракрасной области и приводит к петлевой устойчивости для всех евклидовых значений Q^2 .

В разделе 5.3 для построения аналитического заряда рассматривается метод вычитания нефизических особенностей, который для некоторых целей оказывается более удобным, чем прямое использование спектрального представления. Такой способ позволяет записать вклады, восстанавливающие аналитические свойства заряда, в виде разложений по степеням Λ^2/Q^2 , найти дополнительные аргументы универсальности инфракрасного предельного значения (детальное рассмотрение этого важного для аналитического подхода вопроса дано в разделе 5.4), а также получить простые, удобные для применений приближенные формулы. Например, двухпетлевой аналитический инвариантный заряд может быть представлен в виде суммы пертурбативного, полученного с помощью одной итерации ренормгруппового уравнения, и двух слагаемых, одно из которых вычитает нефизический полюс, а второе устраняет нефизический разрез. Эти дополнительные вклады могут быть представлены в виде степенных поправок.

Шестая глава диссертации посвящена применению и дальнейшему развитию аналитического подхода. В рамках аналитической теории возмущений выполнен анализ различных адронных процессов. Рассматривается интегральная характеристика инвариантного заряда в инфракрасной области, процесс e^+e^- аннигиляции в адроны и инклюзивный τ распад. Изучается проблема зависимости теоретических результатов от выбора ренормировочного предписания, показывается, что применение аналитической теории возмущений позволяет заметно снизить схемный произвол, существенным образом повысив тем самым предсказательную силу теоретического анализа. Демонстрируется, что уже достигнутый для многих процессов

трехпетлевой уровень практически оказывается независимым от выбора схемы перенормировки. В контексте аналитического подхода рассматривается интегральное представление Йоста-Лемана-Дайсона для структурных функций неупругого лептон-адронного рассеяния, которое, подобно представлению Челлена-Лемана для двухточечных функций, является отражением общих свойств локальной квантовой теории поля. Обращается внимание на специальную скейлинговую переменную, моменты структурных функций по которой обладают простыми аналитическими свойствами по квадрату переданного импульса, что делает их весьма удобными для анализа в рамках аналитической теории возмущений. Устанавливается связь аналитических моментов со структурой операторного разложения. Получено выражение для структурной функции неупругого лептон-адронного рассеяния, которое находится в согласии со спектральным свойством и учитывает эффекты, связанные с массой мишени.

Отличительной чертой аналитического заряда является его конечное инфракрасное предельное значение. Такое свойство, которое иногда называют инфракрасной заморозкой константы связи (хотя, конечно, в данном случае инвариантный заряд изменяется, но регулярным образом), нередко используется для феноменологических целей. Одним из экспериментальных свидетельств регулярного поведения инвариантного заряда в инфракрасной области является его интегральная характеристика, которую можно извлечь из физики струй. В рамках аналитического подхода такая величина рассмотрена в разделе 6.1, где показано, что поведение аналитического заряда в инфракрасной области хорошо согласуется с экспериментальной величиной. В этом же разделе найдены приближенные формулы, которые удобно использовать при феноменологическом применении аналитической теории возмущений, а также рассмотрен вопрос о величине масштабного параметра Λ .

В работах Швинтера для случая квантовой электродинамики было выдвинуто интересное предположение о возможной пропорциональности ренормгрупповой функции Гелл-Манна-Лоу и спектральной плотности. В последующем это предположение подтвердилось на двухпетлевом уровне. Однако трехпетлевые вклады привели к нарушению такой взаимосвязи. В разделе 6.2 эта гипотеза рассмотрена в контексте аналитического подхода. Вначале раздела показывается, что в рамках аналитической теории возмущений возможно коррект-

ное определение бегущего заряда во времениподобной области. Его выражение через спектральную функцию имеет следующий вид

$$\bar{a}_s(s) = \frac{1}{\pi} \int_s^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \rho(\sigma). \quad (15)$$

Закон его эволюции будет отличаться от закона эволюции бегущего заряда в евклидовой области, что ведет к иной β -функции. Именно эта β -функция, отвечающая эффективному заряду во времениподобной области, и оказывается пропорциональной спектральной плотности. Различие между евклидовым инвариантным зарядом и зарядом, определенным во времениподобной области, в теории возмущений начинается с третьей петли. Следовательно для обычно определенной β -функции выполняется $\beta = -\rho(s)/\pi + O(3\text{-loop})$.

