



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2000-285

На правах рукописи
УДК 530.145.7; 539.12.01

БАРДИН
Дмитрий Юрьевич

**ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ПОДДЕРЖКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ
НА ЛЕП ПО ПРЕЦИЗИОННОЙ ПРОВЕРКЕ
СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Диссертация
в виде научного доклада на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2000

Работа выполнена в Объединённом институте ядерных исследований

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор Ефремов Анатолий Васильевич

член-корреспондент РАН Образцов Владимир Фёдорович

академик РАН Окунь Лев Борисович

Ведущая организация:

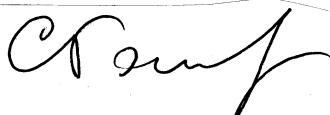
Научно-исследовательский институт ядерной физики
Московского государственного университета, г. Москва.

Защита состоится “___” _____ 2000 г. в ___ часов
на заседании диссертационного совета Д 047.01.01 в Лаборатории
теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединённого
института ядерных исследований, г. Дубна, Московской
области.

С диссертацией в виде научного доклада можно ознакомиться
в библиотеке Объединённого института ядерных исследований.

Диссертация в виде научного доклада разослана
“___” _____ 2000 г.

Учёный секретарь
диссертационного Совета Д 047.01.01
доктор физико-математических наук



С. В. Голоскоков

Актуальность темы. Начиная с 1989, CERN-овский ускоритель LEP поставлял 4-м детекторам коллабораций ALEPH, DELPHI, L3 и OPAL пучки e^+e^- высокой интенсивности. До 1995 года LEP работал при энергии Z резонанса, поставив около 150 обратных пикобарн интегральной светимости каждому детектору, что дало возможность зарегистрировать около 17 миллионов Z событий. Эта огромная статистика обеспечила беспрецедентную точность измерений Z резонансных наблюдаемых, порядка 10^{-3} или лучше. С 1995 года LEP работал при энергиях выше Z резонанса, достигнув в 2000 году 105 ГэВ на пучок. При этом LEP поставил более 750 обратных пикобарн каждому детектору, что превышает проектные цели. Поэтому, даже в области высоких энергий, где нерезонансные сечения малы, точность измерений превысила 1%.

Эта высокая точность измерений бросает вызов теоретикам — рассчитать соответствующие наблюдаемые с теоретической неопределённостью в несколько раз лучше экспериментальной, чтобы не вносить дополнительную систематику и в полной мере использовать высокую точность измерений для прецизионной проверки теории. Необходимый аппарат создавался во второй половине XX-столетия, начиная с пионерских работ S. L. Glashow, S. Weinberg и A. Salam, опубликованных в шестидесятые годы и заложивших основу Стандартной Модели фундаментальных взаимодействий элементарных частиц.

В семидесятые–восьмидесятые годы, широкое сообщество теоретиков создавало математический аппарат для прецизионных расчётов в физике высоких энергий, что нашло признание мировой научной общественности в факте присуждения Нобелевской премии по физике 1999 года голландским физикам G. 't Hooft и M. Veltman “за прояснение квантовой структуры электрослабых взаимодействий в физике..., за помещение физики частиц на строгую математическую основу”.

Все эти факты позволяют заключить, что в течение последних десяти лет окончательно сформировалась новая научная дисциплина — прецизионная физика высоких энергий — РНЕР (Precision High Energy Physics), имеющая две составляющие: 1) собственно прецизионные измерения при сверхвысоких энергиях, и 2) поддерживающие их теоретические расчёты. Настоящая диссертация принадлежит ко второй составляющей РНЕР; она посвящена прецизионным расчётам физических наблюдаемых в процессах e^+e^- -аннигиляции при энергиях ускорителя LEP.

Цель диссертационной работы. Теоретические исследования в области РНЕР в моей группе начались в середине семидесятых годов, задолго до начала экспериментов на LEP, и до того как было осознано особое место РНЕР в современной физике высоких энергий. Цель настоящей работы состоит в подведении итогов 25-летней активности в области теоретической поддержки той части экспериментов на LEP, которая была посвящена прецизионной проверке Стандартной Модели при энергии Z резонанса и выше.

Результаты, выносимые на защиту:

1. Схема перенормировок на массовой поверхности (OMS) в унитарной калибровке; [1], [2], [3], [4] (64)¹, [5] (128), [6] (5).
2. Полные одно-петлевые электрослабые поправки к Z резонансным наблюдаемым; [7], [8] (308), [9] (62), [10] (94), [11], [12] (277), [13] (102), [14] (49), [15].
3. КЭД $\mathcal{O}(\alpha)$ поправки на языке флюх-функций для полного сечения, асимметрии вперёд-назад и углового распределения в e^+e^- аннигиляции; [16], [17] (51), [18] (14), [19] (8), [20] (251), [21] (184), [22] (24).
4. Создание программы ZFITTER аккумулирующей наши собственные результаты и весь мировой опыт в этой области; [23], [24] (51), [25], [26] (17), [27] (24), [28].
5. Внедрение и поддержка в течение многих лет программы ZFITTER в цепи обработки данных в коллаборациях LEP и SLC; [29], [30], [31], [32], [33] (15), [34] (13), [35] (19), [36], [37].
6. Аналитический подход к описанию четырех-фермионных процессов в древесном приближении с учётом КЭД поправок в начальном состоянии методом флюх-функций; [38], [39] (55+11), [40] (50), [41] (43), [42] (4), [43] (4), [44] (37), [45] (25), [46] (1), [47] (24), [48] (13).
7. Создание программы GENTLE аккумулирующей наши собственные результаты в области четырех-фермионных процессов; [49], [50] (34).
8. Внедрение и поддержка в течение многих лет программы GENTLE в цепи обработки данных в коллаборациях LEP; [51] (51), [52] (14), [53] (6), [37].
9. Обзор современного статуса в области PHEP в монографии “The Standard Model in the Making”, написанной совместно с G. Passarino [54].

Практическая ценность. В течение всех лет работы ускорителя LEP, результаты вошедшие в диссертацию широко использовались для анализа данных, в первое время только в коллаборациях DELPHI и L3, а вскоре и всеми четырьмя коллаборациями ALEPH, DELPHI, L3 и OPAL, а также коллаборацией SLD в SLAC’е. Программа ZFITTER является базовой программой для фита экспериментальных данных и определения параметров Стандартной Модели и используется как всеми коллаборациями, так и группой, занимающейся объединением всех мировых данных (LEP electroweak working group — LEPEWWG). В частности, программа ZFITTER используется для получения широко известных

¹Цифры в круглых скобках (после ссылки в квадратных) указывают число цитирований данной работы, зарегистрированное QSPIRES на 31 августа 2000г.

непрямых ограничений на массу бозона Хиггса, последней фундаментальной частицы Стандартной Модели ещё не обнаруженной на эксперименте, с учётом теоретических неопределённостей (*The Blue-Band*).

Программа GENTLE также использовалась всеми коллаборациями для сравнения полных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, ZZ с предсказаниями Стандартной Модели и оценки теоретических неопределённостей (*The Green-Band*).

Апробация работы. Результаты работ вошедших в диссертацию десятки раз докладывались на семинарах различного уровня в ЦЕРНе и ОИЯИ на многих международных симпозиумах и рабочих совещаниях, включая крупнейшие международные конференции: International Europhysics Conference on High Energy Physics, ICHEP'95, Brussels, Belgium, August, 1995 [32]; International Conference on High Energy Physics, ICHEP'96, Warsaw, Poland, July, 1996 [55]; International Europhysics Conference on High Energy Physics, ICHEP'99, Tampere, Finland, July, 1999 [36]; а также опубликованы в отечественных и зарубежных журналах, включая монографию [54], вышедшую в 1999 году в издательстве Oxford University Press.

Согласно базе данных QSPIRES на научные публикации в рамках проекта ZFITTER на 31 августа 2000 года зарегистрировано более 1750 цитирований, а на работы по проекту GENTLE более 350 цитирований.

1 Введение

После завершения обработки данных LEP1 и SLC в области Z резонанса, комбинированная экспериментальная точность для некоторых наблюдаемых таких как σ_h^0 и Γ_Z превысила уровень 10^{-3} . Чтобы в полной мере использовать эту точность, требуется обеспечить существенно лучшую точность теоретических предсказаний, скажем $\sim (2 - 3) \times 10^{-4}$.

Прекрасная работа ускорителя LEP2 за последние пять лет обеспечила точность, намного лучшую 1% для некоторых наблюдаемых даже в нерезонансной области высоких энергий. Требуемая теоретическая точность, соответственно, $\sim 2 \times 10^{-3}$.

Вопрос о теоретической точности в области Z резонанса был критически проанализирован в отчёте [35], выполненном по заказу LEPEWWG и законченном в начале 1998г. Все численные результаты для этого отчёта были получены с помощью программ TOPAZ0 и ZFITTER [56]. Аналогичное исследование при энергиях LEP2 было проведено в рамках последнего рабочего совещания в CERN в 1999-2000гг и опубликовано в недавнем отчёте [37].

В дальнейшем мы обсудим идеи, на которых основана программа ZFITTER, использовавшаяся для обработки Z резонанса и для анализа данных при энергиях LEP2.

1.1 Входные параметры Стандартной Модели

1.1.1 Число независимых параметров СМ

Необходимо начать с обсуждения, на первый взгляд тривиального, однако очень важного понятия — *набора входных параметров* (IPS – input parameter set). Чтобы приблизиться к ответу, рассмотрим последовательность теорий от обычной КЭД до расширенной СМ, РСМ (или ESM – Extended SM). Последующая таблица содержит списки параметров, от которых зависят Лагранжианы этих теорий и полное число параметров N_p .

Теория		параметры	N_p
Обычная КЭД	$\rightarrow e$	m_e	2
Расширенная КЭД	$\rightarrow e$	m_e m_μ m_τ m_u m_c m_t m_d m_s m_b	10
Электрослабая часть СМ	$\rightarrow +$	M_W M_Z M_H 4 угла смешивания	17
Обычная СМ	$\rightarrow + \alpha_s$		18
Расширенная СМ	$\rightarrow +$	m_{ν_e} m_{ν_μ} m_{ν_τ} 4 угла смешивания	25

Мы видим, что большое число параметров РСМ (25) является тривиальным следствием большого числа *фундаментальных полей* и объективной сложности Природы. Эта таблица наглядно показывает, что “физическая природа” параметров во всей рассмотренной последовательности теорий совершенно одинакова. В обычной КЭД это число равно 2 только благодаря тому, что эта теория ограничена описанием взаимодействий электронов с фотонами.

Важно понимать, что число 25 является *минимальным* числом. Поясним, что подразумевается под этим утверждением.

• Три поколения является *минимальным* набором, необходимым для описания CP нарушения, которое существует в Природе. Напомним, что число комплексных фаз N_{phases} равно

$$N_{\text{phases}} = \frac{(N_g - 1)(N_g - 2)}{2}, \quad N_g - \text{число поколений.} \quad (1)$$

Следовательно, $N_g = 3$ — *минимальное число*, которое позволяет иметь только одну (*минимальное число*) фазу.

Все 12 фундаментальных фермионов экспериментально обнаружены.

• Четыре калибровочных бозона — это *минимальное* число, необходимое, чтобы описать все существующие в Природе электрослабые взаимодействия. Мы имеем дальнедействующее э.м. взаимодействие, и короткодействующие слабые процессы с изменением заряда — заряженный ток и без изменения заряда — нейтральный ток. Следовательно, нам нужно, по крайней мере, четыре векторных переносчика взаимодействий: A, W^\pm, Z .

Все 4 калибровочных бозона экспериментально обнаружены.

• Фермионное смешивание неизбежно существует в Природе как в *адронном*, так и в *лептонном* мирах:

– кварковое (СКМ) смешивание экспериментально хорошо измерено;

– нейтринное смешивание, возможно, открыто.

• Только бозон Хигса ещё не обнаружен. Имеются, однако, некоторые указания на его существование. (Обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящего текста.)

РСМ **неспособна** вычислить эти 25 параметров из первых принципов, в этом смысле РСМ не является *предсказательной теорией*. Вот почему учёные надеются, что когда-нибудь будет открыта более “хорошая” теория, и что на строящихся и планируемых ускорителях (ЛНС, ЛС и т.п.) будут найдены какие-нибудь экспериментальные указания на новую физику выходящую за рамки СМ.

До сих пор, однако, ни на эксперименте не обнаружены какие-либо серьёзные доказательства новой физики, ни в теории не предложены исчерпывающие объяснения *всего* спектра масс фундаментальных частиц простирающегося от *долей eV* для легчайших нейтрино до *175 ГэВ* для самой тяжелой частицы — *t* кварка, т.е. **более чем на 12 порядков величины!**

РСМ **способна**, однако, вычислить *любую экспериментальную наблюдае-*

мую O_i^{exp} в терминах своего IPS. Мы определим

$$\text{PCM IPS} \equiv 25 \text{ вышеупомянутых параметров.} \quad (2)$$

Следует подчеркнуть, что этот набор неоднозначен. Например, фермионные массы можно заменить на Юкавские константы связи, а одну из масс калибровочных бозонов — $SU(2)$ калибровочной константой связи g . Представляется, однако, более естественным выбирать именно массы в качестве IPS, поскольку они более *хорошо-определённые* величины, чем константы связи (см. ниже обсуждение *o-наблюдаемых*). Кроме того, массы более удобны для использования в рамках схемы перенормировок на массовой поверхности (OMS).

Процедура сравнения экспериментальных измерений с предсказаниями PCM может быть символически записана следующим образом

$$O_i^{\text{exp}} (\text{measured}) \leftrightarrow O_i^{\text{theor}} (\text{calculated, as a function of IPS}). \quad (3)$$

Мы обращаемся к обсуждению того, что известно в настоящее время об IPS. Различные параметры экспериментально известны с различной точностью. Например, точность измерения масс простирается от 10^{-7} для m_e до наличия только нижнего и верхнего пределов для M_H :

$$\begin{aligned} m_e &= 0.51099907 \pm 0.00000015 \text{ MeV} && \sim 3 \times 10^{-7}, \\ M_Z &= 91.1871 \pm 0.0021 \text{ ГэВ} && \sim 2 \times 10^{-5}, \\ M_W &= 80.394 \pm 0.042 \text{ ГэВ} && \sim 5 \times 10^{-4}, \\ m_t &= 174.3 \pm 5.1 \text{ ГэВ} && \sim 3 \times 10^{-2}, \end{aligned}$$

100 ГэВ (прямые измерения) $\leq M_H \leq 215$ ГэВ (95% *c.l.*, не прямые ограничения).

Прецизионные измерения накладывают *ограничения* на IPS. Таким путём можно *извлечь информацию* о ещё неизвестных параметрах (или улучшить наше знание о плохо измеренных параметрах). Это не следует путать с предсказаниями в выше упомянутом смысле. История открытия W и Z бозонов и t кварка является типичной иллюстрацией того, как информация о массах ещё неоткрытых частиц извлекалась из ограничений следующих из теории. Похожая история повторяется в настоящее время с бозоном Хиггса (см. Рис. 1). Следует ясно понимать, что СМ не предсказывает параметры (в данном случае массу бозона Хиггса), но дает *непрямую* информацию о них через накладываемые *ограничения*.

1.1.2 Ещё об IPS

Посмотрим на типичные точности и энергетические масштабы различных измерений. *Электронная аномалия*, $a_e = (g_e - 2)/2$, является типичным низко энергетическим процессом, где обычная КЭД достаточна, чтобы обеспечить очень точные предсказания:

$$\begin{aligned} a_e^{\text{exp}} &= 1159652193(10) \times 10^{-12}, \\ a_e^{\text{theor}} &= 1159652140(27) \times 10^{-12}. \end{aligned}$$

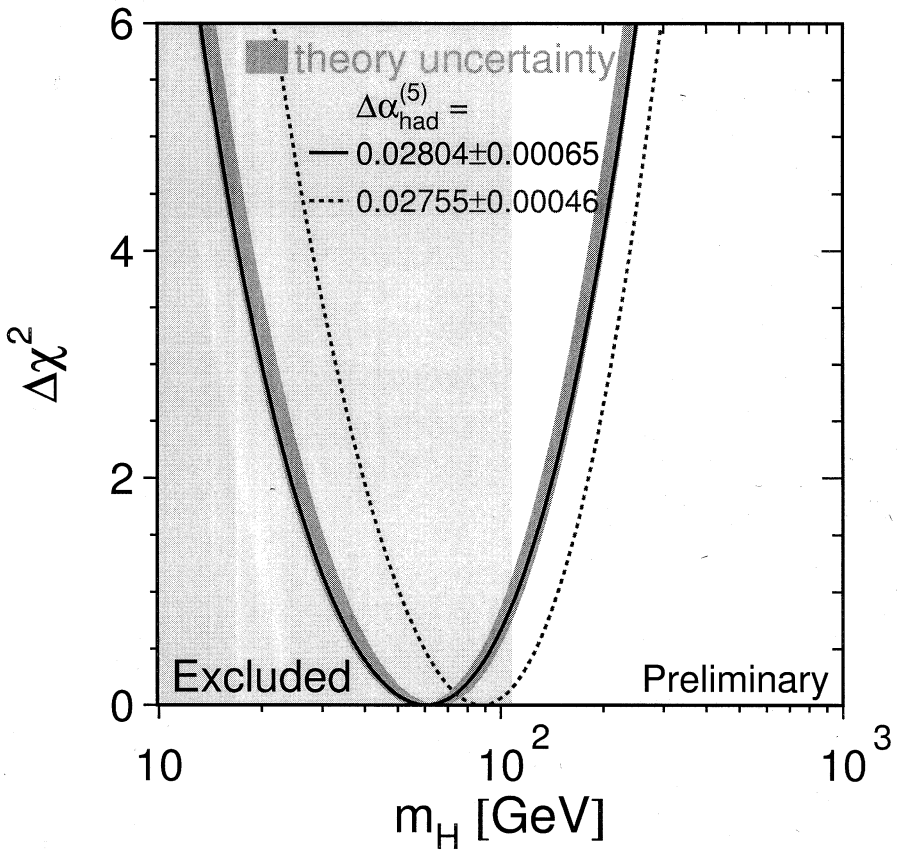


Рис. 1. *The Blue-Band*. Кривая показывает величину $\Delta\chi_{\text{min}}^2(M_H^2) = \chi_{\text{min}}^2(M_H^2) - \chi_{\text{min}}^2$ в зависимости от M_H . Затенённая область вокруг кривой показывает теоретическую неопределённость оценённую с помощью программ ZFITTER и TOPAZ0. Две кривых отвечают различным вычислениям $\Delta\alpha^{(5)}(M_Z^2)$, именно $\Delta\alpha^{(5)}(M_Z^2) = 0.02804 \pm 0.00065$ (Eidelman, Jegerlehner 1995) и $\Delta\alpha^{(5)}(M_Z^2) = 0.02755 \pm 0.00046$ (Pietrzyk, 2000). Также показана область, исключённая (на 95% уровне достоверности) прямыми поисками бозона Хиггса на LEP2, ~ 113 GeV.

Впечатляющее согласие (до 8 знаков!) между экспериментом и КЭД вычислениями до четвёртого порядка теории возмущений, $\mathcal{O}(\alpha^4)$, наглядно иллюстрирует *вычислительную мощь* КЭД.
Z резонансные наблюдаемые измерены на LEP1 (CERN) и SLC (SLAC) с

$$\text{экспериментальной точностью } \leq 10^{-3}, \quad (4)$$

следовательно, необходимо иметь

$$\text{теоретическую точность } \sim 2.5 \times 10^{-4}. \quad (5)$$

Это — область высоких энергий, где обычная КЭД недостаточна, и следует применять обычную СМ. Впечатляющее согласие экспериментальных данных на Z резонансе и теоретических предсказаний СМ на уровне $\sim 5 \cdot 10^{-4}$ демонстрирует *вычислительную мощь* СМ.