Начиная с трехпетлевого уровня, коэффициенты β -функции становятся зависимыми от выбора схемы перенормировки. В разделе 6.2 доказано, что функции, соответствующие евклидовой константе связи и инвариантному заряду, определенному во времениподобной области, не могут совпадать ни в какой ренормализационной схеме. Этот вывод об их асимметричном поведении носит достаточно общий характер, так как не опирается на теорию возмущений, а использует лишь свойства аналитичности, которые отражают общие принципы теории.

В разделе 6.3 на основе аналитического подхода выполнен анализ процесса e^+e^- аннигиляции в адроны. Для сравнения с экспериментальными данными использован специальный метод сглаживания резонансов. Показано, что уже в первом порядке аналитической теории возмущений удастся достичь хорошего согласия с имеющимися экспериментальными данными. При этом проведенное рассмотрение не основано на какой-либо оптимизации схемного произвола. Более того, как показано в разделе 6.4 диссертации, схемная зависимость в аналитической теории возмущений оказывается существенно меньшей, чем при использовании обычного подхода, и предсказания аналитической теории возмущений практически не имеют схемного произвола для всего энергетического интервала. На Рис. 3 изображена хромодинамическая поправка $r(s)$ к R -отношению для процесса e^+e^- аннигиляции в адроны как функция $\sqrt{s}/\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$, вычисленная в третьем порядке в теории возмущений и в аналитическом подходе для двух схем перенормировки $\overline{\text{N}}$ и $\overline{\text{MS}}$, характеризующихся примерно одним

и тем же индексом сокращений $C_R \simeq 2$. Рис. 3 демонстрирует, что применение аналитического подхода позволяет кардинальным образом уменьшить схемный произвол. Этот же вывод справедлив и для других физических величин.

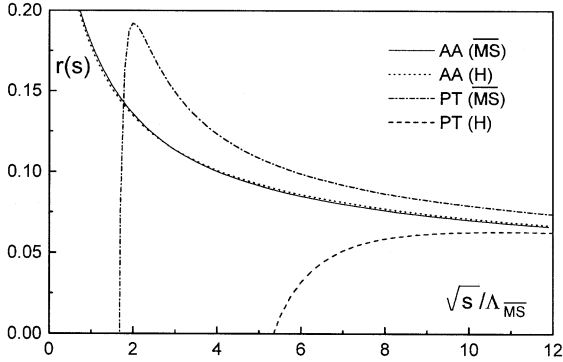


Рис. 3: График функции $r(s)$, вычисленной в теории возмущений (PT) и в аналитическом подходе (AA) для двух схем перенормировки H и \overline{MS} .

Инклюзивный распад τ лептона в аналитической теории возмущений рассмотрен в разделе 6.5. Для вклада сильных взаимодействий Δ_τ в R_τ -отношение получено следующее выражение через эффективную спектральную функцию

$$\Delta_\tau = \frac{d_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\sigma}{\sigma} \rho^{\text{eff}}(\sigma) - \frac{d_1}{\pi} \int_0^{M_\tau^2} \frac{d\sigma}{\sigma} \left(1 - \frac{\sigma}{M_\tau^2}\right)^3 \left(1 + \frac{\sigma}{M_\tau^2}\right) \rho^{\text{eff}}(\sigma), \quad (16)$$

в котором, благодаря свойству универсальности, интеграл с первым слагаемым может быть выражен через инфракрасное предельное значение аналитического заряда.

В разделе 6.6 рассмотрен процесс неупругого лептон-адронного рассеяния, который характеризуется структурными функциями, зависящими от двух скалярных аргументов. В этом случае общие принципы теории аккумулируются в интегральном представлении

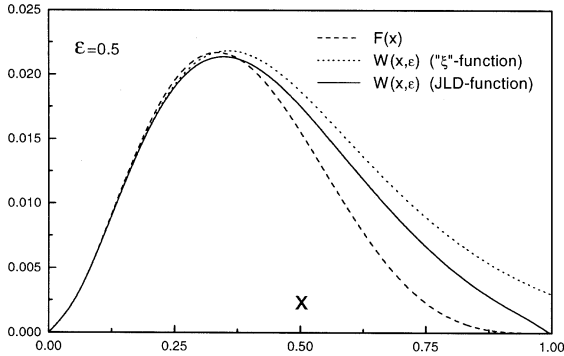


Рис. 4: Поведение структурных функций.

более сложного вида – представлении Йоста–Лемана–Дайсона, которое лежит в основе выполненного в разделе 6.6 анализа. Здесь используется нестандартная скейлинговая переменная, которая приводит к модифицированным моментам структурных функций, являющихся аналитическими функциями по переменной Q^2 в комплексной плоскости с разрезом вдоль отрицательной полуоси. Выводятся дисперсионные соотношения, устанавливается связь аналитических моментов с операторным разложением и в лидирующем порядке находятся выражения для аналитических моментов структурных функций нуклона. Получено новое выражение для структурной функции, содержащее зависимость от массы мишени, которое не противоречит свойству спектральности. На Рис. 4 приведено характерное поведение структурных функций. Функция $F(x)$ соответствует партонному распределению, функции $W(x, \epsilon = M^2/Q^2)$, содержащее зависимость от массы мишени, получены в рамках метода ξ -скейлинга, который приводит к нарушению свойства спектральности, и на основе предложенного в диссертации подхода.

В Заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

В Приложения вынесен ряд результатов, поясняющих основной текст диссертации. В Приложении А приведены двухпетлевые вы-

ражения для корреляторов токов массивных кварков. Разъяснение вопроса, связанного с кулоновскими сингулярностями, дано в Приложении В. Приближенные формулы для двухпетлевого вклада $[\bar{a}^2]_{\text{ан}}$ получены в Приложении С, а в Приложении D рассмотрены детали вычисления величины R_Δ в аналитическом подходе.

ДЛЯ ЗАЩИТЫ ВЫДВИГАЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ В ДИССЕРТАЦИИ

1. Разработан метод проведения непertурбативных вычислений в квантовой теории поля – вариационная теория возмущений. Показана эффективность предложенного подхода на примере нульмерных и одномерных моделей. В случае ангармонического осциллятора найдено, что уже первый порядок нового разложения хорошо воспроизводит основные его характеристики во всей области изменения константы связи, включая предельный случай сильной связи.

2. На основе вариационной теории возмущений исследованы свойства φ^4 -модели теории поля. Показано, что непertурбативный гауссов эффективный потенциал в пространстве произвольного числа измерений может быть найден как первое нетривиальное приближение, полученное на основе нового разложения. Для скалярной φ^4 -модели в четырех измерениях построена непertурбативная ренормгрупповая β -функция. Разложение этой функции в ряд по степеням константы связи хорошо воспроизводит пертурбативный пятипетлевой расчет, а предсказание для шестипетлевого коэффициента находится в согласии с оценкой, найденной на основе специального метода суммирования ряда теории возмущений.

3. Предложен непertурбативный подход в квантовой хромодинамике, основанный на новом малом параметре разложения. Разработаны специальные правила и диаграммная техника, позволяющие строить функции Грина и находить константы перенормировки в виде рядов по этому малому параметру. Развита процедура перенормировки и найдены основные непertурбативные ренормгрупповые функции в квантовой хромодинамике. Показано, что поведение найденной β -функции при больших значениях константы λ связи имеет вид $\beta(\lambda) \simeq -\lambda$, что соответствует инфракрасной сингулярности инвариантного заряда вида $\bar{\alpha}_s(Q^2) \sim Q^{-2}$, которое ассоциируется с ли-

нейным ростом кварк-антикваркового потенциала на больших расстояниях. Найденный потенциал хорошо согласуется с феноменологическим. Выполнены вычисления высших порядков разложения, свидетельствующие об устойчивости результатов и применимости метода в широком интервале энергий.

4. На основе a -разложения с использованием специального способа сглаживания резонансов предложено описание процесса e^+e^- аннигиляции в адроны при низких энергиях. Показано, что уже в первом порядке удается достичь хорошего согласия с экспериментальными данными. Предложен самосогласованный способ определения бегущей константы связи квантовой хромодинамики во времениподобной области. Дано новое рассмотрение проблемы инклюзивного распада τ лептона, позволяющее избежать трудностей, присущих пертурбативному подходу.

5. Разработан аналитический подход в квантовой хромодинамике, который сочетает метод ренормгруппового анализа с Q^2 -аналитичностью. Нефизические особенности типа призрачного полюса у бегущего заряда, построенного на основе такого подхода, отсутствуют. Регулярность его поведения в инфракрасной области обеспечивается за счет непертурбативных вкладов, которые “невидимы” в теории возмущений. Доказано, что в рамках аналитического подхода существует универсальное инфракрасное предельное значение константы связи $\bar{\alpha}_{\text{an}}(0) = 4\pi/\beta_0$, которое не зависит от экспериментальных оценок на масштабный параметр Λ , а определяется лишь общими характеристиками лагранжиана. Показано, что предложенная в диссертации аналитическая теории возмущений приводит к петлевой стабильности не только в ультрафиолетовой области, но и для всего энергетического интервала.