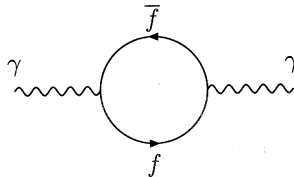
1.2 Число свободных параметров в фитях Z резонансных наблюдаемых

Число входных параметров, от которых зависят Z резонансные наблюдаемые, в действительности намного меньше, чем 25. На самом деле, все лептонные массы известны очень точно, даже наихудшая,

$$m_\tau = 1777.05^{+0.29}_{-0.26} \text{ MeV}, \quad (\text{ошибка} < 10^{-4}), \quad (6)$$

известна очень точно (ошибкой можно пренебречь) в типичном масштабе LEP1 $\sim 10^{-3}$.

Z резонансные наблюдаемые чувствительны к вакуумной поляризации:



которая содержит *логарифмические массовые сингулярности*:

$$\sum_f \ln \frac{s}{m_f^2}. \quad (7)$$

Они не представляют проблемы для лептонов, поскольку лептонные массы хорошо определены и хорошо измерены. Напротив, массы *лёгких кварков* являются *плохо определёнными* величинами и, по этой причине, заменяются на хорошо определённую и экспериментально хорошо измеренную величину: $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})$, что вносит в теорию новый параметр $\alpha(M_Z^2)$ вместо масс

лёгких кварков. Далее, Z резонансные наблюдаемые нечувствительны к массам нейтрино и фермионному смешиванию. Таким образом, мы остаёмся только с 6 параметрами:

$$\alpha(M_Z^2), \quad \alpha_s(M_Z^2), \quad m_t, \quad M_Z, \quad M_W, \quad M_H. \quad (8)$$

Затем надо использовать прецизионное измерение времени жизни мюона τ_μ . В терминах константы Ферми, соответствующая точность лучше, чем 10^{-5} , что снова означает бесконечную точность в нашем масштабе, и позволяет рассчитать M_W с теоретической ошибкой ~ 10 МэВ, что много лучше, чем современная комбинированная экспериментальная ошибка ~ 40 MeV. Итак, мы остаёмся только с 5 параметрами:

$$\alpha(M_Z^2), \quad \alpha_s(M_Z^2), \quad m_t, \quad M_Z, \quad M_H. \quad (9)$$

Мы будем называть этот набор **стандартным LEP1 IPS**.

Используя далее M_Z измеренную на Z пике с точностью $\sim 2 \times 10^{-5}$, а также богатую информацию доступную из других измерений для параметров,

$$\alpha_s(M_Z^2), \quad m_t, \quad M_W, \quad (10)$$

мы приближаемся к ситуации одно-параметрического фита, в которой масса Хиггсовского бозона M_H является единственным фитируемым параметром. Типичный результат такого фита с использованием программы ZFITTER показан на Рис. 1 (заимствованный из отчёта [57] и представленный в рапортёрском докладе [58] на конференции ICHEP'2000).

1.2.1 Ещё о константах связи и типичных масштабах

LEP1/SLC типичный энергетический масштаб — \sqrt{s} , массы слабовзаимодействующих промежуточных бозонов, масса топ кварка, предполагаемая масса бозона Хиггса,

$$\begin{aligned} \text{LEP1/SLC scale} - \sqrt{s} &\sim M_Z, & M_W &\sim 80 \text{ ГэВ}, \\ M_Z &\sim 91 \text{ ГэВ}, & m_t &\sim 175 \text{ ГэВ}, & M_H &\leq 215 \text{ ГэВ}, \end{aligned} \quad (11)$$

все эти величины — порядка типичной электрослабой (ЭС) шкалы: 100–300 ГэВ. Следовательно, невозможно сконструировать малый параметр из: \sqrt{s} , M_W , M_Z , m_t , M_H , и вычисления должны быть, в принципе, точными (*полными*) по всем этим величинам. Часто вводят понятие m_t^2 -*усиленных членов* или членов $\mathcal{O}(G_F m_t^2)$. Мы заметим, что $m_t^2/M_W^2 \approx 4$, следовательно, это усиление невелико.

Принимая во внимание, что вероятный интервал для массы Хиггсовского бозона $110 \leq M_H \leq 215$ ГэВ, очевидно, что популярные разложения по M_H^2/m_t^2 или m_t^2/M_H^2 могут иметь очень плохую сходимость.

Для других (кроме топ-кварка) фермионов достаточно учитывать только первый порядок по m_f^2/s , $f = \tau, c, b$; а члены высших порядков по массам могут быть отброшены при энергиях LEP.

Программа ZFITTER включает следующие КЭД, ЭС и КХД поправки:

$$\begin{aligned}
 \text{КЭД} \quad \alpha(0)L &= 1/137L \quad \text{вплоть до } \mathcal{O}((\alpha L)^3), \\
 \text{ЭС} \quad \alpha(M_Z^2) &= 1/128.9 \quad \text{вплоть до } \mathcal{O}(\alpha^2), \\
 \text{КХД} \quad \alpha_s(M_Z^2) &= 0.119 \quad \text{вплоть до } \mathcal{O}(\alpha_s^3),
 \end{aligned} \tag{12}$$

где *большой логарифм*

$$L = \ln \frac{s}{m_e^2} - 1 = 23 \quad \text{при } s = M_Z^2, \tag{13}$$

т.е. эффективная КЭД константа связи $\alpha L = 0.169$ даже больше, чем КХД константа $\alpha_s(M_Z^2)$. Следует ожидать, что отброшенные члены $\mathcal{O}(\alpha^3 L^2) \sim 2 \times 10^{-4}$ и $\mathcal{O}(\alpha_s^4) \sim 2 \times 10^{-4}$ могут оказаться на *границе важности*, однако, имплементация более важных членов $\mathcal{O}((\alpha L)^4) \sim 8 \times 10^{-4}$ обнаружила эффект менее 10^{-4} . Все доступные в литературе смешанные поправки $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ и $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ также необходимы, и они имплементированы в программу ZFITTER.

2 Схема перенормировок на массовой поверхности в унитарной калибровке

Основу программы ZFITTER составляет “ядро формул” для амплитуд процессов $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ в однопетлевом приближении, **точных** по массам тяжелых частиц и \sqrt{s} , см. (11). Все расчёты выполнены в рамках неминимальной схемы перенормировок на массовой поверхности (non-minimal OMS scheme) в унитарной калибровке, развивавшейся в моей группе в конце семидесятых – начале восьмидесятых годов [2]–[6]. Хотя эта схема является непосредственным и физически очень прозрачным обобщением классической процедуры перенормировок в КЭД, она использовалась только нашей группой. Другие группы использовали иные схемы перенормировок (\overline{MS} , GMS, минимальную OMS) и калибровку т’Хуфта-Фейнмана ($\xi = 1$). При этом унитарная калибровка подвергалась необоснованной критике. Позднее, в книге [54], мы показали, что вычисления других авторов в других схемах, выполненные, как правило, позже, полностью эквивалентны нашим расчётам. Более того, в книге мы повторили вычисления однопетлевых амплитуд для многих процессов распада и рассеяния в наиболее общей R_ξ калибровке с тремя калибровочными параметрами (ξ, ξ_Z, ξ_A) и доказали калибровочную инвариантность, продемонстрировав сокращение зависимости от калибровочных параметров для физических амплитуд и тождественность результатов R_ξ калибровки результатам унитарной калибровки. Отметим, что унитарная калибровка является формальным пределом R_ξ калибровки при $\xi \rightarrow \infty, \xi_Z \rightarrow \infty, \xi_A \rightarrow 1$, причём предел должен браться до вычисления Фейнмановских диаграмм, и что в этом пределе все нефизические поля исчезают.

Прежде чем перейти к краткому изложению основ схемы перенормировок на массовой поверхности в унитарной калибровке, подчеркнём несколько технических моментов, чтобы были понятны нижеприведённые формулы.

1. Мы работаем в метрике Паули, в которой для любого 4-импульса на массовой поверхности имеем $p^2 = -M^2$ и для скалярной части пропагатора

$$\frac{1}{p^2 + M^2} \quad (14)$$

2. При используемом выборе Дираковских γ -матриц, левый проектор имеет вид:

$$\gamma_L = \frac{1 + \gamma_5}{2} \quad (15)$$

3. На древесном уровне выполняются следующие тождества для констант связи и масс векторных бозонов:

$$s_w^2 = \frac{e^2}{g^2} = 1 - \frac{M_w^2}{M_z^2}, \quad e^2 = 4\pi\alpha \quad (16)$$

где $\alpha = 1/137.0359895\dots$ — постоянная тонкой структуры. В рамках OMS перенормировочной схемы эти тождества должны рассматриваться как *определения* синуса слабого угла смешивания (s_w) и слабого заряда (g), и их следует принять справедливыми *во всех порядках* (см. ниже).

4. В процессе работы над книгой [54], все однопетлевые поправки были перевычислены заново, используя современный язык функций Passarino-Veltman'a (PV), и все результаты были сведены к так называемым *скалярным* PV функциям: A_0, B_0, C_0, D_0 .

2.1 OMS перенормировка в КЭД

Чтобы лучше понимать OMS перенормировку в СМ, разумно изложить на том же языке перенормировку в более простой теории — КЭД. OMS перенормировка в СМ полностью аналогична OMS перенормировке в КЭД, являющейся составной частью СМ.

2.1.1 Пересуммирование Дайсона

Рассмотрим *голый* пропагатор:

$$\bullet \text{---} \bullet = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{(p^2 + M^2)}$$

Переходя к *одетому* высшими порядками пропагатору, мы должны, прежде всего, просуммировать все однопетельные собственно-энергетические вставки. Эту процедуру, которую в литературе часто называют *пересуммированием Дайсона*, можно схематически изобразить диаграммой:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \bullet = \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \bullet + \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \bullet \\
 & + \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \bullet \\
 & + \bullet \text{---} \text{---} \text{---} \bullet + \dots \\
 & = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{1}{\left[p^2 + M^2 - \frac{1}{(2\pi)^4 i} \text{---} \text{---} \text{---} \right]}.
 \end{aligned}$$

В случае обычной КЭД, для собственной энергии фотона имеем хорошо известный результат:

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{(2\pi)^4 i} i\pi^2 e^2 (p^2 \delta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) 4\Pi(p^2), \quad (17)$$

где $\Pi(p^2)$ определяется выражениями:

$$\begin{aligned}
 \Pi(p^2) &= \frac{6m_f^2 + p^2}{9p^2} + \frac{2}{3p^2} A_0(m_f) - \frac{p^2 - 2m_f^2}{3p^2} B_0(p^2; m_f, m_f) \\
 &= -\frac{1}{3} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \ln \frac{m_f^2}{\mu^2} \right) + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \left(1 - 2 \frac{m_f^2}{p^2} \right) \left[\beta \ln \frac{\beta + 1}{\beta - 1} - 2 \right]. \quad (18)
 \end{aligned}$$

Часть $\sim p_\mu p_\nu$ не даёт вклада, поскольку $S_{\mu\nu}$ всегда связан с сохраняющимся фермионным током. Следовательно, пересуммирование Дайсона приводит к следующей замене для фотонного пропагатора:

$$\frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2} \frac{1}{1 - \frac{e^2}{4\pi^2} \Pi(p^2)}. \quad (19)$$

Аналогично, в СМ для Z бозонного пропагатора в $\xi = 1$ калибровке мы получаем,

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{(2\pi)^4 i} i\pi^2 g^2 (p^2 \delta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) \Sigma_{zz}(p^2), \quad (20)$$

$$\frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2 + M_z^2} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2 + M_z^2 - \frac{g^2}{16\pi^2 c_w^2} \Sigma_{zz}(p^2)}. \quad (21)$$

Существует большая разница между выражениями (19) и (21). Первое не меняет *позицию полюса* фотонного пропагатора, который находился при $p^2 = 0$ до пересуммирования (голый пропагатор) и остался при $p^2 = 0$ после пересуммирования. Важно подчеркнуть, что пересуммирование меняет *значение вычета* фотонного пропагатора, который до пересуммирования можно принять равным единице в соответствующей нормировке. Напротив, (21) качественно меняет положение полюса Z пропагатора. Голый пропагатор имел полюс $p^2 = -M_z^2$ и расходился в этой точке. Вспомним теперь, что $\Sigma_{zz}(p^2)$ имеет мнимую часть выше порога рождения $f\bar{f}$ пары. Следовательно, полюс пересуммированного пропагатора сдвигается в комплексную плоскость, так как $\Sigma_{zz}(p^2)$ имеет мнимую часть, и суммирование Дайсона приводит к возникновению Брейт-Вигнеровского пропагатора нестабильной частицы². Величина $\Sigma_{zz}(p^2)$ обладает **расходящейся** вещественной частью и пересуммированное выражение бессмысленно. Чтобы продвинуться дальше, нам необходимо обсудить *процедуру перенормировок*.

2.1.2 Перенормировка в КЭД

Напомним Лагранжиан КЭД в Фейнмановской калибровке:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} (C^A)^2 - \sum_f \bar{\psi}_f (\not{\partial} - ieQ_f A + m_f) \psi_f, \quad (22)$$

где

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad C^A = -\partial_\mu A_\mu, \quad (23)$$

и C^A — член, фиксирующий калибровку, а сумма пробегает по всем фермионным полям f (с зарядами eQ_f и массами m_f). Мы также напомним правила Фейнмана КЭД, что поможет объяснить наши обозначения, см. Рис. 2.

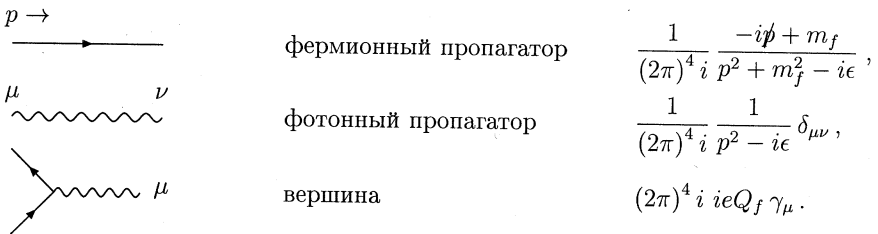


Рис. 2. Правила Фейнмана в КЭД.

На уровне древесного приближения Лагранжиан КЭД не имеет проблем. В высших порядках мы встречаем проблемы, так как и отдельные диаграммы и их

²Отметим, что в случае фотонного пропагатора неизменность позиции полюса — следствие нулевой массы фотона, откуда, следует и нулевая ширина, ибо безмассовая частица не может распадаться.

сумма содержат UV и IR расходимости, и необходимо что-то модифицировать в процедуре вычисления, чтобы получить осмысленный ответ.

Возникает естественный вопрос: какие поля и параметры содержит Лагранжиан (22)? Предположим, что он содержит некие нефизические *голые* поля и параметры помеченные индексами 0. Введём константы перенормировки для полей A_μ и ψ ,

$$A_{0\mu} = Z_A^{1/2} A_\mu, \quad \psi_0 = Z_\psi^{1/2} \psi; \quad (24)$$

и для параметров, массы m и заряда e ,

$$e_0 = Z_e e, \quad m_0 = Z_m m = m + e^2 \delta m + \mathcal{O}(e^4). \quad (25)$$

Константы перенормировки, как и всё в рамках теории возмущений, представимы в виде разложений по константе связи e^2 , т.е.

$$Z_i = 1 + e^2 \delta Z_i + \mathcal{O}(e^4). \quad (26)$$

Теперь Лагранжиан (22) может быть переписан (вплоть до членов $\mathcal{O}(e^2)$) в виде:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} \rightarrow \mathcal{L}_{\text{QED}}^{\text{R}} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{ct}}, \quad (27)$$

где Лагранжиан *контрчленов* имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{ct}} &= e^2 \mathcal{L}_{\text{ct}}^{(2)} + \mathcal{O}(e^4), \\ \mathcal{L}_{\text{ct}}^{(2)} &= -\frac{1}{4} \delta Z_A F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \delta Z_A (\partial_\mu A_\mu)^2 - \delta Z_\psi \bar{\psi} \not{\partial} \psi \\ &\quad - (\delta Z_\psi m + \delta m) \bar{\psi} \psi - i \left(\delta Z_e + \delta Z_\psi + \frac{1}{2} \delta Z_A \right) e A_\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi. \end{aligned} \quad (28)$$

Первая часть Лагранжиана, \mathcal{L}_{QED} , генерирует стандартный набор диаграмм и правила Фейнмана, которые были показаны на Рис. 2. Лагранжиан контрчленов генерирует новый набор диаграмм с правилами Фейнмана, показанными на Рис.3.

Теперь мы должны учесть вклады от обеих частей.

Основным моментом рассмотренной выше модификации является предположение о том, что мы имеем два типа полей и параметров, *голые и физические*, и что они связаны простейшим видом преобразования, мультипликативным *масштабным* преобразованием (24)–(25) с некоторыми, пока неизвестными, константами перенормировок. Таким способом мы вносим в теорию набор новых параметров (степеней свободы), которые должны быть как-то фиксированы. Имеется очень прозрачный и физический способ их фиксации. В результате этой процедуры, все UV-расходимости автоматически сократятся.

Чтобы лучше понимать смысл процедуры фиксации констант перенормировок, рассмотрим диаграммы различных типов.

$$\begin{array}{l}
\begin{array}{c} A \\ \times \\ \text{wavy line} \end{array} \quad \rightarrow \quad e^2 \delta Z_A, \\
\begin{array}{c} e \\ \times \\ \text{arrow} \end{array} \quad \rightarrow \quad -e^2 (\delta Z_\psi i \not{p} + \delta Z_\psi m + \delta m), \\
\begin{array}{c} A \\ \times \\ \text{wavy line} \\ \mu \end{array} \quad \rightarrow \quad -ie\gamma_\mu e^3 \left(\delta Z_e + \delta Z_\psi + \frac{1}{2} \delta Z_A \right). \\
\begin{array}{c} e^+ \\ \times \\ \text{arrow} \\ e^- \end{array}
\end{array}$$

Рис. 3. Дополнительные диаграммы правила Фейнмана отвечающие Лагранжиану контрчленов КЭД.

• *Фотонный пропагатор.*

С новым Лагранжианом (27) после суммирования Дайсона, вместо (19), мы будем иметь:

$$\frac{1}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2} \frac{1}{1 + e^2 \delta Z_A - \frac{e^2}{4\pi^2} \Pi(p^2)}. \quad (29)$$

Первое условие фиксации.

Суть схемы перенормировок на массовой поверхности (OMS) состоит в том, чтобы сохранить смысл изначальных параметров Лагранжиана. Для одетого фотонного пропагатора, мы требуем, чтобы радиационные поправки не изменяли его вычет на фотонной массовой поверхности, $p^2 = 0$, т.е.

$$\frac{1}{1 + e^2 \delta Z_A - \frac{e^2}{4\pi^2} \Pi(0)} = 1. \quad (30)$$

Это требование гарантирует, что волновая функция фотона для внешней линии на массовой поверхности не изменяется из-за однопетлевых радиационных поправок и одновременно фиксирует $e^2 \delta Z_A$:

$$e^2 \delta Z_A = \frac{e^2}{4\pi^2} \Pi(0). \quad (31)$$

Подставляя $\Pi(0)$, получаем явный ответ для одного из контрчленов:

$$\delta Z_A = \frac{1}{12\pi^2} \left(-\frac{1}{\varepsilon} + \ln \frac{m^2}{\mu^2} \right). \quad (32)$$

• *Электронный пропагатор.*

С Лагранжианом (27), мы получаем

$$S = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \left[(1 + e^2 \delta Z_\psi) (i \not{p} + m) + e^2 \delta m - \frac{1}{(2\pi)^4 i} \Sigma(p) \right]^{-1}. \quad (33)$$

Второе условие фиксации.

Для одетого электронного пропагатора мы также требуем, чтобы его вычет был равен единице на электронной массовой поверхности, $i\cancel{p} = -m$. Это требование эквивалентно равенству:

$$S \Big|_{i\cancel{p}=-m} = \frac{1}{(2\pi)^4 i (i\cancel{p} + m)}. \quad (34)$$

Чтобы воспользоваться этим условием фиксации, мы должны разложить $\Sigma(\cancel{p})$ вокруг физической электронной массы $i\cancel{p} = -m$. При этом достаточно учесть только первые два члена в разложении:

$$\Sigma(\cancel{p}) = \Sigma(im) + (i\cancel{p} + m) \Sigma_{\text{WF}} + \mathcal{O}\left((i\cancel{p} + m)^2\right), \quad (35)$$

где коэффициент перед линейным членом является *константой перенормировки волновой функции*

$$\Sigma_{\text{WF}} = \left. \frac{\partial \Sigma(\cancel{p})}{\partial (i\cancel{p})} \right|_{i\cancel{p}=-m}. \quad (36)$$

Для пересуммированного пропагатора мы получаем

$$S = \frac{1}{(2\pi)^4 i} \left\{ (1 + e^2 \delta Z_\psi) (i\cancel{p} + m) + e^2 \delta m - \frac{1}{(2\pi)^4 i} \left[\Sigma(im) + (i\cancel{p} + m) \Sigma_{\text{WF}} + \mathcal{O}\left((i\cancel{p} + m)^2\right) \right] \right\}^{-1}. \quad (37)$$

Требование равенства единице вычета этого пропагатора, (34), будет выполнено, если

$$e^2 \delta m = \frac{\Sigma(im)}{(2\pi)^4 i}, \quad e^2 \delta Z_\psi = \frac{\Sigma_{\text{WF}}}{(2\pi)^4 i}. \quad (38)$$

Это требование предотвращает перенормировку волновой функции внешней электронной линии за счёт однопетлевых радиационных поправок и одновременно фиксирует ещё два контрчлена.

Непосредственными вычислениями в размерной регуляризации, получаем

$$\begin{aligned} \Sigma(im) &= i\pi^2 e^2 m \left(-\frac{3}{\varepsilon} + 3 \ln \frac{m^2}{\mu^2} - 4 \right), \\ \Sigma_{\text{WF}} &= i\pi^2 e^2 \left(-\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2}{\varepsilon} + 3 \ln \frac{m^2}{\mu^2} - 4 \right). \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя эти результаты в (38), находим явный вид ещё двух контрчленов:

$$\delta m = \frac{m}{16\pi^2} \left(-\frac{3}{\varepsilon} + 3 \ln \frac{m^2}{\mu^2} - 4 \right), \quad \delta Z_\psi = \frac{1}{16\pi^2} \left(-\frac{1}{\varepsilon} + \frac{2}{\varepsilon} + 3 \ln \frac{m^2}{\mu^2} - 4 \right). \quad (40)$$

• $\gamma e^+ e^-$ вершина.

Рассмотрим $\gamma e^+ e^-$ вершину в случае, когда оба фермиона находятся на массовой поверхности. Соберём все вклады в γ_μ -часть от $\gamma e^+ e^-$ вершины в однопетлевом приближении:

$$-(2\pi)^4 i ie \left\{ 1 + e^2 \left[\delta Z_e + \frac{1}{2} \delta Z_A + \delta Z_\psi + \frac{1}{16\pi^2} F_1(Q^2, m) \right] \right\} \gamma_\mu. \quad (41)$$

Здесь $F_1(Q^2, m)$ — дираковский формфактор $\gamma e^+ e^-$ вершины.

Третье условие фиксации.

В духе перенормировки на массовой поверхности мы должны сохранить смысл *всех* параметров первоначального Лагранжиана. Для вершины, с учётом однопетлевых вкладов, мы требуем, чтобы при $Q^2 = 0$, она была равна

$$-(2\pi)^4 i ie \gamma_\mu, \quad (42)$$

Это равенство гарантирует, что Томпсоновский предел заряда электрона не модифицируется однопетлевыми радиационными поправками, т.е.

$$\delta Z_e + \frac{1}{2} \delta Z_A + \delta Z_\psi + \frac{1}{16\pi^2} F_1(0, m) = 0. \quad (43)$$

Подставляя уже зафиксированные контрчлены δZ_ψ , и выражение для $F_1(0, m)$ в (43), мы получаем знаменитое тождество Уорда в КЭД,

$$\delta Z_\psi + \frac{1}{16\pi^2} F_1(0, m) \equiv 0, \quad (44)$$

и фиксируем последний из контрчленов:

$$\delta Z_e \equiv -\frac{1}{2} \delta Z_A. \quad (45)$$

Итак, все константы перенормировок в Лагранжиане определены. Теперь можно вычислять любые процессы на однопетлевом уровне в КЭД.

Отметим, что по построению все однопетлевые диаграммы и вклады контрчленов для любых внешних линии на массовой поверхности компенсируют друг друга тождественно (это известно также, как принцип неперенормируемости внешних линий).

Для любого двух-фермионного процесса $2f \rightarrow 2f$ на однопетлевом уровне в КЭД мы встречаем два составляющих элемента:

1) эффективный электрический заряд, $e^2(p^2)$, входящий в фотонный пропагатор,

$$e^2 D_{\mu\nu} \rightarrow \frac{e^2(p^2)}{(2\pi)^4 i} \frac{\delta_{\mu\nu}}{p^2}, \quad e^2(p^2) = \frac{e^2}{1 - \frac{e^2}{4\pi^2} \Pi^{\text{ren}}(p^2)}, \quad (46)$$

эволюция которого “управляется” перенормированной величиной — разностью двух собственно-энергетических функций:

$$\Pi^{\text{ren}}(p^2) = \Pi(p^2) - \Pi(0); \quad (47)$$

2) перенормированная вершина, $F_1^{\text{ren}}(Q^2, m)$, входящая в “одетую” $\gamma e^+ e^-$ вершину

$$\Lambda_\mu = (2\pi)^4 i \frac{ie^3}{16\pi^2} \left[\gamma_\mu F_1^{\text{ren}}(Q^2, m) + \sigma_{\mu\nu} (p_1 + p_2)_\nu F_2(Q^2, m) \right]. \quad (48)$$

Перенормированная вершина — снова разность, на этот раз двух вершинных функций:

$$F_1^{\text{ren}}(Q^2, m) = F_1(Q^2, m) - F_1(0, m). \quad (49)$$

Поэтому в КЭД иногда отождествляют перенормировку с вычитанием и придают последнему ответственность за устранение UV расходимостей, что, по моему мнению — достаточно вредная ассоциация, являющаяся основной причиной таких явлений как “перенормировко-фобия” и “SUSY-мания”. Этот вывод находит своё подтверждение в рамках СМ, где описанная выше процедура фиксации легко и последовательно реализуется и **не сводится** только к вычитаниям (главным образом из-за несохранения чётности и наличия смешивания). Иными словами, вычитание — это всего лишь формальное следствие более общей и физически прозрачной процедуры фиксации констант перенормировок, само по себе не имеющее глубокого физического содержания.

2.2 Не-минимальная OMS перенормировка в унитарной калибровке

Коротко обсудим теперь перенормировку на массовой поверхности в СМ. По духу она совершенно аналогична тому, что мы рассмотрели в КЭД, хотя и имеет ряд отличительных особенностей.

2.2.1 Мультипликативная перенормировка в СМ

В СМ независимыми величинами схемы являются: электрический заряд, массы всех частиц и все поля. Все они подвергаются *мультипликативной перенормировке*.

Для полей:

$$\begin{aligned} \psi_{oL}^i &= \left(Z_L^{1/2} \right)_{ij} \psi_L^j, & \psi_{oR}^i &= \left(Z_R^{1/2} \right)_{ij} \psi_R^j, \\ W_{0\mu} &= Z_W^{1/2} W_\mu, & Z_{0\mu} &= Z_Z^{1/2} Z_\mu, \\ H_0 &= Z_H^{1/2} H, & A_{0\mu} &= Z_A^{1/2} A_\mu + Z_M^{1/2} Z_\mu. \end{aligned} \quad (50)$$

Для бозонных масс:

$$M^2 = Z_{M_W} Z_W^{-1} M_W^2, \quad M_0^2 = Z_{M_Z} Z_Z^{-1} M_Z^2, \quad M_{oH}^2 = Z_{M_H} Z_H^{-1} M_H^2. \quad (51)$$

Для фермионных масс перенормировка более сложная из-за наличия смешивания:

$$\mathcal{L}_{ct} \sim - \left(\bar{\psi}_L Z_{m_f} \psi_R + \bar{\psi}_R Z_{m_f}^+ \psi_L - \bar{\psi} m_f \psi \right). \quad (52)$$

Все (кроме одной) константы перенормировки фиксируются из требования, чтобы вычеты всех пропагаторов на массовой поверхности были равными единице. Эта оставшаяся константа перенормировки ассоциируется с перенормировкой электрического заряда — единственной константы связи единой теории электрослабых взаимодействий. Для удобства выберем мультипликативную перенормировку в виде, несколько отличном от (24),

$$e_0 = Z_e Z_A^{-1/2} e, \quad (53)$$

эквивалентную аддитивной перенормировке

$$\begin{aligned} e_0^2 &= e^2 + \delta e^2, \\ \frac{\delta e^2}{e^2} &= 2(Z_e - 1) - (Z_A - 1). \end{aligned} \quad (54)$$

В случае, если перенормировка электрического заряда определена посредством (53), тождество Уорда означает, что

$$Z_e \equiv 1. \quad (55)$$

В рамках рассматриваемой перенормировочной схемы OMS, мы должны принять два определения, которые должны быть справедливыми во всех порядках теории возмущений:

1. OMS слабый угол смешивания, θ_w ($c_w = \cos \theta_w$):

$$M_Z^2 c_w^2 = M_w^2, \quad (56)$$

2. OMS слабый заряд, g :

$$g^2 = \frac{e^2}{s_w^2}, \quad \left(s_w^2 = 1 - c_w^2 = 1 - \frac{M_w^2}{M_Z^2} \right). \quad (57)$$

Необходимость этого связана с тем, что эти величины не являются независимыми параметрами схемы.

2.2.2 Лагранжиан контрчленов

С помощью процедуры, полностью аналогичной той, которую мы использовали в случае КЭД, легко вывести Лагранжиан контрчленов из полного Лагранжиана СМ (см., например, Часть 3 книги [54]). Мы используем мультипликативную перенормировку (50)–(53), и приведём не весь Лагранжиан контрчленов, а

только ту его часть, которая необходима для вычисления однопетлевых поправок для процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$.

Кинетические и массовые члены для бозонных полей равны:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{ct}}^{\text{kin},A} &= -\frac{1}{4}(Z_A - 1)(A_{\mu\nu})^2, \\ \mathcal{L}_{\text{ct}}^{\text{kin},Z} &= -\frac{1}{4}(Z_Z + Z_M - 1)(Z_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2}(Z_{M_Z} - 1)M_Z^2(Z_\mu)^2 - \frac{1}{2}Z_A^{1/2}Z_M^{1/2}A_{\mu\nu}Z_{\mu\nu},\end{aligned}\quad (58)$$

где

$$V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu. \quad (59)$$

Фермионный кинетический член равен:

$$\mathcal{L}_{\text{ct}}^{\text{kin},f} = -\frac{1}{2}\bar{\psi}\not{\partial}\left[\left(\sqrt{Z_L}^\dagger\sqrt{Z_L} - I\right)\gamma_+ + \left(\sqrt{Z_R}^\dagger\sqrt{Z_R} - I\right)\gamma_-\right]\psi. \quad (60)$$

Здесь мы использовали обозначения:

$$\gamma_\pm = 1 \pm \gamma_5. \quad (61)$$

Поскольку $\sqrt{Z_L}$ и $\sqrt{Z_R}$ понимаются как матрицы, действующие в полном пространстве фермионных ароматов, соотношение

$$\left|\sqrt{Z_L}\right|^2 = \sqrt{Z_L}^\dagger\sqrt{Z_L}, \quad (62)$$

должно пониматься как обозначение. В общем случае, эти матрицы недиагональны и даже неэрмитовы, из-за смешивания, индуцированного петлевыми поправками. Из требования фиксации определяются комбинации,

$$\left|\sqrt{Z_L}\right|^2 - I, \quad \left|\sqrt{Z_R}\right|^2 - I, \quad (63)$$

которые непосредственно входят в кинетический член Лагранжиана.

В однопетлевом приближении можно самосогласованно принять, что $\sqrt{Z_{L,R}}$ являются эрмитовыми матрицами, тогда

$$\sqrt{Z_{L,R}} - I = \frac{1}{2}\left(\left|\sqrt{Z_{L,R}}\right|^2 - I\right), \quad (64)$$

и все комбинации входящие в Лагранжиан со взаимодействием становятся известными.

Для частей Лагранжиана с $V(H)f\bar{f}$ взаимодействием получаем:

$$\mathcal{L}_{\text{ct}}^{\gamma f\bar{f}} = \frac{i}{2}eQ_f\bar{\psi}\gamma_\mu\left[\left(\left|\sqrt{Z_L}\right|^2 - I\right)\gamma_+ + \left(\left|\sqrt{Z_R}\right|^2 - I\right)\gamma_- + 2(Z_e - 1)\right]\psi A_\mu,$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{ct}}^{Zf\bar{f}} &= \frac{i}{2s_w c_w} e \bar{\psi} \gamma_\mu \left\{ \left[\left| \sqrt{Z_L} \right|^2 \left(\frac{Z_{M_Z} Z_W}{Z_A Z_{M_W} Z_C} \right)^{1/2} - I \right] I_f^{(3)} \gamma_+ \right. \\
&\quad - 2Q_f s_w^2 \left[\frac{1}{2} \left(\left| \sqrt{Z_L} \right|^2 \gamma_+ + \left| \sqrt{Z_R} \right|^2 \gamma_- \right) \left(\frac{Z_{M_Z} Z_W}{Z_A Z_{M_W} Z_C} \right)^{1/2} - I \right] \\
&\quad \left. - 2Q_f s_w c_w \left(\frac{1}{2} \left| \sqrt{Z_L} \right|^2 \gamma_+ + \frac{1}{2} \left| \sqrt{Z_R} \right|^2 \gamma_- \right) \left(\frac{Z_M}{Z_A} \right)^{1/2} \right\} \psi Z_\mu, \quad (65)
\end{aligned}$$

где

$$Z_C = 1 - \frac{\delta c_w^2}{s_w^2}, \quad s_w^2 = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}, \quad \frac{\delta c_w^2}{c_w^2} = \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} - \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2}, \quad (66)$$

а M_W и M_Z — физические массы векторных бозонов.

2.2.3 Бозонные константы перенормировок

Полный список ответов для бозонных перенормировочных констант, полученных в результате применения условий их фиксации, выглядит следующим образом (заметим что несколько неестественный вид первых трёх уравнений — разность двух констант вместо разности с единицей — является артефактом определения (51)):

$$\begin{aligned}
Z_{M_W} - Z_W &= \frac{\delta M_W^2}{M_W^2} = \frac{g^2}{16\pi^2 M_W^2} \Sigma_{WW} (M_W^2), \\
Z_{M_Z} - Z_Z &= \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} = \frac{g^2}{16\pi^2 c_w^2 M_Z^2} \Sigma_{ZZ} (M_Z^2), \\
Z_{M_H} - Z_H &= \frac{\delta M_H^2}{M_H^2} = \frac{g^2}{16\pi^2 M_H^2} \Sigma_{HH} (M_H^2), \\
Z_M^{1/2} &= \frac{g^2 s_w}{16\pi^2 c_w M_Z^2} \Sigma_{ZA} (M_Z^2), \\
Z_A - 1 &= \frac{e^2}{16\pi^2} \Pi_{\gamma\gamma} (0), \quad \text{где } \Sigma_{AA} (p^2) = p^2 \Pi_{\gamma\gamma} (p^2), \\
Z_Z - 1 &= \frac{g^2}{16\pi^2 c_w^2} \frac{\partial \Sigma_{ZZ} (p^2)}{\partial p^2} \Big|_{p^2 = -M_Z^2}, \\
Z_W - 1 &= \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\partial \Sigma_{WW} (p^2)}{\partial p^2} \Big|_{p^2 = -M_W^2}, \\
Z_H - 1 &= \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\partial \Sigma_{HH} (p^2)}{\partial p^2} \Big|_{p^2 = -M_H^2}. \quad (67)
\end{aligned}$$

Мы используем некоторую конвенцию для аргументов: для каждой собственной энергетической функции, Σ_{VV} , $\Pi_{\gamma\gamma}$ и т.п., если $p^2 = -s$ или $p^2 = -M^2$, мы

опускаем знак минус, связанный с использованием метрики Паули, т.е. пишем $\Sigma_{VV}(s)$ и т.п. Напротив, в списке аргументов для каждой $B_k, C_k \dots$ функции, мы явно удерживаем знак.

2.2.4 Линеаризованная форма Лагранжиана контрчленов

Поскольку мы работаем в рамках теории возмущений, где все константы перенормировок являются степенными рядами по константе связи e^2 (см. (26)), можно слегка упростить часть Лагранжиана контрчленов с взаимодействием (66), отбрасывая члены высших порядков:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ct}^{Zf\bar{f}} = & \frac{i}{2} \frac{e}{s_w c_w} \bar{\psi} \gamma_\mu \left\{ \left[\left| \sqrt{Z_L} \right|^2 - I \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} \left((Z_Z - 1) - (Z_A - 1) + \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2} \frac{\delta c_w^2}{c_w^2} \right) \left. \right] I_f^{(3)} \gamma_+ \\ & - 2Q_f s_w^2 \left[\frac{1}{2} \left(\left| \sqrt{Z_L} \right|^2 - I \right) \gamma_+ + \frac{1}{2} \left(\left| \sqrt{Z_R} \right|^2 - I \right) \gamma_- \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \left((Z_Z - 1) - (Z_A - 1) - \frac{1}{s_w^2} \frac{\delta c_w^2}{c_w^2} \right) + \frac{c_w}{s_w} Z_M^{1/2} \right] \right\} \psi Z_\mu. \quad (68) \end{aligned}$$

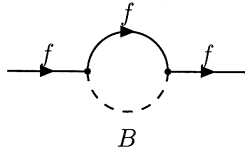
Это — так называемая линеаризованная форма Лагранжиана контрчленов, из которой легко вывести все дополнительные правила Фейнмана для вершин.

2.2.5 Фермионные константы перенормировок

В предыдущем подразделе мы вычислили все константы перенормировки, связанные с бозонными полями и массами. Нам нужно ещё зафиксировать константы перенормировки фермионных полей (63), и фермионных масс, Z_{m_f} , (52).