6. Установлено, что в рамках аналитического подхода возможно непротиворечивое определение эффективного заряда во времениподобной области. Показано, что для соответствующей β -функции оказывается справедливой гипотеза Швингера о ее связи со спектральной плотностью. Используя лишь общие свойства аналитичности, доказано утверждение о том, что инвариантный заряд не может обладать симметричным поведением в евклидовой и во времениподобной областях. Демонстрируется хорошее согласие аналитической теории возмущений с экспериментальными данными для процесса e^+e^- аннигиляции в адроны при низких энергиях. Рас-

смотрен инклюзивный распад τ лептона и показано, что поддержка корректных аналитических свойств D -функции играет принципиальную роль для самосогласованного описания этого процесса. Показано, что применение аналитической теории возмущений позволяет существенным образом уменьшить зависимость результатов от выбора схемы перенормировки на всем энергетическом интервале. Установлена связь аналитических моментов структурных функций с операторным разложением. Предложен новый способ учета зависимости от массы мишени, который приводит к выражению для структурных функций с корректными спектральными свойствами.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОПУБЛИКОВАНЫ В РАБОТАХ

1. Соловцов И.Л. Энергия основного уровня ангармонического осциллятора в пределе сильной связи, *Изв. Вузов, Физика*, № 7 (1990) 64-69.
2. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Nonperturbative method of calculation of functional integrals. *Phys. Lett.* **A157** No. 4,5 (1991) 261-264.
3. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Nonperturbative effective potential. Anharmonic oscillator. *JINR Rapid Comm.* No, 1 [47]-91, Dubna, 1991, p. 10-16.
4. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Variational perturbation theory. Anharmonic oscillator. *Z. Phys.* **C54** (1992) 263-271.
5. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Shevchenko O.Yu. Convergent series in variational perturbation theory. *Phys. Lett.* **B297** (1992) 305-308.
6. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Shevchenko O.Yu. Gaussian effective potential in variational perturbation theory. *Phys. Lett.* **B313** (1993) 367-373.
7. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Shevchenko O.Yu. Method of variational perturbation theory. *Int. Workshop "Symmetry Methods in Physics"*, Dubna, 6-10 July, 1993, vol. 2, p. 494-500, Dubna, 1994.
8. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Variational perturbation theory in φ^4 -model. *Proceedings of the XVI Workshop*, Protvino, September 14-17, 1993, Problems of High Energy Physics and Field Theory, p. 138-146, Protvino, 1995.

9. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Shevchenko O.Yu. Analysis of series convergence in variational perturbation theory and Gaussian effective potential. *Int. J. Mod. Phys. A* **9**, No. 11 (1994) 1797-1820.
10. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Variational perturbation theory in the φ^4 -model. *The Bogoliubov International Symposium. "Fundamental Problems in Theoretical and Mathematical Physics."* Dubna, 1994, p. 191-200.
11. Сисакян А.Н., Соловцов И.Л. Метод вариационной теории возмущений в квантовой теории поля, *ЭЧАЯ*, **25**, вып. 3 (1994) 1127-1167.
12. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Shevchenko O.Yu. Variational perturbation theory. *Int. J. Mod. Phys. A* **9**, No. 12 (1994) 1929-1999.
13. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. β -function for φ^4 -model in variational perturbation theory. *Phys. Lett.* **B313** (1994) 381-384.
14. Solovtsov I.L. New expansion in QCD. *Phys. Lett.* **B327** (1994) 335-340.
15. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. Nonperturbative β -function in quantum chromodynamics. *Mod. Phys. Lett.* **A9**, No. 26 (1994) 2437-2443.
16. Solovtsov I.L., Nonperturbative expansion in QCD. *Phys. Lett.* **B340** (1994) 245-249.
17. Jones H.F., Solovtsov I.L. QCD running coupling constant in the timelike region. *Phys. Lett.* **B349** (1995) 519-524.
18. Jones H.F., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. Analytic properties of the QCD running coupling constant and τ decay. *Phys. Lett.* **B357** (1995) 441-445.
19. Jones H.F., Solovtsov I.L. Analytic properties of $\alpha_s(Q^2)$ and τ decay. *Proceedings of the International Europhysics Conference on High Energy Physics*, Brussels, 27 July - 2 August, 1995, Editors J. Lemonne, C. Vander Velde, F. Verbeure, World Scientific (Singapore, New Jersey, London, Hong Kong) 1996, p. 242-245, Preprint JINR, E2-95-466, Dubna, 1995.
20. Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. $R_{e^+e^-}$ at low energies in variational perturbation theory. *Phys. Lett.* **B344** (1995) 377-382.

21. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. e^+e^- annihilation into hadrons at low energies and τ decay in the nonperturbative approach to quantum chromodynamics. *Proceedings of the XVIII Workshop on High Energy Physics and Field Theory*, Protvino, June 26-30, 1995, Protvino, 1996, p. 235-242.
22. Jones H.F., Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. τ decay and e^+e^- annihilation at low energies in the nonperturbative approach to QCD. *Chin. J. Phys.* **34** No. 3-II (1996) 973-978.
23. Sissakian A.N., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. Method of variational perturbation theory in QCD. *Proceedings of the VII Int. Conf. on Symmetry Methods in Physics*, July 10 - 16, Dubna, 1995, JINR, Dubna, 1996, Vol. 2, p. 513-519.
24. Jones H.F., Ritz A., Solovtsov I.L. A new approach to QCD sum rules and inclusive tau decay. Preprint Imperial/TP/95-96/62, Aug. 1996, London, 8p.
25. Shirkov D.V., Solovtsov I.L. Analytic QCD running coupling with finite IR behaviour and universal $\bar{\alpha}_s(0)$ value. *JINR Rapid Comm.* No. 2[76]-96, 5-10.
26. Jones H.F., Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Nonperturbative expansion technique in QCD and its applications, *Proceedings of the 28th Int. Conference on High Energy Physics*, Warsaw, 25-31 July, 1996, Editors Z. Ajduk and A.K. Wroblewski, World Scientific (Singapore) 1997. vol. II. p. 1650-1653.
27. Jones H.F., Ritz A., Solovtsov I.L. Nonperturbative expansion, renormalons, and τ decay. *Mod. Phys. Lett.* **A12** (1997) 1361-1368.
28. Shirkov D.V., Solovtsov I.L. Analytic model for the QCD running coupling with universal $\bar{\alpha}_s(0)$ value. *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 1209-1212.
29. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Variational perturbation theory in QCD and its application. *Proceedings of Int. School-Seminar on Actual problems of particles physics*, (August 8-17, Gomel, 1997), ed. P. Kuzhir, vol. II, Dubna, 1998, p. 201-216.
30. Milton K.A., Solovtsov I.L. Analytic perturbation theory in QCD and Schwinger's connection between the β -function and the spectral density. *Phys. Rev.* **D55** (1997) 5295-5298.

31. Milton K.A., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. Analytic perturbation theory and inclusive τ decay. *Phys. Lett.* **B415** (1997) 104-110.
32. Sissakian A.N., Solovtsov I.L. Variational approach to QCD and its applications. *ЯФ*, **61** (1998) 2052-2056.
33. Jones H.F., Ritz A., Solovtsov I.L. Conformal mapping, power corrections, and the QCD bound state spectrum. *Int. J. Mod. Phys.* **A13** (1998) 3929-3952.
34. Milton K.A., Solovtsov I.L. Can the QCD effective charge be symmetrical in the Euclidean and the Minkowskian regions? *Phys. Rev.* **D59** (1999) 107701-1-2.
35. Solovtsov I.L., Shirkov D.V. Renormalization scheme dependence in analytic approach to perturbative QCD. *Phys. Lett.* **B442** (1998) 344-348.
36. Milton K.A., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P. Analytic Perturbative Approach to QCD. Proceedings the XXIX Int. Conference on High Energy Physics, Vancouver, B.C., Canada, July 23-29, 1998, Vol. II, pp. 1608-1612.
37. Shirkov D.V., Solovtsov I.L. e^+e^- annihilation at low energies in analytic approach to QCD. Talk at the International Workshop "e⁺e⁻ collisions from ϕ to J/Ψ ", March 1-5, Novosibirsk, 1999, hep-ph/9906495.
38. Сисакян А.Н., Соловцов И.Л. Вариационные разложения в квантовой хромодинамике. *ЭЧАЯ*, **30**, вып. 5 (1999) 1057-1119.
39. Ширков Д.В., Соловцов И.Л. Аналитический подход в квантовой хромодинамике. *ТМФ*, **120** (1999) 482-510.
40. Milton K.A., Solovtsov I.L. Infrared fixed point of the analytic running coupling. "Relativistic nuclear physics and chromodynamics", Dubna, 17-22 August, 1998, Proceedings of the XIV International Seminar on High Energy Physics Problems. Editors: A.M. Baldin and V.V. Burov, Dubna, 2000, Vol.I, pp. 47-54.
41. Milton K.A., Solovtsov I.L., Solovtsova O.P., Yasnov V.I. Renormalization scheme and higher loop stability in hadronic τ decay within analytic perturbation theory. *Eur. Phys. J.* **C14** (2000) 495-501.
42. Solovtsov I.L. Integral representation for structure functions and target mass effects. *Письма в ЭЧАЯ* № 4[101] (2000) 10-18.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 ноября 2000 года.

Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 16.11.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 2,54
Тираж 100. Заказ 52351

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области