Процедура фиксации очень похожа на случай КЭД, хотя и имеет некоторые особенности из-за присутствия γ_5 .

Рассмотрим фермионную собственноэнергетическую диаграмму:



Наиболее общее выражение для такой диаграммы выглядит следующим образом:

$$\Sigma(i\not{p}) = (2\pi)^4 i \left[a_1(p^2) + a_2(p^2)\gamma_5 + (a_3(p^2) - a_4(p^2)\gamma_5) i\not{p} \right]. \quad (69)$$

В СМ мы всегда имеем $a_2(p^2) \equiv 0$ (см. доказательство в разделе 6.6 [54]). Следовательно,

$$\Sigma(i\not{p}) = (2\pi)^4 i \left[a_1(p^2) + a_3(p^2)i\not{p} + a_4(p^2)i\not{p}\gamma_5 \right]. \quad (70)$$

Вклады кинетического и массового членов в Лагранжиане контрчленов могут быть символически изображены диаграммой:



а их аналитический вклад определяется выражением

$$-\frac{1}{2}i\not{p} \left[\left(\left| \sqrt{Z_L} \right|^2 - I \right) \gamma_+ + \left(\left| \sqrt{Z_R} \right|^2 - I \right) \gamma_- \right] - (Z_{m_f} - m_f). \quad (71)$$

Из требования, что их сумма должна исчезать на фермионной массовой поверхности, рассчитываются все фермионные константы перенормировки:

$$\begin{aligned} \left| \sqrt{Z_L} \right|^2 - I &= a_3(m^2) - 2m^2 a'_3(m^2) + 2m a'_1(m^2) + a_4(m^2), \\ \left| \sqrt{Z_R} \right|^2 - I &= a_3(m^2) - 2m^2 a'_3(m^2) + 2m a'_1(m^2) - a_4(m^2), \\ Z_{m_f} &= m + a_1(m^2) + 2m^2 a'_1(m^2) - 2m^3 a'_3(m^2). \end{aligned} \quad (72)$$

где a'_i обозначает производные, $a'_i(m^2) = \partial a_i(p^2) / \partial p^2|_{p^2=-m^2}$, и где мы использовали разложение:

$$a_i(p^2) = a_i(m^2) + 2m(i\not{p} + m)a'_i(m^2), \quad (73)$$

предполагая, что с левой стороны (70) справедливо уравнение Дирака $i\not{p} = -m$. Условие (72) получается перераспределением членов следующим образом: $A + B(i\not{p} + m) + \mathcal{O}((i\not{p} + m)^2)$ и требованием, что $A = 0$, $B = 0$. Члены высших порядков $\mathcal{O}((i\not{p} + m)^2)$ могут быть отброшены на массовой поверхности.

Подводя итог нашему обсуждению процедуры перенормировок, мы напомним важнейшие шаги:

- суммирование Дайсона;
- введение констант перенормировок;
- построение Лагранжиана контрчленов;
- фиксация констант перенормировок в духи схемы OMS;
- требование *вычет*=1 на массовой поверхности.

Напомним, что требование *вычет*=1 позволяет сохранить физический смысл параметров первоначального Лагранжиана. Это означает в свою очередь, что перенормировка не имеет ничего общего с сокращением UV расходимостей, которое получается *даром*, как побочный результат процедуры нацеленной на

сохранение физического смысла параметров при учёте радиационных поправок. А это означает, что в рамках перенормируемой теории проблемы UV-расходимостей просто не существует. Мы вынуждены, конечно, использовать некую хорошо определённую *регуляризацию* (сейчас все используют размерную регуляризацию), чтобы параметризовать расходимости отдельных членов на промежуточных этапах вычислений. Однако, после правильного обращения с параметрами Лагранжиана все UV-расходимости тождественно сокращаются, другими словами теория **является UV-конечной**.

Необходимо отметить одно важное отличие СМ от обычной КЭД. В КЭД возможно ввести понятие *перенормированной диаграммы* для каждой отдельной диаграммы. В СМ это, вообще говоря, невозможно. В качестве примера, рассмотрим сумму всех собственнoэнергетических диаграмм Z бозона в общей R_ξ калибровке. Она может быть подразделена на фермионную и бозонную компоненты.

Определим *перенормированную* собственную энергию выражением — формальным аналогом процедуры вычитания КЭД:

$$\Sigma_{zz}^{\text{ren}}(p^2) = \Sigma_{zz}(p^2) - \Sigma_{zz}(M_z^2) - (p^2 + M_z^2) \left. \frac{\partial \Sigma_{zz}(p^2)}{\partial p^2} \right|_{p^2 = -M_z^2}. \quad (74)$$

Легко убедиться в том, что фермионная компонента $\Sigma_{zz}^{\text{ren}}(p^2)$, которая, конечно, калибровочно инвариантна, свободна и от UV полюса, и, следовательно, полная аналогия с КЭД имеет место. Однако, бозонная компонента (74) (как каждая отдельная диаграмма, так и сумма всех бозонных диаграмм), хотя также UV-конечна, но зависит от ξ и, следовательно, понятие перенормированной собственнoэнергетической диаграммы не имеет смысла.

В унитарной же калибровке величина $\Sigma_{zz}^{\text{ren}}(p^2)$ содержит даже UV расходимости. Калибровочная зависимость сокращается в сумме всех собственнoэнергетических, вершинных и боксовских однопетлевых диаграмм для амплитуды данного физического процесса. То же самое справедливо для UV полюса в унитарной калибровке.

3 Однопетлевые амплитуды в OMS схеме

Обсудим кратко однопетлевые амплитуды некоторых физических процессов вычислявшихся в работах [7]–[15]. Попутно введём необходимые обозначения.

3.1 Борновская амплитуда и диаграммы процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$

В Борновском приближении амплитуда процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$ описывается двумя древесными диаграммами с γ и Z обменами, Рис. 4.

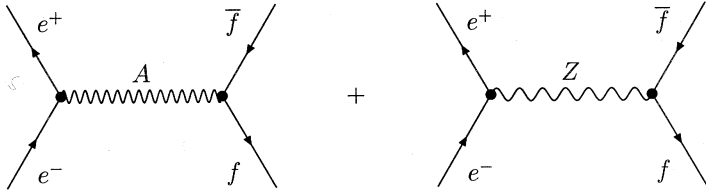


Рис. 4. Борновские диаграммы процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$.

Соответствующее выражение может быть записано в двух *базисах*³

$$\mathcal{A}_\gamma^{\text{Born}} = \frac{e^2 Q_e Q_f}{s} \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu, \quad (75)$$

$$\mathcal{A}_Z^{\text{Born}} = \frac{e^2}{4s_w^2 c_w^2} \chi_Z(s) \gamma_\mu (v_e + a_e \gamma_5) \otimes \gamma_\mu (v_f + a_f \gamma_5) - \text{VA-базис},$$

$$\mathcal{A}_Z^{\text{Born}} = \frac{e^2}{4s_w^2 c_w^2} \chi_Z(s) \gamma_\mu [I_e^{(3)} \gamma_+ - 2Q_e s_w^2] \otimes \gamma_\mu [I_f^{(3)} \gamma_+ - 2Q_f s_w^2] - \text{LQ-базис}.$$

Здесь $\gamma_\pm = 1 \pm \gamma_5$ и символ \otimes использован для сокращения записи в выражении:

$$\gamma_\mu (v_1 + a_1 \gamma_5) \otimes \gamma_\nu (v_2 + a_2 \gamma_5) = \bar{v}(p_+) \gamma_\mu (v_1 + a_1 \gamma_5) u(p_-) \bar{u}(q_-) \gamma_\nu (v_2 + a_2 \gamma_5) v(q_+), \quad (76)$$

а $\chi_Z(s)$ обозначает Z пропагатор с s -зависимой шириной:

$$\chi_Z(s) = \frac{1}{s - M_Z^2 + is\Gamma_Z/M_Z}. \quad (77)$$

Из основных соотношений между параметрами,

$$\frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \quad s_w^2 = \frac{e^2}{g^2}, \quad c_w^2 = \frac{M_W^2}{M_Z^2}, \quad (78)$$

легко получить

$$\frac{e^2}{4s_w^2 c_w^2} = \sqrt{2} G_F M_Z^2, \quad (79)$$

или, используя $e^2 = 4\pi\alpha$, определим *фактор конверсии*:

$$f = \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2 s_w^2 c_w^2}{\pi\alpha}, \quad (80)$$

который отличается от единицы из-за радиационных поправок.

³Впоследствии мы всегда будем использовать LQ-базис, как наиболее адекватный при описании процессов, в которых происходит одновременный обмен γ и Z бозоном.

3.2 Распад мюона, параметр Сирлина Δr

Как уже упоминалось во Введении, мы должны использовать прецизионное измерение времени жизни мюона, поскольку в терминах константы Ферми, $G_F = 1.16639(2) \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$, соответствующая точность очень высока $\sim \mathcal{O}(10^{-5})$. ZFITTER использует точное знание константы Ферми для вычисления массы W бозона.

3.2.1 Время жизни мюона

Рассматривается процесс

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e. \quad (81)$$

Если учесть КЭД поправки низшего порядка и эффекты W -пропэгатора, то для обратного времени жизни мюона имеем, [59]:

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192 \pi^3} F\left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right) \left(1 + \frac{3}{5} \frac{m_\mu^2}{M_W^2}\right) \left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{25}{4} - \pi^2\right)\right]. \quad (82)$$

где

$$F(r) = 1 - 8r + 8r^3 - r^4 - 12r^2 \ln r, \quad (83)$$

фазовый объём и $\alpha^{-1} \left(\frac{m_e^2}{m_\mu^2}\right) \approx 136$ бегущая КЭД константа на масштабе m_μ .

Этот низкоэнергетический процесс может быть описан с помощью эффективного четырех-фермионного Лагранжиана Ферми

$$\mathcal{L}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_+ \psi_\mu \bar{\psi}_\nu \gamma_\mu \gamma_+ \psi_{\nu_e} + \text{h.c.} \quad (84)$$

3.2.2 КЭД поправки в μ -распаде

Они происходят из двух источников:

1) Тормозное излучение в μ -распаде, или *реальные* КЭД поправки,

$$\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e + \gamma, \quad (85)$$

описываются двумя диаграммами Фейнмана Рис. 5.

2) Виртуальные КЭД поправки в порядке α описываются тремя диаграммами Рис. 6.

Полная КЭД поправка для μ -распада, сумма двух довольно громоздких выражений отвечающих вкладам реальных и виртуальных диаграмм, после интегрирования по полному фазовому объёму продуктов распада даёт классический результат (82):

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192 \pi^3} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} \delta_\mu^{em}\right), \quad (86)$$

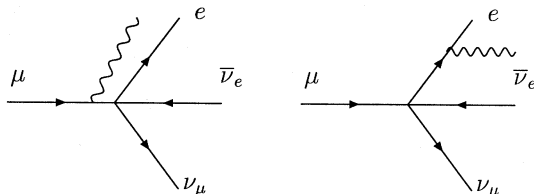


Рис. 5. Реальные КЭД поправки в μ -распаде.

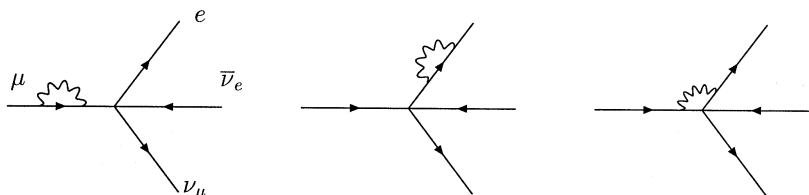


Рис. 6. Виртуальные КЭД поправки в μ -распаде.

где

$$\delta_\mu^{em} = \frac{25}{4} - \pi^2. \quad (87)$$

Подробный вывод (86)–(87) можно найти, например, в Части 5 книги [54].

Напомним, что этот результат получен в рамках КЭД \otimes эффективная четырёх-фермионная теория Ферми. Конечно, вычисление может быть выполнено в рамках СМ. Это привело бы к выражению вида

$$\frac{1}{\tau_\mu} = \frac{m_\mu^5}{192\pi^3} \frac{g^4}{32 M_W^4} \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} \delta_\mu \right). \quad (88)$$

однако, константа Ферми была исторически *определена* посредством выражения (82), поэтому принято отделять КЭД поправки, вычисленные в теории Ферми⁴.

3.2.3 Электрослабые поправки для мюонного распада, параметр Δr

КЭД поправки, обсуждавшиеся в предыдущем разделе, формируют калибровочно инвариантный результат. Оставшиеся ЭС поправки, как и КЭД, являются инфракрасно и ультрафиолетово конечными и калибровочно инвариантными, следовательно их можно вычислять отдельно и написать:

$$\delta_\mu = \delta_\mu^{em} + \delta_\mu^{ew}. \quad (89)$$

⁴Недавно были вычислены полные двух-петлевые КЭД поправки к константе Ферми. Новая величина G_F имеет в два раза лучшую теоретическую ошибку и равна $G_F = (1.16637 \pm 0.00001) \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$.

или, приравнивая (86)–(87) и (88), имеем

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} \left[1 + \frac{\alpha}{4\pi} (\delta_\mu - \delta_\mu^{em}) \right] = \frac{g^2}{8M_W^2} \left(1 + \frac{\alpha}{4\pi} \delta_\mu^{ew} \right). \quad (90)$$

Используя основные определения OMS схемы, (56)–(57), получаем:

$$s_w^2 c_w^2 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} (1 + \Delta r), \quad \text{где} \quad \Delta r = \frac{\alpha}{4\pi} \delta_\mu^{ew}. \quad (91)$$

A. Sirlin, (1980), предложил переписать последнее уравнение в виде

$$s_w^2 c_w^2 = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F M_Z^2} \frac{1}{1 - \Delta r}, \quad (92)$$

как если бы оно могло быть просуммировано во всех порядках.

После продолжительных вычислений (см. раздел 7.13 книги [54]), получается конечный результат для Δr в однопетлевом приближении:

$$\begin{aligned} \Delta r = & \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{s_w^2} \left\{ s_w^2 \left[-\frac{2}{3} - \Pi_{\gamma\gamma}^{\text{fer},F}(0) \right] + \frac{c_w^2}{s_w^2} \Delta\rho^F + \Delta\rho_W^F \right. \\ & \left. + \frac{11}{2} - \frac{5}{8} c_w^2 (1 + c_w^2) + \frac{9c_w^2}{4s_w^2} \ln c_w^2 \right\}, \end{aligned} \quad (93)$$

где конечные части $\Delta\rho^F$ факторов определяются как,

$$\Delta\rho^F = \Delta\rho^{\text{bos},F} + \Delta\rho^{\text{fer},F}, \quad \Delta\rho_W^F = \Delta\rho_W^{\text{bos},F} + \Delta\rho_W^{\text{fer},F}. \quad (94)$$

Они имеют фермионные (fer) и бозонные (bos) компоненты:

$$\begin{aligned} \Delta\rho^{\text{bos(fer)},F} &= \frac{1}{M_W^2} \left[\Sigma_{ww}^{\text{bos(fer)},F}(M_W^2) - \Sigma_{zz}^{\text{bos(fer)},F}(M_Z^2) \right], \\ \Delta\rho_W^{\text{bos(fer)},F} &= \frac{1}{M_W^2} \left[\Sigma_{ww}^{\text{bos(fer)},F}(0) - \Sigma_{ww}^{\text{bos(fer)},F}(M_W^2) \right]. \end{aligned} \quad (95)$$

Если пренебречь всеми масштабами, кроме массы t -кварка, то в таком асимптотическом режиме мы будем иметь:

$$\Delta\rho^{\text{fer},F} \approx -\frac{3}{4} \frac{m_t^2}{M_W^2}, \quad \Delta\rho_W^{\text{fer},F} = 0. \quad (96)$$

В этом смысле говорят, что величина $\Delta\rho$ (параметр Veltman'a) содержит m_t^2 -усиление.

Дадим бозонные вклады в явном виде, как типичный пример однопетлевых электрослабых поправок:

$$\begin{aligned}
\Delta\rho_w^{\text{bos},F} &= -\left(\frac{1}{12c_w^4} + \frac{4}{3c_w^2} - \frac{17}{3} - 4c_w^2\right) B_0^F(-M_w^2; M_z, M_w) \\
&\quad - \left(1 - \frac{1}{3}w_h + \frac{1}{12}w_h^2\right) B_0^F(-M_w^2; M_H, M_w) \\
&\quad + \left[\frac{3}{4(1-w_h)} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}w_h\right] w_h \ln w_h + \left(\frac{1}{12c_w^4} + \frac{17}{12c_w^2} - \frac{3}{s_w^2} + \frac{1}{4}\right) \ln c_w^2 \\
&\quad + \frac{1}{12c_w^4} + \frac{11}{8c_w^2} + \frac{139}{36} - \frac{177}{24}c_w^2 + \frac{5}{8}c_w^4 - \frac{1}{12}w_h\left(\frac{7}{2} - w_h\right) \\
\Delta\rho^{\text{bos},F} &= -\left(\frac{1}{12c_w^2} + \frac{4}{3} - \frac{17}{3}c_w^2 - 4c_w^4\right) \\
&\quad \times \left[B_0^F(-M_z^2; M_w, M_w) - \frac{1}{c_w^2}B_0^F(-M_w^2; M_z, M_w)\right] \\
&\quad + \left(1 - \frac{1}{3}w_h + \frac{1}{12}w_h^2\right) B_0^F(-M_w^2; M_H, M_w) \\
&\quad - \left(1 - \frac{1}{3}z_h + \frac{1}{12}z_h^2\right) \frac{1}{c_w^2} B_0^F(-M_z^2; M_H, M_z) \\
&\quad + \frac{1}{12}s_w^2 w_h^2 (\ln w_h - 1) - \left(\frac{1}{12c_w^4} + \frac{1}{2c_w^2} - 2 + \frac{1}{12}w_h\right) \ln c_w^2 \\
&\quad - \frac{1}{12c_w^4} - \frac{19}{36c_w^2} - \frac{133}{18} + 8c_w^2, \tag{97}
\end{aligned}$$

где мы ввели два безразмерных отношения

$$w_h = \frac{M_H^2}{M_w^2}, \quad z_h = \frac{M_H^2}{M_z^2}, \tag{98}$$

и конечную часть B_0 функции

$$B_0(p^2; M_1, M_2) = \frac{1}{\varepsilon} - \ln \frac{M_w^2}{\mu^2} + B_0^F(p^2; M_1, M_2). \tag{99}$$

Выражение (93) было выведено в унитарной калибровке. В разделе 6.13.2 книги [54] показано, что тоже самое выражение получается и в общей R_ξ калибровке.

3.2.4 Суммирование больших поправок

Чтобы получить высокую точность теоретических предсказаний, необходимо улучшить однопетлевые выражения, по крайней мере посредством *пересуммирования* больших однопетлевых поправок. Мы начнём с извлечения $\Delta\alpha^{\text{fer}}(M_z^2)$ из Δr . Из определения

$$\alpha^{\text{fer}}(M_z^2) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha^{\text{fer}}(M_z^2)}, \tag{100}$$

и из определения $e.m.$ бегущей константы связи

$$\alpha(s) = \frac{\alpha}{1 - \frac{\alpha}{4\pi} \Pi^F(s)}, \quad \text{где} \quad \Pi^F(s) = \Pi_{\gamma\gamma}(s) - \Pi_{\gamma\gamma}(0), \quad (101)$$

выводим следующее представление для Δr :

$$\begin{aligned} \Delta r = & \Delta\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2) + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left\{ s_w^2 \left[-\frac{2}{3} - \Pi_{\gamma\gamma}^{t,F}(0) - \Pi_{\gamma\gamma}^{l+5q,F}(M_Z^2) \right] \right. \\ & \left. + \frac{c_w^2}{s_w^2} \Delta\rho^F + \Delta\rho_w^F + \frac{11}{2} - \frac{5}{8} c_w^2 (1 + c_w^2) + \frac{9c_w^2}{4s_w^2} \ln c_w^2 \right\}, \quad (102) \end{aligned}$$

где верхний индекс $l+5q$ обозначает суммирование по лептоннам и пяти лёгким кваркам.

Заметим прежде всего, что Δr содержит два усиленных вклада: логарифмически усиленный $\Delta\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2)$ и m_t^2 -усиленный $\Delta\rho^F$. Далее, бегущая КЭД константа связи, $\Delta\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2)$, определена на масштабе $\mu = M_Z$. Две величины в (95) определены на масштабе $\mu = M_w$ как артефакт определения (99). Разумно перевести все относящиеся к делу величины на естественный для физики Z резонанса масштаб M_Z . Усиленная величина $\Delta\rho^F$ является калибровочно инвариантным объектом и, следовательно, является хорошим кандидатом для пересуммирования. Определим *ведущий* и *остаточный* вклады в Δr :

$$\begin{aligned} \Delta r_L &= -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_w^2}{s_w^4} \Delta\rho^F \Big|_{\mu=M_Z}, \\ \Delta r_{\text{rem}} &= \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left\{ s_w^2 \left[-\frac{2}{3} - \Pi_{\gamma\gamma}^{t,F}(0) - \Pi_{\gamma\gamma}^{l+5q,F}(M_Z^2) \right] + \left(\frac{1}{6} N_f - \frac{1}{6} - 7c_w^2 \right) \ln c_w^2 \right. \\ & \quad \left. + \Delta\rho_w^F + \frac{11}{2} - \frac{5}{8} c_w^2 (1 + c_w^2) + \frac{9c_w^2}{4s_w^2} \ln c_w^2 \right\} \Big|_{\mu=M_Z}. \quad (103) \end{aligned}$$

Пересуммированное однопетлевое представление выглядит следующим образом:

$$\frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2 s_w^2 c_w^2}{\pi\alpha} = \frac{1}{\left(1 - \Delta\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2) - \Delta r_{\text{rem}} \right) \left(1 + \frac{\sqrt{2} G_F M_Z^2 s_w^2 c_w^2}{\pi\alpha} \Delta r_L \right)}. \quad (104)$$

Пересуммирование $\Delta\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2)$ диктуется требованиями ренормгруппы, тогда как пересуммирование членов содержащих $\Delta\rho^{\text{fer},F}$ (Δr_L) находит своё обоснование в двухпетлевых вычислениях (G. Degrassi et al. 1996-1999). Уравнение (104) и является искомым улучшенным однопетлевым результатом.

Высшие порядки, в частности КХД поправки порядка $\mathcal{O}(\alpha_s)$ и лидирующие и сублидирующие электрослабые поправки второго порядка $\mathcal{O}(G_F^2 m_t^4)$ и

$\mathcal{O}(G_F^2 m_t^2 M_Z^2)$ учитываются посредством простой модификации ведущего и остаточного членов:

$$\Delta r_L \rightarrow \Delta r_L + \Delta r_L^{\text{ho}}, \quad \Delta r_{\text{rem}} \rightarrow \Delta r_{\text{rem}} + \Delta r_{\text{rem}}^{\text{ho}}. \quad (105)$$

Уравнение (104) выглядит формально как уравнение для фактора конверсии f , (80). Мы можем рассматривать (104) и как уравнение относительно M_W . Результаты *итерационного* решения этого уравнения для M_W , полученные с помощью программы ZFITTER, с учётом электрослабых поправок второго порядка, с учётом и без учёта КХД поправок показаны в Таблице 1.

Таблица 1. Масса W бозона, M_W [ГэВ]. $\alpha_s = 0$ — первые линии, $\alpha_s = 0.120$ — вторые линии.

m_t [ГэВ]	M_H [ГэВ]		
	65	300	1000
170.1	80.445	80.349	80.256
	80.375	80.279	80.186
175.6	80.482	80.386	80.291
	80.409	80.312	80.219
181.1	80.521	80.423	80.329
	80.444	80.346	80.252

Из этой таблицы видно, что двухпетлевые поправки $\mathcal{O}(\alpha_s)$ сдвигают теоретические предсказания для массы W бозона на величину ~ 80 МэВ, что в два раза больше, чем современная экспериментальная ошибка измерения $\Delta M_W \sim 40$ МэВ. Это прекрасная иллюстрация необходимости прецизионных вычислений в физике высоких энергий.

3.3 Z резонансные наблюдаемые

Чтобы понимать терминологию, которая возникла в недрах LEP'овского сообщества, дадим два определения:

Определение 1 *Реалистические наблюдаемые* — это сечения $\sigma^f(s)$ и асимметрии $A^f(s)$ процессов

$$e^+e^- \rightarrow (\gamma, Z) \rightarrow f\bar{f}(n\gamma), \quad (106)$$

($s = 4E_{\text{beam}}^2$) вычисленные с учётом всех имеющихся в литературе поправок высших порядков (КХД, ЭС), включая реальные и виртуальные КЭД фотонные поправки, желательны с учётом всевозможных кинематических катов.

Определение 2 *Псевдо-наблюдаемые* — они связаны с измеряемыми сечениями и асимметриями посредством некоторой процедуры де-конволюции. Концепцию псевдо-наблюдаемости определить довольно трудно. Можно сказать,

что на эксперименте измеряются некоторые начальные величины (сечения и асимметрии), которые затем редуцируются к некоторым вторичным величинам в рамках некоторых предположений. В рамках этих предположений эти вторичные величины, или псевдо-наблюдаемые, также заслуживают быть причислены к “наблюдаемым”.

3.3.1 Z парциальные ширины

Парциальные Z ширины — типичный пример псевдо-наблюдаемых, т.е. они должны быть *определены*. На Борновском уровне, мы определим парциальную ширину $Z \rightarrow f\bar{f}$ распада, как величину, описываемую квадратом всего лишь одной диаграммы Рис. 7.

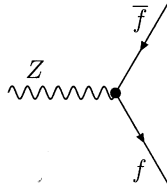


Рис. 7. Процесс $Z \rightarrow f\bar{f}$; Борновское приближение.

Амплитуда процесса $Z \rightarrow f\bar{f}$, записанная в LQ -базисе, имеет вид:

$$V_{\mu}^{Zf\bar{f}} = (2\pi)^4 i \frac{ig}{2c_w} \gamma_{\mu} \left[I_f^{(3)} \gamma_+ - 2Q_f s_w^2 \right]. \quad (107)$$

Парциальная ширина $Z \rightarrow f\bar{f}$ распада в Борновском приближении равна:

$$\Gamma(Z \rightarrow f\bar{f}) = \frac{M_z^3}{6\sqrt{2}\pi} \beta_f(M_z) \left[(v_f^2 + a_f^2) \left(1 + 2\frac{m_f^2}{M_z^2} \right) - 6a_f^2 \frac{m_f^2}{M_z^2} \right]. \quad (108)$$

Здесь Z -фермионные константы связи определены посредством

$$v_f = I_f^{(3)} - 2Q_f s_w^2, \quad a_f = I_f^{(3)}. \quad (109)$$

3.3.2 КЭД диаграммы и поправки

КЭД поправки в безмассовом приближении описываются тремя диаграммами Рис. 8.

КЭД диаграммы отдельно калибровочно инвариантны и конечны. Их вклад, проинтегрированный по полному фазовому объёму тормозного излучение фотонов, равен⁵

$$\Gamma_f^{\text{КЭД}} = \Gamma_f^{(0)} \left(1 + \frac{3\alpha}{4\pi} Q_f^2 \right). \quad (110)$$

⁵Наиболее короткий и последовательный вывод этого выражения в безмассовой теории в размерной регуляризации содержится в лекциях [60].

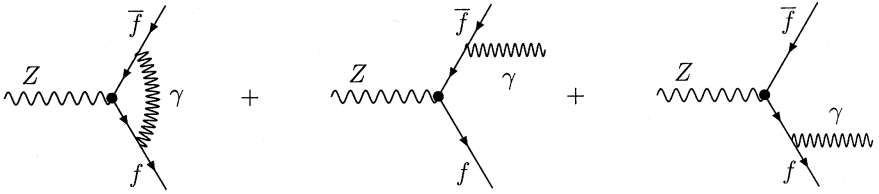


Рис. 8. Процесс $Z \rightarrow f\bar{f}$; КЭД поправки.

3.3.3 Амплитуда $Z \rightarrow f\bar{f}$ распада в OMS схеме

Все остальные однопетлевые диаграммы формируют электрослабые поправки. Они — другой калибровочно инвариантный набор диаграмм. Напомним, что все контрчлены фиксированы так, что все внешние линии остаются неизменёнными после учёта радиационных поправок, следовательно только вершинная диаграмма и контрчлены вершинного типа дают вклад, см. Рис. 9.

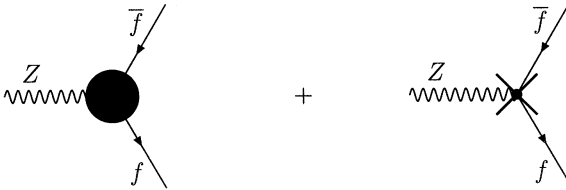


Рис. 9. Процесс $Z \rightarrow f\bar{f}$; фермионная вершина и её контрчлен.

Эффект радиационных поправок может быть параметризован с помощью *формфакторов амплитуды*. В безмассовом приближении, амплитуда имеет Борно-подобную структуру с только двумя формфакторами; в LQ -базисе имеем,

$$V_{\mu}^{Zf\bar{f}} = (2\pi)^4 i \frac{ig^3}{16\pi^2 2c_w} \gamma_{\mu} \left[I_f^{(3)} F_L(M_Z^2) \gamma_{+} - 2Q_f s_w^2 F_Q(M_Z^2) \right]. \quad (111)$$

Мы видим, что единственное отличие от Борновского случая — это замена

$$1 \rightarrow \frac{g^2}{16\pi^2} F_{L,Q}(M_Z^2), \quad (112)$$

с помощью которой сразу получаем поправленную парциальную Z ширину, Γ_f , и которую, в принципе, можно сравнивать с экспериментальными данными.

3.3.4 Z ширина в однопетлевом приближении

Рассмотрим сумму Борновской амплитуды и амплитуды однопетлевого приближения:

$$V_{\mu}^{\text{cor}}(M_Z^2) \propto \frac{ie}{2s_w c_w} \gamma_{\mu} \left[I_f^{(3)} f_L \gamma_{+} - 2Q_f s_w^2 f_Q \right]$$

$$= \frac{ie f_L}{2s_w c_w} \gamma_\mu \left[I_f^{(3)} \gamma_+ - 2Q_f s_w^2 (1 + f_Q - f_L) \right], \quad (113)$$

где

$$f_{L(Q)} = 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} F_{L(Q)} (M_Z^2). \quad (114)$$

Используя определение Δr ,

$$\frac{e}{s_w c_w} = \sqrt{2\sqrt{2} G_F M_Z^2} \left(1 - \frac{1}{2} \Delta r \right), \quad (115)$$

можно исключить отношение $e/(s_w c_w)$ в пользу константы Ферми G_F и в результате $F_{L(Q)} (M_Z^2)$ получают сдвиги на $-\Delta r/2$. Эта процедура исключает также и бегущую КЭД константу связи $\Delta\alpha(M_Z^2)$ из $F_{L(Q)} (M_Z^2)$ и, до некоторой степени, минимизирует радиационные поправки, поскольку $\Delta\alpha(M_Z^2)$ содержит большие логарифмы. Определим две эффективные константы связи ρ_Z^f и κ_Z^f ⁶:

$$\begin{aligned} \rho_Z^f &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[2F_L (M_Z^2) - \delta_\mu^{ew} \right], \\ \kappa_Z^f &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[F_Q (M_Z^2) - F_L (M_Z^2) \right]. \end{aligned} \quad (116)$$

В терминах этих величин однопетлевая парциальная ширина $Z \rightarrow f\bar{f}$ распада становится равной:

$$\Gamma_f = \frac{G_F M_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} c_f \rho_Z^f \left[(v_{\text{eff}}^f)^2 R_V^f + (I_f^{(3)})^2 R_A^f \right], \quad (117)$$

где

$$\begin{aligned} v_{\text{eff}}^f &= I_f^{(3)} - 2Q_f \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f, \\ \sin^2 \theta_{\text{eff}}^f &= \kappa_Z^f s_w^2. \end{aligned} \quad (118)$$

В (117), мы включили факторы R_V^f и R_A^f , которые аккумулируют КЭД и КХД поправки в конечном состоянии. Поправки низшего порядка КЭД \oplus КХД могут быть получены из (110), если вспомнить цветовой КХД фактор $4/3$:

$$R_V^f = R_A^f = 1 + \frac{3\alpha}{4\pi} Q_f^2 + \frac{\alpha_s}{\pi}. \quad (119)$$

К настоящему времени вычислено много больше членов в разложении по α_s :

$$\begin{aligned} R_V^f &= 1 + \frac{3\alpha(M_Z^2)}{4\pi} Q_f^2 + \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} - \frac{\alpha(M_Z^2)}{4\pi} \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} Q_f^2 + C_V^{(2)} \left(\frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} \right)^2 + \dots \\ R_A^f &= 1 + \frac{3\alpha(M_Z^2)}{4\pi} Q_f^2 + \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} - \frac{\alpha(M_Z^2)}{4\pi} \frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} Q_f^2 + C_A^{(2)} \left(\frac{\alpha_s(M_Z^2)}{\pi} \right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (120)$$

⁶В весьма общем смысле можно дать и такое определение: *Псевдо-наблюдаемая это величина построенная из калибровочно-инвариантных формфакторов амплитуды некоторого процесса*. Например, в рассматриваемом случае Z распада эффективные константы связи ρ_Z^f и κ_Z^f — типичные псевдо-наблюдаемые.

и они действительно необходимы для того, чтобы теоретическая точность отвечала высокой экспериментальной точности. Все существующие в мировой литературе КЭД \otimes КХД поправки имплементированы в программу ZFITTER.

3.3.5 Суммирование больших поправок

Подобно тому, как это было сделано для Δr , мы должны улучшить однопетлевое приближение. Определим ведущие (L) и остаточные (rem) вклады в ρ_Z^f и κ_Z^f :

$$\begin{aligned}\rho_Z^f &= 1 + \rho_L^f + \rho_{\text{rem}}^f, \\ \kappa_Z^f &= 1 + \kappa_L^f + \kappa_{\text{rem}}^f.\end{aligned}\quad (121)$$

После того как мы использовали соотношение (115) и нормировали амплитуду на константу Ферми G_F , все большие поправки содержащие $\alpha^{\text{fer}}(M_Z^2)$ автоматически учли, следовательно, в отличие от того, что имело место при пересуммировании Δr , здесь надо пересуммировать только m_t^2 -усиленные члены. Подобно Δr , рассчитывается:

$$\rho_Z^f = \frac{1 + \rho_{\text{rem}}^f}{1 + \frac{\sqrt{2}G_F M_Z^2 s_W^2 c_W^2}{\pi\alpha} \rho_L^f}.\quad (122)$$

Тогда как для κ надо следовать слегка другой процедуре,

$$\kappa_Z^f = \left(1 + \kappa_{\text{rem}}^f\right) \left(1 + \frac{\sqrt{2}G_F M_Z^2 s_W^2 c_W^2}{\pi\alpha} \kappa_L^f\right) + \frac{1}{s_W^2} \text{Im-parts},\quad (123)$$

где добавлены некоторые Im-части (см раздел 6.11.6.3 книги [54]). Это члены второго порядка, усиленные как $\pi^2 n_f$, которые должны быть учтены, если ведущие двухпетлевые поправки добавлены.

Ведущие вклады сконструированы из калибровочно инвариантной, m_t^2 -усиленной величины $\Delta\rho^F$ следующим образом

$$\rho_L^f = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{s_W^2} \Delta\rho^F, \quad \kappa_L^f = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{c_W^2}{s_W^4} \Delta\rho^F = \Delta r_L.\quad (124)$$

Включение неприводимых эффектов высших порядков реализуется посредством модификации ведущих и остаточных членов. Подобно Δr :

$$\begin{aligned}\Delta r_L &\rightarrow \Delta r_L + \Delta r_L^{\text{ho}}, \\ \rho_{\text{rem}}^f &\rightarrow \rho_{\text{rem}}^f + \rho_{\text{rem}}^{f,\text{ho}}, \\ \kappa_{\text{rem}}^f &\rightarrow \kappa_{\text{rem}}^f + \kappa_{\text{rem}}^{f,\text{ho}}.\end{aligned}\quad (125)$$

Численные результаты для $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^e$, рассчитанные с учётом пересуммирования ведущих поправок, а также ведущих и субведущих двухпетлевых неприводимых электрослабых поправок $\mathcal{O}(G_F^2 m_t^4)$ и $\mathcal{O}(G_F^2 m_t^2 M_Z^2)$ показаны в Таблице 2.

Таблица 2. $O_{MS} \sin^2 \theta_{\text{eff}}^e$.

m_t [ГэВ]	M_H [ГэВ]		
	65	300	1000
170.1	0.23109	0.23187	0.23253
175.6	0.23090	0.23168	0.23234
181.1	0.23070	0.23149	0.23215

Эта Таблица наглядно иллюстрирует, что $\sin^2 \theta_{\text{eff}}^e$ достаточно чувствителен к вариации как m_t , так и M_H . Сравнение типичного изменения из-за вариации массы бозона Хиггса ~ 0.00045 с современной комбинированной экспериментальной ошибкой ~ 0.00017 иллюстрирует одну из основных причин почему современная точность уже обеспечивает хорошую чувствительность к массе бозона Хиггса (см. Рис. 1).

3.4 Реалистические наблюдаемые в процессе $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$

Для этого процесса, также как и для Z распада, можно рассматривать калибровочно инвариантный набор КЭД диаграмм: КЭД вершины, и $\gamma\gamma$ и $Z\gamma$ боксы. Их надо рассматривать совместно с четырьмя диаграммами КЭД тормозного излучения, Рис. 10. Сумма всех КЭД диаграмм свободна от инфракрасных расходимостей.

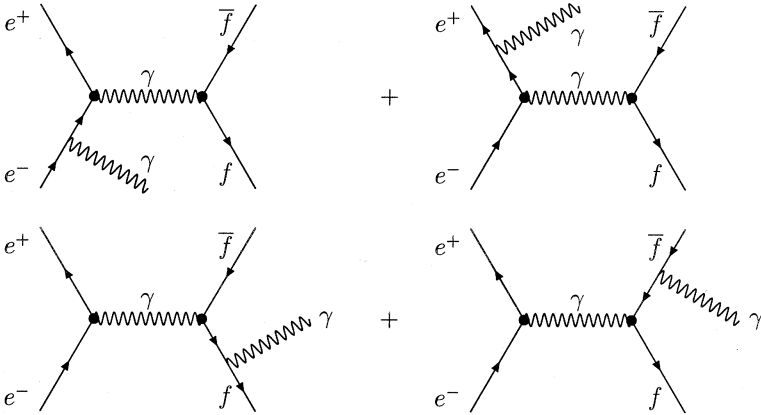


Рис. 10. Тормозное излучение в процессе $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}\gamma$.

3.4.1 Однопетлевые поправки и для процесса $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$

Оставшиеся однопетлевые диаграммы формируют *не-КЭД* или *слабые* поправки. Полная слабая амплитуда может быть представлена как сумма *одетых* ампли-

туд γ и Z обменов плюс вклад от диаграмм *слабых боксов*, т.е. ZZ и WW боксов.

Фермионные петли отдельно калибровочно инвариантны и могут быть пере-суммированы. Бозонные петли должны быть разложены до первого порядка. Одетые γ и Z обмены могут быть символически изображены как это показано на Рис. 11–13.

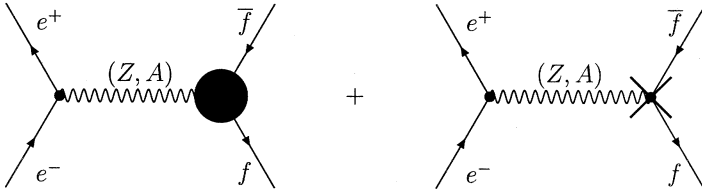


Рис. 11. Процесс $e^+e^- \rightarrow (Z, A) \rightarrow f\bar{f}$; Фермионная вершина в конечном состоянии и её контрчлен.

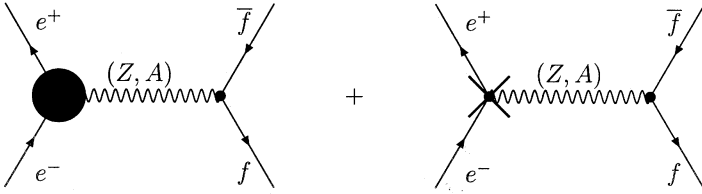


Рис. 12. Процесс $e^+e^- \rightarrow (Z, A) \rightarrow f\bar{f}$; Электронная вершина и её контрчлен.

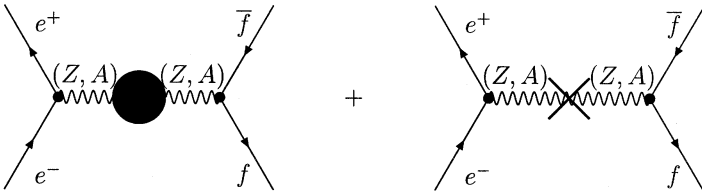


Рис. 13. Процесс $e^+e^- \rightarrow (Z, A) \rightarrow f\bar{f}$; Собственные энергии и кинетические контрчлены.

Если внешние фермионные массы пренебрегаются, то полная однопетлевая амплитуда (OLA) быть описана только четырьмя скалярными функциями и бегущей электромагнитной константой $\alpha^{\text{fer}}(s)$.

Имеются два способа представления одетой амплитуды:

– через четыре скалярных формфактора, $F_{ij}(s, t)$ (в этом случае они зависят

от s, t , и зависимость от Мандельштамовского инварианта t обязана слабым боксам),

$$\mathcal{A}_{z+A}^{\text{OLA}} = \frac{e^2 I_e^{(3)} I_f^{(3)}}{4s_w^2 c_w^2} \chi_Z(s) \left\{ \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu \gamma_+ F_{LL}(s, t) - 4|Q_e|s_w^2 \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \gamma_+ F_{QL}(s, t) - 4|Q_f|s_w^2 \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu F_{LQ}(s, t) + 16|Q_e Q_f|s_w^4 \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu F_{QQ}(s, t) \right\}; \quad (126)$$

– через четыре эффективные константы связи $\rho_{ef}(s, t)$ и $\kappa_{ij}(s, t)$,

$$\mathcal{A}_{z+A}^{\text{OLA}} = \sqrt{2} G_F I_e^{(3)} I_f^{(3)} M_Z^2 \chi_Z(s) \rho_{ef}(s, t) \left\{ \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu \gamma_+ - 4|Q_e|s_w^2 \kappa_e(s, t) \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \gamma_+ - 4|Q_f|s_w^2 \kappa_f(s, t) \gamma_\mu \gamma_+ \otimes \gamma_\mu + 16|Q_e Q_f|s_w^4 \kappa_{ef}(s, t) \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu \right\}. \quad (127)$$

Поправленная амплитуда γ -обмена по построению содержит только КЭД бегущую константу связи $\alpha^{\text{fer}}(s)$:

$$\mathcal{A}_\gamma^{\text{OLA}} = \frac{4\pi\alpha^{\text{fer}}(s)}{s} \gamma_\mu \otimes \gamma_\mu. \quad (128)$$

Остальные поправки к фотонному обмену всегда можно сдвинуть в Z обменную амплитуду, поскольку обе содержат структуру $\gamma_\mu \otimes \gamma_\mu$.

Эффективные константы связи ρ и κ 's связаны с формфакторами и величиной Δr (или δ_μ^{ew}) посредством соотношений:

$$\begin{aligned} \rho_{ef} &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[F_{LL}(s, t) - \delta_\mu^{ew} \right], \\ \kappa_e &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[F_{QL}(s, t) - F_{LL}(s, t) \right], \\ \kappa_f &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[F_{LQ}(s, t) - F_{LL}(s, t) \right], \\ \kappa_{ef} &= 1 + \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left[F_{QQ}(s, t) - F_{LL}(s, t) \right]. \end{aligned} \quad (129)$$

Явные выражения для всех формфакторов и эффективных констант связи можно найти в [27] и [54]. Они являются основным “ядром формул” программы ZFITTER.

3.4.2 Свёртка с КЭД излучением

Обсудим кратко последующую **цепь вычислений**, реализованную в программе ZFITTER. Используя амплитуды однопетлевого приближения (OLA), (127)–(129), которые также называются амплитудами улучшенного Борновского приближения (IBA), можно **вычислить соответствующие ИВА сечения**. Последние

иногда называют *дважды несвёрнутыми сечениями*, т.е. сечениями перед последующей *свёрткой (конволюцией)* с излучением в начальном (ISR) и конечном (FSR) состоянии. Удобно также ввести понятие *единожды несвёрнутого сечения*, т.е. сечения с учётом FSR но без ISR; последнее является функцией редуцированной с.п.с. энергии s' и возможных кинематических катов в конечном состоянии. Итак, естественный следующий шаг: **от IBA → к IBA ⊕ сечениям поправленным на FSR**. В результате мы получим *ядро сечения* для последующей конволюции с ISR.

$$\sigma^{\text{dec}} = \hat{\sigma}(s', \text{cuts}). \tag{130}$$

Окончательный шаг: **от IBA ⊕ FSR сечений → к полным КЭД свёрнутым сечениям**, которые учитывают многократное тормозное излучение реальных фотонов ISR, виртуальные ISR поправки и поправки за счёт излучения реальных и виртуальных ненаблюдаемых пар, как это символически показано на Рис. 14.

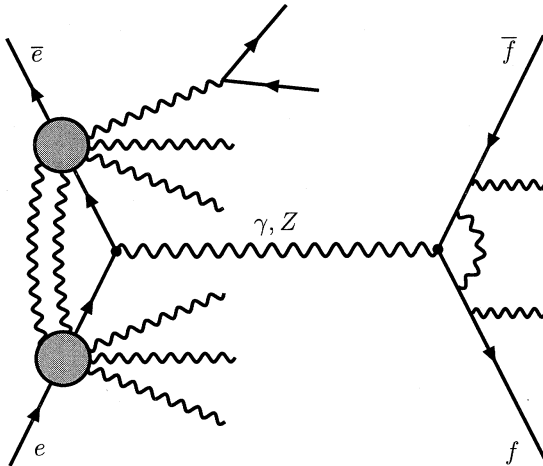


Рис. 14. ISR ⊕ FSR QED поправки для $e\bar{e} \rightarrow (Z, \gamma) \rightarrow f\bar{f}$.

ISR поправки в программе ZFITTER учитываются с помощью метода *функций (FF)*, $H(x; s)$, который развивался в конце восьмидесятых – начале девяностых годов в работах [16] – [21].

КЭД свёрнутое сечение $\sigma(s)$ связано с ядром-сечением интегралом конволюции:

$$\sigma(s) = \int_0^{1-s_0/s} dx H(x; s) \hat{\sigma}((1-x)s) \tag{131}$$

где FF-функция H может быть представлена как сумма виртуальных+мягко-

фотонных (V+S) и жестко-фотонных (H) вкладов:

$$H(x; s) = \beta x^{\beta-1} \delta^{V+S} + \delta^H, \quad \beta = \frac{2\alpha}{\pi} (L-1), \quad L = \ln \frac{s}{m_e^2}, \quad (132)$$

с экспоненцированным (V+S) фотонным вкладом.

FF-функция известна в литературе точно вплоть до членов $\mathcal{O}(\alpha^2)$, и вплоть до $\mathcal{O}(\alpha^3 L^3)$ в приближении *ведущих логарифмов* (LLA).

В основе программы ZFITTER лежат наши собственные вычисления однопетельных КЭД и ЭС поправок. Они дополнены многими поправками высших порядков имеющимися в литературе (КЭД, КХД, ЭС). Обзор мировых результатов и соответствующие ссылки можно найти в моём недавнем мини-рапортёрском докладе на конференции ICHEP'99 в Тампере [36].

4 Аналитический подход к четырех-фермионным процессам, проект GENTLE

При энергиях LEP2, мы находимся выше порога парного рождения векторных бозонов WW , ZZ , которые моментально распадаются на фермион-антифермионную пару, поэтому основными процессами будут процессы четырех-фермионного рождения:

$$e^+(p_+) e^-(p_-) \rightarrow f_1(q_1) \bar{f}_2(q_2) f_3(q_3) \bar{f}_4(q_4). \quad (133)$$

Даже на древесном уровне они описываются большим числом Фейнмановских диаграмм (от 6 — в случае образования двух пар неэлектронных нейтрино, до 144 — в случае рождения двух электрон-позитронных пар). Удобная классификация четырех-фермионных процессов, принятая сейчас во всём мире, была впервые предложена в нашей работе [41].

Работы по четырех-фермионной физике проводились в нашей группе начиная с 1992г. Расчёты выполнялись как в древесном приближении, так и с учётом КЭД ISR поправок методом flux-функций, [38]–[48]. Полученные результаты были реализованы в 1995г в программе GENTLE, [49]–[50], широко использовавшейся в последние 6 лет всеми коллаборациями LEP для оценки теоретических неопределённостей полного сечения процесса $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, см. Рис. 15 известный под именем *The Green-Band*.

4.1 NC24-процесс

В качестве типичного примера рассмотрим процесс:

$$e^+(p_+) e^-(p_-) \rightarrow b(q_1) \bar{b}(q_2) l(q_3) \bar{l}(q_4). \quad (134)$$

описываемый 24 диаграммами приведенными на Рис. 16–18. Прежде всего имеем подбор 8-ми диаграмм Фейнмана конверсионного типа (NC08), Рис. 16, содержащий две дважды резонирующие ZZ диаграммы:

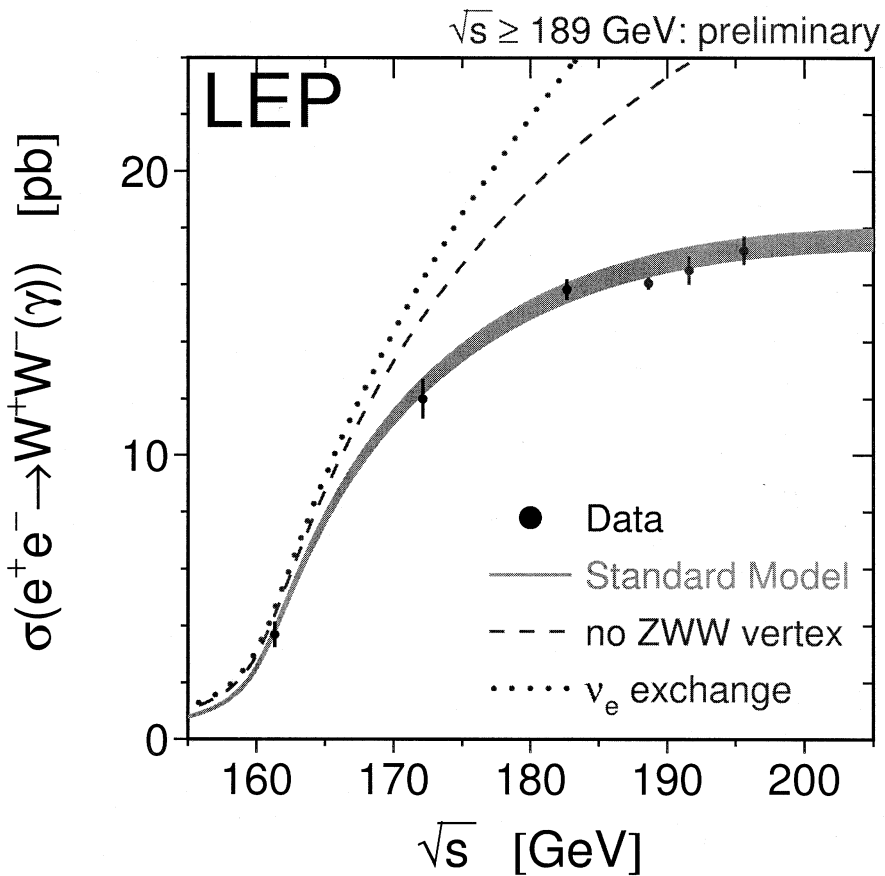


Рис. 15. *The Green-Band*. Кривая показывает зависимость полного сечения процесса $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ от энергии. Точки — экспериментальные данные. Утолщённая кривая — теоретическое предсказание СМ с учётом теоретической неопределённости, оцененной с помощью программы GENTLE

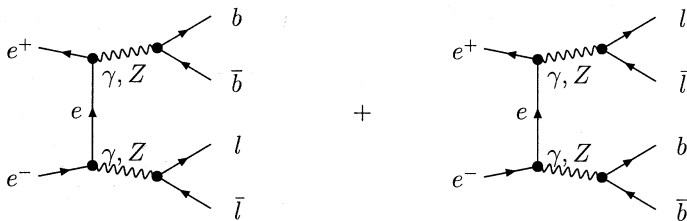


Рис. 16. Первая восьмёрка: NC08 поднабор диаграмм.

Далее имеется восьмёрка диаграмм типа “рождения пар”, Рис. 17. И наконец восемь диаграмм получающихся перестановкой $b \leftrightarrow l$, см Рис. 18.

Диаграмму с обменом бозоном Хиггса следует добавить только в случае процесса с $f_2 = b$. (Только $Hb\bar{b}$ -связь существенна в СМ.)

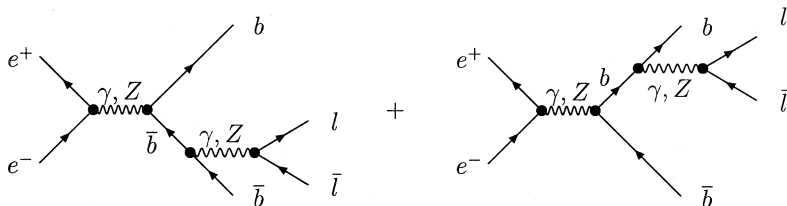


Рис. 17. Вторая восьмёрка диаграмм принадлежащих процессу NC24.

Фазовый объём процесса параметризуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 d\Omega &= \prod_{i=1}^4 \frac{d^3 q_i}{2 E_i} \delta \left(p_- + p_+ - \sum_i q_i \right) \\
 &= 2\pi \frac{\lambda^{1/2}(s, s_1, s_2)}{8s} \frac{\lambda^{1/2}(s_1, m_1^2, m_1^2)}{8s_1} \frac{\lambda^{1/2}(s_2, m_2^2, m_2^2)}{8s_2} ds_1 ds_2 d \cos \theta d\Omega_1 d\Omega_2,
 \end{aligned} \tag{135}$$

где

$$s = -(p_- + p_+)^2, \quad s_1 = -(q_1 + q_2)^2, \quad s_2 = -(q_3 + q_4)^2. \tag{136}$$

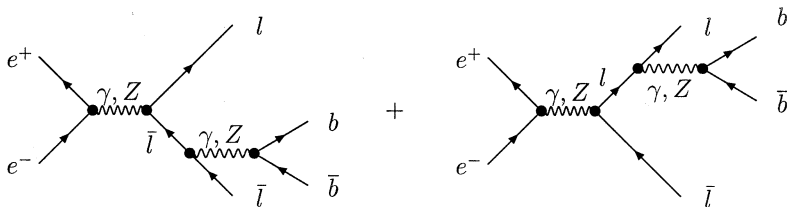


Рис. 18. Третья восьмёрка диаграмм принадлежащих процессу NC24.

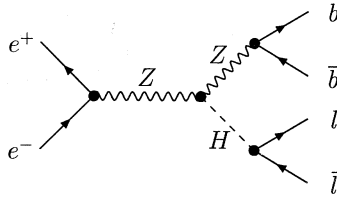


Рис. 19. Дополнительная диаграмма в NC25 процессе.

Далее, θ — угол между векторами $\vec{q}_1 + \vec{q}_2$ и \vec{p}_- , а $d\Omega_{1,2} = d \cos \theta_{1,2} d\phi_{1,2}$ — сферические углы $\vec{p}_{1,3}$ в системе покоя компаунд-систем $(b\bar{b})$ и $(l\bar{l})$, соответственно. Легко находятся границы фазового объёма:

$$\begin{aligned} 4m_1^2 \leq s_1 \leq (\sqrt{s} - 2m_2)^2, & \quad 4m_2^2 \leq s_2 \leq (\sqrt{s} - \sqrt{s_1})^2, \\ -1 \leq \cos \theta, \cos \theta_1, \cos \theta_2 \leq 1, & \quad 0 \leq \phi_1, \phi_2 \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (137)$$

Дифференциальное сечение процесса возможно проинтегрировать по всем угловым переменным, оставляя интегрирование по двум инвариантным массам s_1 и s_2 для последующего численного интегрирования с учётом экспериментальных катов \bar{s}_1, \bar{s}_2 . Такое сечение можно представить как

$$\sigma(s) = \int_{\bar{s}_1}^s ds_1 \int_{\bar{s}_2}^{(\sqrt{s} - \sqrt{s_1})^2} ds_2 \sum_{k=1}^{10} \frac{d\sigma_k(s, s_1, s_2)}{ds_1 ds_2}, \quad (138)$$

где индекс k пробегает 10 значений, отвечающих вкладам:

- $k = 1$ – всех диаграмм Рис. 16, включая всевозможные интерференции;
- $k = 2$ – всех диаграмм Рис. 17;
- $k = 3$ – всех диаграмм Рис. 18;
- $k = 4, 5, 6$ – интерференции Рис. 17 с Рис. 18 и Рис. 16 с Рис. 17 и Рис. 18, соответственно;
- $k = 7$ – интерференции Рис. 19 и Рис. 16;
- $k = 8, 9$ – интерференции Рис. 19 с Рис. 17 и Рис. 18;
- $k = 10$ – квадрату диаграммы Рис. 19.

Всего имеется 325 интерференций между 25 диаграммами, которые можно редуцировать только к четырём структурам, что приводит к очень компактному результату. Каждое сечение представляется в виде произведения *связующих функций* \mathcal{C} на *кинематические функции* \mathcal{G} , зависящие только от переменных s, s_1 и s_2 , [41]–[42] и [44]–[46]:

$$\frac{d^2\sigma_1(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{422}(e, s; l, s_1; b, s_2) \mathcal{G}_{422}(s; s_1, s_2), \quad (139)$$

где

$$\mathcal{G}_{422}(s; s_1, s_2) = \frac{s^2 + (s_1 + s_2)^2}{s - s_1 - s_2} \mathcal{L}(s; s_1, s_2) - 2, \quad (140)$$

$$\mathcal{L}(s; s_1, s_2) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \ln \frac{s - s_1 - s_2 + \sqrt{\lambda}}{s - s_1 - s_2 - \sqrt{\lambda}}, \quad \lambda = \lambda(s, s_1, s_2). \quad (141)$$

Связующие функции \mathcal{C} содержат пропагаторы калибровочных бозонов и собственно константы связи. Пусть $\{N\}$ — набор $\{i, k, j, l\}$, тогда

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{422}(e, s; f_1, s_1; f_2, s_2) &= \frac{2s_1 s_2}{(6\pi^2)^2} \text{Re} \sum_{V_i, V_j, V_k, V_l = \gamma, Z} \frac{1}{D_{V_i}(s_1)} \frac{1}{D_{V_j}(s_2)} \frac{1}{D_{V_k}^*(s_1)} \frac{1}{D_{V_l}^*(s_2)} \\ &\times \left[\prod_{n \in \{N\}} L(e, V_n) + \prod_{n \in \{N\}} R(e, V_n) \right] \\ &\times \left[\prod_{n=i, k} L(f_1, V_n) + \prod_{n=i, k} R(f_1, V_n) \right] N_c(f_1) \\ &\times \left[\prod_{n=j, l} L(f_2, V_n) + \prod_{n=j, l} R(f_2, V_n) \right] N_c(f_2). \end{aligned} \quad (142)$$

с левыми и правыми константами связи векторных бозонов с фермионами f :

$$L(f, \gamma) = R(f, \gamma) = \frac{eQ_f}{2}, \quad L(R)(f, Z) = \frac{e}{4s\theta c_\theta} (v_f \pm a_f). \quad (143)$$

Пропагаторы равны

$$D_V(s) = s - M_V^2 + i\sqrt{s}\Gamma_V(s), \quad (144)$$

где для фотона следует использовать: $M_\gamma = \Gamma_\gamma = 0$, а для Z бозона — полюсную массу и s -зависимую ширину, $\Gamma_Z(s) = \sqrt{s}\Gamma_Z/M_Z$. Другие сечения равны

$$\frac{d^2\sigma_2(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{422}(b, s_2; e, s; l, s_1) \mathcal{G}_{422}(s_2; s, s_1), \quad (145)$$

$$\frac{d^2\sigma_3(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{422}(l, s_1; b, s_2; e, s) \mathcal{G}_{422}(s_1; s_2, s), \quad (146)$$

$$\frac{d^2\sigma_4(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{233}(e, s; l, s_1; b, s_2) \mathcal{G}_{233}(s; s_1, s_2), \quad (147)$$

$$\frac{d^2\sigma_5(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{233}(l, s_1; b, s_2; e, s) \mathcal{G}_{233}(s_1; s_2, s), \quad (148)$$

$$\frac{d^2\sigma_6(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{233}(b, s_2; e, s; l, s_1) \mathcal{G}_{233}(s_2; s, s_1). \quad (149)$$

Все они выражаются только через одну новую кинематическую функцию $\mathcal{G}_{233}(s; s_1, s_2)$,

$$\mathcal{G}_{233}(s; s_1, s_2) = \frac{3}{\lambda^2} \left\{ 4s[ss_1(s-s_1)^2 + ss_2(s-s_2)^2 + s_1s_2(s_1-s_2)^2] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \times \mathcal{L}(s_2; s, s_1) \mathcal{L}(s_1; s_2, s) \\
& + (s + s_1 + s_2) \left[2s \left[(s - s_2)^2 + s_1(s - 2s_1 + s_2) \right] \mathcal{L}(s_2; s, s_1) \right. \\
& \quad + 2s \left[(s - s_1)^2 + s_2(s + s_1 - 2s_2) \right] \mathcal{L}(s_1; s_2, s) \\
& \quad \left. + 5s^2 - 4s(s_1 + s_2) - (s_1 - s_2)^2 \right], \quad (150)
\end{aligned}$$

и одну связующую функцию,

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{233}(e, s; f_1, s_1; f_2, s_2) &= \frac{2ss_1s_2}{(6\pi^2)^2} \text{Re} \sum_{V_i, V_j, V_k, V_l = \gamma, Z} \frac{1}{D_{V_i}(s)} \frac{1}{D_{V_j}(s_2)} \frac{1}{D_{V_k}^*(s)} \frac{1}{D_{V_l}^*(s_1)} \\
& \times \left[\prod_{n=i,k} L(e, V_n) + \prod_{n=i,k} R(e, V_n) \right] \\
& \times \left[\prod_{n=i,j,l} L(f_1, V_n) - \prod_{n=i,j,l} R(f_1, V_n) \right] N_c(f_1) \\
& \times \left[\prod_{n=j,k,l} L(f_2, V_n) - \prod_{n=j,k,l} R(f_2, V_n) \right] N_c(f_2), \quad (151)
\end{aligned}$$

с различными перестановками аргументов.

При $\lambda \rightarrow 0$, $\mathcal{G}_{233}(s; s_1, s_2)$ конечна:

$$\mathcal{G}_{233}(s; s_1, s_2) \rightarrow -\frac{19s^2 - (s_1 - s_2)^2}{s s^2 - (s_1 - s_2)^2}. \quad (152)$$

Наконец, последние четыре сечения, связанные с диаграммой Рис. 19, равны

$$\frac{d^2\sigma_{10}(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \mathcal{C}_{222}(b, s_2; e, s; \mu, s_1) \mathcal{G}_{222}(s_2; s, s_1), \quad (153)$$

где

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{222}(b, s_2; e, s; \mu, s_1) &= \frac{2}{(6\pi^2)^2} m_b^2 C_H^4 \frac{1}{|D_Z(s)|^2 |D_Z(s_1)|^2 |D_H(s_2)|^2} \\
& \times \left[L(e, Z) L(e, Z) + R(e, Z) R(e, Z) \right] N_c(b) \\
& \times \left[L(\mu, Z) L(\mu, Z) + R(\mu, Z) R(\mu, Z) \right] N_c(\mu), \quad (154)
\end{aligned}$$

и

$$\mathcal{G}_{222}(s_2; s, s_1) = \frac{1}{4} s_2 (\lambda + 12s s_1). \quad (155)$$

Далее, $C_H = e/(4s_\theta c_\theta)$. В амплитудах мы можем использовать $e = \sqrt{4\pi\alpha(4M_W^2)}$ и $\alpha(2M_W) = 1/128.07$ и определить $s_W^2 = \pi\alpha(4M_W^2)/(\sqrt{2}M_W^2 G_F)$. В пропагаторе фотона следует использовать $e(s_1)$.

Две интерференции между Рис. 19 и двумя восьмёрками Рис. 16 и Рис. 18 исчезают,

$$d^2\sigma_7 = d^2\sigma_8 = 0, \quad (156)$$

после углового интегрирования в системе покоя компаунда $b\bar{b}$.

Только интерференция диаграммы Рис. 19 с Рис. 17 даёт вклад:

$$\frac{d^2\sigma_9(s; s_1, s_2)}{ds_1 ds_2} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi s^2} \left[\mathcal{C}_{322}(b, s_2; e, s; \mu, s_1) \mathcal{G}_{322}(s_2; s, s_1) + C_{322}^a(b, s_2; e, s; \mu, s_1) \mathcal{G}_{322}^a(s_2; s, s_1) \right], \quad (157)$$

и выражается через две новые связующие функции:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{322}(b, s_2; e, s; \mu, s_1) &= \frac{2}{(6\pi^2)^2} m_b^2 C_H^2 \\ &\times \text{Re} \sum_{V_1, V_2=\gamma, Z} \frac{1}{D_Z(s) D_Z(s_1) D_H(s_2) D_{V_1}^*(s) D_{V_2}^*(s_1)} \\ &\times [L(e, Z)L(e, V_1) + R(e, Z)R(e, V_1)] \\ &\times [L(\mu, Z)L(\mu, V_2) + R(\mu, Z)R(\mu, V_2)] N_c(\mu) \\ &\times [L(b, V_1)L(b, V_2) + R(b, V_1)R(b, V_2)] N_c(b), \end{aligned} \quad (158)$$

$$\begin{aligned} C_{322}^a(b, s_2; e, s; \mu, s_1) &= \frac{2}{(6\pi^2)^2} m_b^2 C_H^2 \\ &\times \text{Re} \sum_{V_1, V_2=\gamma, Z} \frac{1}{D_Z(s) D_Z(s_1) D_H(s_2) D_{V_1}^*(s) D_{V_2}^*(s_1)} \\ &\times [L(e, Z)L(e, V_1) + R(e, Z)R(e, V_1)] \\ &\times [L(\mu, Z)L(\mu, V_2) + R(\mu, Z)R(\mu, V_2)] N_c(\mu) \\ &\times [L(b, V_1) - R(b, V_1)] [L(b, V_2) - R(b, V_2)] N_c(b), \end{aligned} \quad (159)$$

и две новые кинематические функции:

$$\mathcal{G}_{322}(s_2; s, s_1) = -2s s_1 [(s + s_1 - 2s_2) \mathcal{L}(s_2; s, s_1) + 2], \quad (160)$$

$$\mathcal{G}_{322}^a(s_2; s, s_1) = -s_2 [4s s_1 \mathcal{L}(s_2; s, s_1) + s_2 - s - s_1]. \quad (161)$$

Они зависят от массы m_b^2 кварка происходящей как от связи бозона Хигса с b -кварками, так и от b -кваркового шпура.

4.2 Другие четырех-фермионные процессы

Приведенные в предыдущем разделе формулы описывают большое число процессов

$$e^+(p_+) e^-(p_-) \rightarrow f_1(q_1) \bar{f}_1(q_2) f_2(q_3) \bar{f}_2(q_4), \quad (162)$$

принадлежащих NC32 классу. Полученные результаты тривиально обобщаются на процессы с четырьмя кварками в конечном состоянии, где, кроме γ и Z обменов, надо учесть обмен глюонами в диаграммах типа образования пар, тогда

как конверсионный вклад, σ_1 , остаётся неизменным. Глюонные вклады в σ_5 and σ_6 исчезают из-за нулевого цветового шпура, но σ_2 , σ_3 , и σ_4 получают добавочные вклады. Сумма по калибровочным бозонам в связующих функциях C в (145)–(147) должна распространиться и на глюоны. Глюонные константы связи с кварками равны

$$L(q, g) = R(q, g) = \frac{1}{2} \sqrt{4\pi\alpha_s}, \quad (163)$$

и глюонный пропагатор выглядит также, как и фотонный.

Далее, цветовой фактор $N_c(f_1)N_c(f_2)$ должен быть заменён на фактор $(N_c^2 - 1)/4 = 2$ для всех интерференций с двумя глюонами, и он равен нулю, в случае, если только один калибровочный бозон заменяется на глюон.

В работе [47] этот подход был распространён на семейство процессов CC11 к которой принадлежат три дважды резонирующие CC03 диаграммы, изображённые на Рис. 20.

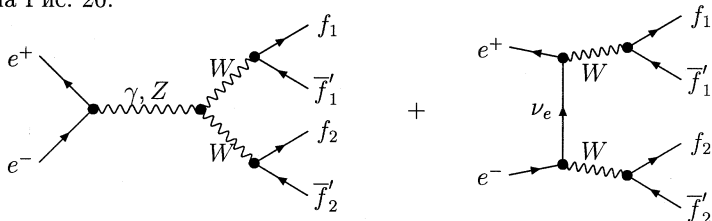


Рис. 20. CC03 диаграммы, аннигиляция \oplus конверсия.

Остальные диаграммы семейства CC11 являются однорезонансными, они приведены на Рис. 21.

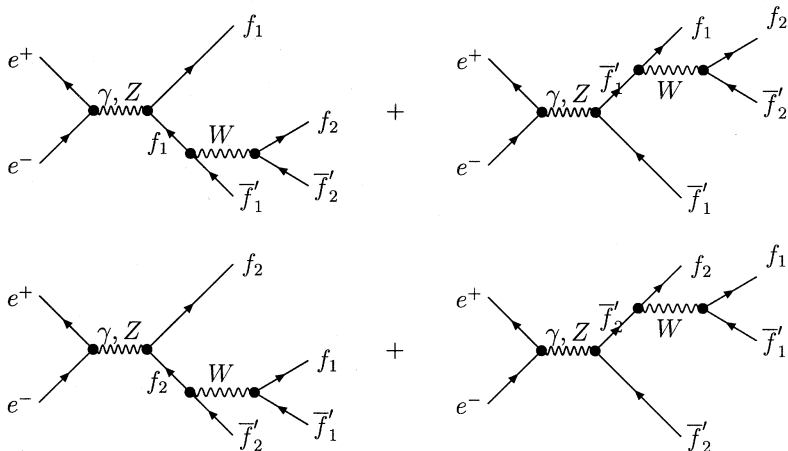


Рис. 21. Диаграммы принадлежащие семейству CC11.

Наконец в работах [39], [43] и [48] этот полу-аналитический подход был распространён на описание ISR в процессах CC03 и NC08, и также привёл к довольно элегантным формулам записанным в виде трёхкратных интегралов по инвариантным переменным s' , s_1 и s_2 .

Все эти результаты лежат в основе программы GENTLE, широко использовавшейся в рамках CERN-овских рабочих совещаний [52] и [53].

4.3 Применение программы GENTLE для анализа двух-фермионных процессов

В последние два года программа GENTLE получила второе рождение в рамках рабочего совещания в CERN'е в 1999-2000гг.

NC32 ветвь программы GENTLE была адаптирована для вычисления вклада ненаблюдаемых фермион-анти-фермионных пар от четырех-фермионных процессов в двух-фермионный сигнал. Таким образом, программы ZFITTER и GENTLE объединились в тандем для прецизионных расчётов при энергиях LEP2. Полученные этим тандемом результаты детально представлены в отчёте [37].

Заключение

Сформулируем основные результаты 25 летней деятельности по теоретической поддержке экспериментов в области Z резонанса на LEP1/SLC и при энергиях ускорителя LEP2, вошедшие в эту диссертацию.

1. **1976–1982** Сформулирована и реализована схема перенормировок OMS для вычисления однопетлевых поправок в СМ.
2. **1983–1989** Вычислены однопетлевые амплитуды для большого количества НЕР процессов: распадов, упругого и глубоко неупругого рассеяния и аннигиляции (только расчёты для e^+e^- аннигиляции вошли в эту диссертацию).
3. **1988–1992** Вычислены однопетлевые КЭД поправки к угловым распределениям, асимметриям и полным сечениям процессов $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$. Все результаты представлены в виде интегралов конволюции в методе flux-функций.
4. **1989–1992** В рамках CERN-овского рабочего совещания 1989 начат многолетний проект ZFITTER, реализовавшийся в 1992 году релизом версии 4.5, аккумулирующей наши собственные вычисления однопетлевых КЭД и ЭС поправок и все поправки высших порядков, имевшиеся к тому времени в литературе.
5. **1994–1995** Долгая погоня за высокой теоретической точностью с 1989 по 1995 годы реализовалась в рамках проводимого мною в CERN длительного рабочего совещания “Precision Calculations for the Z Resonance” в виде жёлтого CERN-овского отчёта и существенного уточнения теоретических предсказаний программы ZFITTER.
6. **1993–1996** Сформулирован и реализован метод полу-аналитических вычислений сечений четырех-фермионных процессов в рамках проекта GENTLE; релиз версии 2.0, аккумулирующей наши собственные результаты в этой области.
7. **1997–1998** Совместно с G. Passarino написана книга “The Standard Model in the Making”, подводящая итоги 25 летней работы широкого сообщества теоретиков в области PHEP.
8. **1998–1999** В рамках “Precision Calculation Project” написан отчёт, содержащий многочисленные сравнения результатов программ ZFITTER и TOPAZ0 для псевдо- и реалистических Z резонансных наблюдаемых. В рамках работы над этим отчётом был проведен последний анализ теоретических неопределённостей, который был использован при окончательном анализе данных LEP1; релиз версии 5.21.

Следующие числа иллюстрируют современную теоретическую точность для LEP1:

- уровень согласия двух программ:
 $(1 - 2) \times 10^{-4}$ на Z резонансе;
 $(3 - 5) \times 10^{-4}$ на крыльях ($M_Z \pm 3$ ГэВ).
- примеры оценки абсолютных (pb) и относительных (%) теоретических неопределённостей при пяти характерных энергиях вокруг Z резонанса:

– для полного адронного сечения

$M_Z - 3\text{ГэВ}$,	$M_Z - 1.8\text{ГэВ}$,	M_Z ,	$M_Z + 1.8\text{ГэВ}$,	$M_Z + 3\text{ГэВ}$
2.73 pb,	4.76 pb,	3.51 pb,	3.23 pb,	1.71 pb
0.061%,	0.050%,	0.012%,	0.023%,	0.021%

– для мюонного сечения

$M_Z - 3\text{ГэВ}$,	$M_Z - 1.8\text{ГэВ}$,	M_Z ,	$M_Z + 1.8\text{ГэВ}$,	$M_Z + 3\text{ГэВ}$
0.07 pb,	0.06 pb,	0.19 pb,	0.11 pb,	0.08 pb
0.030%,	0.014%,	0.013%,	0.016%,	0.021%

Эти числа показывают, что достигнутая теоретическая точность для Z резонанса действительно много лучше экспериментальной.

9. 1999–2000 В рамках CERN-овского рабочего совещания 1999-2000, программа ZFITTER адаптирована для к высоким энергиям LEP2. При этом:

- Изучены процессы образования ненаблюдаемых пар сопровождающих двухфермионное рождение в e^+e^- аннигиляции; релиз версии 6.30.
- Программа GENTLE адаптирована для изучения взаимозависимости четырех-фермионных и двух-фермионных процессов; релиз версии 2.11.
- Критически проанализирована теоретическая точность при энергиях LEP2.
- Произведено сравнение результатов программ ККМС и ZFITTER.

В заключении, я хотел бы поблагодарить Лиду Калиновскую за многочисленные обсуждения и критическое прочтение этой диссертации.

References

- [1] D. Bardin, O. Fedorenko, and N. M. Shumeiko, "Exact calculation of the lowest order electromagnetic correction to the elastic scattering of particles with spins 0 and $1/2$ ", JINR preprint P2-10114 (1976).
- [2] Д.Ю.Бардин и О.М.Федоренко, "Об эффектах высших порядков для процессов упругого рассеяния фермионов в теории Вайнберга-Салама. I. Схема перенормировок", Сообщение ОИЯИ P2-10413, Дубна, 1978, 24с.
- [3] Д.Ю.Бардин и О.М.Федоренко, "Об эффектах высших порядков для процессов упругого рассеяния фермионов в теории Вайнберга-Салама. II. Вычисление однопетлевых диаграмм", Сообщение ОИЯИ P2-10414, Дубна, 1978, 30с.
- [4] D. Bardin, P. Christova, and O. Fedorenko, "On the lowest order electroweak corrections to spin- $\frac{1}{2}$ fermion scattering (I). The one loop diagrammar", *Nucl. Phys.* **B175** (1980) 435.
- [5] D. Bardin, P. Christova, and O. Fedorenko, "On the lowest order electroweak corrections to spin- $\frac{1}{2}$ fermion scattering (II). The one-loop amplitudes", *Nucl. Phys.* **B197** (1982) 1.
- [6] Д.Бардин, О.Федоренко и П.Христова, "Однопетлевые эффекты в теории Вайнберга-Салама", *Яд. Физика* **35** (1982) 1220–1230.
- [7] Д.Бардин, О.Федоренко и П.Христова, "On the lowest order electroweak corrections to fermion – boson scattering. Self-energy and vertex diagrams", Сообщение ОИЯИ P2-82-840, Дубна, 1982, 11с.
- [8] A. Akhundov, D. Bardin, and T. Riemann, "Electroweak one loop corrections to the decay of the neutral vector boson", *Nucl. Phys.* **B276** (1986) 1.
- [9] D. Bardin, S. Riemann, and T. Riemann, "Electroweak one loop corrections to the decay of the charged vector boson", *Z. Phys.* **C32** (1986) 121–125.
- [10] D. Bardin, A. Leike, T. Riemann, and M. Sachwitz, "Energy dependent width effects in e^+e^- annihilation near the Z boson pole", *Phys. Lett.* **B206** (1988) 539–542.
- [11] D. Bardin and A. Chizhov, "On the $O(\alpha_{em}\alpha_s)$ corrections to electroweak observables", in *Proc. Int. Topical Seminar on Physics of e^+e^- Interactions at LEP energies, 15-16 Nov 1988, JINR Dubna, USSR*, JINR preprint E2-89-525 (D. Bardin *et al.*, eds.), pp. 42–48, 1989.
- [12] D. Bardin, M. S. Bilenky, G. Mitselmakher, T. Riemann, and M. Sachwitz, "A realistic approach to the standard Z peak", *Z. Phys.* **C44** (1989) 493.

- [13] D. Bardin, M. Bilenky, P. Christova, T. Riemann, M. Sachwitz, and H. Vogt, “DIZET - electroweak one loop corrections for $e^+e^- \rightarrow f^+f^-$ around the Z^0 peak”, *Comput. Phys. Commun.* **59** (1990) 303.
- [14] D. Bardin, W. Hollik, and T. Riemann, “Bhabha scattering with higher order weak loop corrections”, *Z. Phys.* **C49** (1991) 485–490.
- [15] A. Akhundov, D. Bardin, M. Bilenky, P. Christova, L. Kalinovskaya, S. Riemann, T. Riemann, M. Sachwitz, and H. Vogt, Fortran program DIZET v.6.23 (23 June 2000); obtainable from <http://www.ifh.de/riemann/Zfitter/zf.html>.
- [16] D. Bardin, M. Bilenky, O. Fedorenko, and T. Riemann, “The electromagnetic $O(\alpha^3)$ contributions to e^+e^- annihilation into fermions in the electroweak theory. Total cross-section σ_T and integrated asymmetry A_{FB} ”, JINR, Dubna preprint E2-88-324 (1988).
- [17] D. Bardin, M. Bilenky, A. Chizhov, A. Sazonov, Y. Sedykh, T. Riemann, and M. Sachwitz, “The convolution integral for the forward – backward asymmetry in e^+e^- annihilation”, *Phys. Lett.* **B229** (1989) 405.
- [18] A. A. Akhundov and D. Y. Bardin, “QED radiative corrections to e^+e^- annihilation into heavy fermions at LEP”, in *XII Warsaw Symposium on Elementary Particle Physics, 29 May - 2 June 1989, Kazimierz, Poland; Frontiers in Particle Physics* (Z. Ajduk, S. Pokorski, and A. Wroblewski, eds.), pp. 237–244, World Scientific, Teaneck, N.Y., 1990.
- [19] A. A. Akhundov, D. Bardin, and A. Leike, “QED radiative corrections to massive fermion production in e^+e^- annihilation”, *Phys. Lett.* **B261** (1991) 321–325.
- [20] D. Bardin, M. Bilenky, A. Chizhov, A. Sazonov, O. Fedorenko, T. Riemann, and M. Sachwitz, “Analytic approach to the complete set of QED corrections to fermion pair production in e^+e^- annihilation”, *Nucl. Phys.* **B351** (1991) 1–48.
- [21] D. Bardin, M. Bilenky, A. Sazonov, Y. Sedykh, T. Riemann, and M. Sachwitz, “QED corrections with partial angular integration to fermion pair production in e^+e^- annihilation”, *Phys. Lett.* **B255** (1991) 290–296.
- [22] A. B. Arbuzov, D. Bardin, and A. Leike, “Analytic final state corrections with cut for $e^+e^- \rightarrow$ massive fermions”, *Mod. Phys. Lett.* **A7** (1992) 2029–2038, E: *ibid.* **A9** (1994) 1515.
- [23] D. Bardin, M. Bilenky, A. Chizhov, A. Olshevsky, S. Riemann, T. Riemann, M. Sachwitz, A. Sazonov, Y. Sedykh, I. Sheer, and L. Vertogradov, Fortran program ZFITTER v.4.5 (19 April 1992); obtainable from <http://www.ifh.de/theory/publist.html>.

- [24] D. Bardin, M. Bilenky, A. Chizhov, O. Fedorenko, S. Ganguli, A. Gurtu, M. Lokajicek, G. Mitselmakher, Olshevsky, J. Ridky, S. Riemann, T. Riemann, M. Sachwitz, A. Sazonov, D. Schaile, Y. Sedykh, and I. S. L. Vertogradov, “ZFITTER v.4.5: An analytical program for fermion pair production in e^+e^- annihilation”, CERN preprint CERN-TH. 6443/92 (1992), hep-ph/9412201.
- [25] D. Bardin, G. Passarino, and W. Hollik (eds.), “Reports of the working group on precision calculations for the Z resonance”, CERN Report, 95-03 (1995).
- [26] D. Bardin, W. Beenakker, M. Bilenky, W. Hollik, M. Martinez, G. Montagna, O. Nicrosini, V. Novikov, L. Okun, A. Olshevsky, G. Passarino, F. Piccinini, S. Riemann, T. Riemann, A. Rozanov, F. Teubert, and M. Vysotsky, “Electroweak working group report”, in *Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z Resonance*, (D. Bardin, W. Hollik, and G. Passarino, eds.), CERN Report, 95-03, pp. 7-162 (1995).
- [27] D. Bardin, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olchevski, S. Riemann, and T. Riemann, “ZFITTER v.6.21 – a semi-analytical program for fermion pair production in e^+e^- annihilation”, DESY preprint 99-070 (1999), hep-ph/9908433; to appear in *Comput. Phys. Commun.*
- [28] D. Bardin, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olchevski, S. Riemann, and T. Riemann, Fortran program ZFITTER v.6.30 (23 June 2000); obtainable from <http://www.ifh.de/~riemann/Zfitter/zf.html>.
- [29] F. Berends, D. Bardin, W. Beenakker, M. Bilenky, G. Burgers, W. Hollik, T. Riemann, M. Sachwitz, W. van Neerven, and S. van der Mark, “Z line shape”, in *Proc. of Workshop on Z Physics at LEP, Geneva, Switzerland, 1989*, (G. Altarelli, R. Kleiss, and C. Verzegnassi, eds.), CERN Report, 89-08, vol. 1, pp. 89-128 (1989).
- [30] M. Böhm, W. Hollik, D. Bardin, W. Beenakker, F. Berends, M. Bilenky, G. Burgers, J. Campagne, A. Djouadi, O. Fedorenko, S. Jadach, G. Montagna, O. Nicrosini, T. Riemann, M. Sachwitz, L. Trentadue, W. van Neerven, Z. Was, and R. Zitoun, “Forward – backward asymmetries”, in *Proc. of Workshop on Z Physics at LEP*, (G. Altarelli, R. Kleiss, and C. Verzegnassi, eds.), CERN Report, 89-08, vol. 1, pp. 201-234 (1989).
- [31] R. Kleiss, D. Bardin, R. Barlow, A. Blondel, W. D. Boer, G. Bonneaud, H. Burkhardt, J. Campagne, M. Dam, S. Jadach, D. Karlen, E. Locci, J. Ludwig, S. V. D. Marck, A. Schaile, V. Shchegelsky, L. Vertogradov, B. Ward, Z. Was, and R. Zitoun, “Monte carlos for electroweak physics”, in *Proc. of Workshop on Z Physics at LEP, Geneva, Switzerland, 1989*, (G. Altarelli, R. Kleiss, and C. Verzegnassi, eds.), CERN Report, 89-08, vol. 3, pp. 1-142 (1989).

- [32] D. Bardin, “Precision physics at the Z resonance”, in *Proceedings of the International Europhysics Conference on High Energy Physics, Brussels, Belgium, 27 Jul – 2 Aug 1995* (J. Lemonne, C. V. Velde, and F. Verbeure, eds.), pp. 41–46, 1995.
- [33] F. Boudjema, B. Mele, E. Accomando, S. Ambrosanio, A. Ballestrero, D. Bardin, G. Belanger, F. Berends, M. Bonesini, E. Boos, N. Cacciari, F. Caravaglios, M. Dubinin, J. Fujimoto, E. Gabrielli, A. Hasan, W. Hollik, T. Ishikawa, S. Jadach, T. Kaneko, K. Kato, S. Kawabata, R. Kleiss, Y. Kurihara, D. Lehner, R. Miquel, K. Moenig, G. Montagna, M. Moretti, O. Nicosini, G. van Oldenborgh, C. Papadopoulos, J. Papavassiliou, G. Passarino, D. Perret-Gallix, F. Piccinini, R. Pittau, E. Poli, L. Pollino, P. Razis, M. Schmitt, D. Schotanus, Y. Shimizu, H. Tanaka, L. Trentadue, J. Ulbricht, C. Verzegnassi, B. Ward, Z. Was, and G. Wilson, “Standard model processes at LEP2”, in *Physics at LEP2* (G. Altarelli, T. Sjöstrand, and F. Zwirner, eds.), vol. 1, pp. 207–248, 1996.
- [34] D. Bardin and G. Passarino, “Upgrading of precision calculations for electroweak observables”, CERN preprint CERN-TH/98-92 (1998), hep-ph/9803425 v. 2.
- [35] D. Bardin, M. Grunewald, and G. Passarino, “Precision calculation project report”, CERN preprint (1999), hep-ph/9902452.
- [36] D. Bardin, “LEP1 and LEP2 2f review”, in *Proceedings of the International Europhysics Conference on High-Energy Physics, Tampere, Finland, 15 – 21 July 1999* (K. Huitu, K. Kurki-Suonio, and J. Maalampi, eds.), pp. 672–676, 1999.
- [37] M. Kobel, Z. Was, C. Ainsley, A. Arbuzov, S. Arcelli, D. Bardin, I. Boyko, D. Bourilkov, P. Christova, J. Fujimoto, M. Grunewald, T. Ishikawa, M. Jack, S. Jadach, L. Kalinovskaya, Y. Kurihara, A. Leike, R. Mepheron, M.-N. Minard, G. Montagna, M. Moretti, T. Munehisa, O. Nicosini, A. Olchevski, F. Piccinini, B. Pietrzyk, W. Płaczek, S. Riemann, T. Riemann, G. Taylor, Y. Shimizu, M. Skrzypek, S. Spagnolo, and B. Ward, “Two-fermion production in electron-positron collisions”, in *Reports of the Working Groups on Precision Calculations for LEP2 Physics*, (G. Passarino, R. Pittau, and S. Jadach, eds.), CERN Report, 2000–009, pp. 271–378 (2000).
- [38] D. Bardin, M. Bilenky, A. Olshevsky, and T. Riemann, “Initial state radiation corrections to off shell W pair production in e^+e^- annihilation”, in *e^+e^- Collisions at 500 GeV: the Physics Potential, Munich, Annecy, Hamburg, 20 Nov 1992 – 3 Apr 1993, report DESY 93–123C, December 1993* (P. Zerwas, ed.), pp. 159–164 (1993).
- [39] D. Bardin, A. Olshevsky, M. Bilenky, and T. Riemann, “Off shell W pair production in e^+e^- annihilation: Initial state radiation”, *Phys. Lett.* **B308** (1993) 403–410; E: *ibid.*, **B357** (1995) 725.

- [40] D. Bardin, W. Beenakker, and A. Denner, "The coulomb singularity in off-shell W pair production", *Phys. Lett.* **B317** (1993) 213–217.
- [41] D. Bardin, M. Bilenky, D. Lehner, A. Olchevski, and T. Riemann, "Semi-analytical approach to four-fermion production in e^+e^- annihilation", *Nucl. Phys. B* **37B** (1994) 148–157.
- [42] D. Bardin, A. Leike, and T. Riemann, "Semi-analytical approach to higgs production at LEP2", *Nucl. Phys. B* **37B** (1994) 274–278.
- [43] D. Bardin, D. Lehner, and T. Riemann, "Complete initial state radiation to off-shell z_0 pair production in e^+e^- annihilation, contributed to 9th international workshop on high energy physics and quantum field theory (NPI MSU 94), Zvenigorod, Russia, 16-22 sep 1994. in Zvenigorod 1994, Proceedings, "High energy physics and quantum field theory" p221-226, and Hamburg DESY - DESY-94-216 (94/11,rec.dec.) 7 p.", DESY-Zeuthen preprint (1994), hep-ph/9411321.
- [44] D. Bardin, A. Leike, and T. Riemann, "The process $e^+e^- \rightarrow$ lepton anti-lepton q anti- q at LEP and NLC", *Phys. Lett.* **B344** (1995) 383–390.
- [45] D. Bardin, A. Leike, and T. Riemann, "Higgs production in $e^+e^- \rightarrow$ lepton anti-lepton q anti- q at LEP and NLC", *Phys. Lett.* **B353** (1995) 513–518.
- [46] D. Bardin, D. Lehner, T. Riemann, and A. Leike, "Semianalytical approach to off-shell W and Z pair production, contribution to the proceedings of 3rd workshop on physics and experiments with e^+e^- linear colliders (LCWS95), Iwate, Japan, 8-12 Sep 1995. Published in Iwate Linear Colliders 1995: 616-622", DESY-Zeuthen preprint (1996), hep-ph/9602339.
- [47] D. Bardin and T. Riemann, "Off-shell W pair production in e^+e^- annihilation: The cc11 process", *Nucl. Phys.* **B462** (1996) 3–28.
- [48] D. Bardin, D. Lehner, and T. Riemann, "Complete initial state qed corrections to off-shell gauge boson pair production in e^+e^- annihilation", *Nucl. Phys.* **B477** (1996) 27–58.
- [49] D. Bardin, D. Lehner, A. Leike, and T. Riemann, "GENTLE/4fan - a package of fortran programs for the description of e^+e^- annihilation into four fermions", DESY-Zeuthen preprint IfH-96-05, LMU-03-96, FREIBURG-THEP-96-05, Mar 1996. 11pp. (1996), hep-ph/9603438.
- [50] D. Bardin, J. Biebel, D. Lehner, A. Leike, A. Olchevski, and T. Riemann, "GENTLE/4fan v. 2.0: A program for the semianalytic calculation of predictions for the process $e^+e^- \rightarrow 4f$ ", *Comput. Phys. Commun.* **104** (1997) 161–187.

- [51] W. Beenakker, F. Berends, E. Argyres, D. Bardin, A. Denner, S. Dittmaier, J. Hoogland, S. Jadach, R. Kleiss, Y. Kurihara, D. Lehner, G. Montagna, T. Munehisa, O. Nicrosini, T. Ohl, G. van Oldenborgh, C. Papadopoulos, G. Passarino, F. Piccinini, B. Pietrzyk, T. Riemann, Y. Shimizu, and M. Skrzypek, “ WW cross-sections and distributions”, in *Physics at LEP2* (G. Altarelli, T. Sjöstrand, and F. Zwirner, eds.), pp. 79–139, 1996.
- [52] D. Bardin, R. Kleiss, E. Accomando, H. Anlauf, A. Ballestrero, F. Berends, E. Boos, F. Caravaglios, D. van Dierendonck, M. Dubinin, V. Edneral, F. Erne, J. Fujimoto, V. Ilyin, T. Ishikawa, S. Jadach, T. Kaneko, K. Kato, S. Kawabata, Y. Kurihara, D. Lehner, A. Leike, R. Miquel, G. Montagna, M. Moretti, T. Munehisa, O. Nicrosini, T. Ohl, A. Olchevski, G. van Oldenborgh, C. Papadopoulos, G. Passarino, D. Perret-Gallix, F. Piccinini, R. Pittau, W. Placzek, A. Pukhov, V. Savrin, M. Schmitt, S. Shichanin, Y. Shimizu, T. Sjostrand, M. Skrzypek, H. Tanaka, and Z. Was, “Event generators for WW physics”, in *Physics at LEP2* (G. Altarelli, T. Sjöstrand, and F. Zwirner, eds.), vol. 2, pp. 3–101, 1996.
- [53] M. W. Grunewald, G. Passarino, E. Accomando, A. Ballestrero, P. Bambade, D. Bardin, W. Beenakker, F. Berends, E. Boos, A. Chapovsky, A. Denner, S. Dittmaier, M. Dubinin, J. Hansen, V. Ilyin, S. Jadach, Y. Kurihara, M. Kuroda, E. Maina, G. Montagna, M. Moretti, O. Nicrosini, A. Olshevsky, M. Osmo, A. Pallavicini, C. Papadopoulos, H. Phillips, F. Piccinini, R. Pittau, W. Placzek, T. Riemann, M. Roth, A. Schmidt-Kaerst, Y. Shimizu, M. Skrzypek, R. Tanaka, M. Verzocchi, D. Wackerroth, B. Ward, and Z. Was, “Four fermion production in electron positron collisions”, in *Reports of the Working Groups on Precision Calculations for LEP2 Physics*, (G. Passarino, R. Pittau, and S. Jadach, eds.), CERN Report, 2000–009, pp. 1–135 (2000).
- [54] D. Bardin and G. Passarino, “The standard model in the making: Precision study of the electroweak interactions”, Oxford, UK: Clarendon (1999) 685 p.
- [55] D. Bardin, “Radiative corrections for deep inelastic scattering”, in *Proceedings of the 28th International Conference on High Energy Physics, ICHEP96, Warsaw, Poland, 25–31 July 1996* (Z. Ajduk and A. Wroblewski, eds.), pp. 1044–1047.
- [56] TOPAZ0 version 4.4, hep-ph/9804211:
G. Montagna, O. Nicrosini, G. Passarino and F. Piccinini;
ZFITTER version 6.21, Prepr. DESY 99-070, hep-ph/9908433): D. Bardin, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olshevski, S. Riemann and T. Riemann.
- [57] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the LEP Electroweak Working Group and the SLD Heavy Flavour and Electroweak Groups, “A Combination of Preliminary Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model”, CERN-EP-2000-016, January 21 (2000).

- [58] A. Gurtu. Talk Given at the 2000 International Conference on High Energy Physics – ICHEP'2000, Osaka, Japan, 27 July – 2 August 2000.
- [59] C. Caso *et al.*, The 1998 Review of particle Physics, Euro. Phys. Jour. C3 (1998).
- [60] D. Bardin, Lectures given at the European School of High-Energy Physics, Slovakia, August–September, 1999. Published in *1999 European School of High-Energy Physics*, (A. Olchevski, ed.), CERN Report, 2000–007, pp. 1–108 (2000).

Рукопись поступила в издательский отдел ОИЯИ
22 ноября 2000 г.

Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 23.11.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 5,4
Тираж 100. Заказ 52368

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области