ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2000-91

На правах рукописи
УДК 530.145; 539.12

КОТИКОВ
Анатолий Васильевич

ГЛУБОКОНЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ: МНОГОПЕТЛЕВЫЕ РАСЧЕТЫ В ПЕРТУРБАТИВНОЙ КХД И ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2000

Работа выполнена в Лаборатории физики частиц Объединенного института ядерных исследований

Официальные оппоненты

доктор физико-математических наук,
профессор — А.В. Ефремов

доктор физико-математических наук — В.А. Ильин

доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН — Л.Н. Липатов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт ядерных исследований РАН, Москва.

Защита диссертации состоится на заседании специализированного совета Д047.01.01 в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований "____" ____________ 2000 г. по адресу г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан "____" ____________ 2000 г.

Ученый секретарь совета
доктор физико-математических наук — С.В. Голоскоков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы.

Рассматриваемый в диссертации процесс глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах является уникальным по нескольким своим характерным чертам. Прежде всего, это - возможность изучения структуры нуклона только по относительным характеристикам налетающего и рассеянного лептонов, что позволяет опустить проблему адронизации образующихся в процессе партонов: кварков и глюонов. Поскольку процесс адронизации зависит существенным образом от непертурбативной динамики кварков и глюонов в нуклоне, необходимость его учета как составной части всегда сильно уменьшает предсказательную силу любого процесса.

Второе удобное свойство процесса глубоконеупругого рассеяния - это малость константы связи электрослабого взаимодействия, что позволяет в теоретическом анализе ограничиться только однобозонным (однофотонным или одно-(W,Z)- бозонным) обменом между лептоном и нуклоном, т.е. ведущим членом разложения по электрослабой константе связи α_{ew}. Сечение однофотонного (или одно-(W,Z) -бозонного) обмена (далее будем говорить только о фотонах) может быть представлено согласно оптической теоремы как мнимая часть амплитуды комптон-эффекта виртуального фотона на нуклоне, что позволяет применить к процессу глубоконеупругого рассеяния вильсоновское разложение на световом конусе и разделить этот процесс на части, ответственные за большие и малые расстояния. Часть, ответственная за малые расстояния, а также эволюция второй части (связанной с большими расстояниями) при изменении виртуальности обменной частицы могут быть найдены из пертурбативной КХД. Таким образом, только нормировка адронной части процесса глубоконеупругого рассеяния (т.е. значение части, связанной с большими расстояниями, при одной фиксированной виртуальности фотона) является невычисляемой в рамках пертурбативной КХД. Эта нормировка может быть найдена из прецизионных данных процесса.

Стандартный путь нахождения пертурбативно-вычисляемых частей сечения глубоконеупругого рассеяния состоит в вычислении соответствющих частей сечения комптоновского рассеяния виртуального фотона на партоне. Расчеты фейнмановских интегралов, соответствующих комптон-эффекту, являются весьма трудоемкими, что потребовало развития новых методов вычисления диаграмм, которые будут рассмотрены в главах 2 и 3.

Отметим, что при вычислении фейнмановских интегралов, являющихся основным объектом, дающим информацию в рамках пертурбативной КТП, целесообразно по возможности ограничиваться аналитическими методами. Дело прежде всего в том, что приближенные методы вычисления фейнмановских интегралов не всегда имеют высокую точность. Такая неоднозначность численных расчетов связана как с сингулярной природой самих интегралов так и (для калибровочных теорий особенно) с сильными взаимными сокращениями между отдельными частями диаграмм. Более того, во многих важных ситуациях необходимо знать именно точные результаты. Например, в рамках ренормгрупповых вычислений в теориях, обладающих высокой внутренней симметрией, важно знать об обращении в нуль β- функций в рассматриваемом порядке теории возмущений. Заметим также, что в расчетах при использовании размерной регуляризации, т.е. фактически при вычислениях в произвольной размерности пространства, один раз найденные диаграммы для какой-либо одной полевой модели (или процесса), могут быть применены и для других моделей (процессов), поскольку основой фейнмановских интегралов любой модели являются скалярные диаграммы (обычно это фейнмановские интегралы, возникающие в φ^3 или φ^4 теориях). Следовательно, трудоемкость аналитического вычисления диаграмм окупается их универсальностью в приложении к различным квантово-полевым моделям. Отметим еще и тот факт, что расчет сложных фейнмановских интегралов может иметь и самостоятельный интерес. Так, использование нетривиальных тождеств типа соотношения "уникальностей" (см. [2, 3] и ссылки там) может дать информацию о свойствах некоторых интегралов или рядов, которых нет еще в справочной литературе. Например, расчеты сложного фейнмановского интеграла, проведенные в работе [32], позволили найти неизвестное ранее соотношение между ${}_3F_2$-гипереометрическими функциями с аргументами 1 и -1.

В последние годы возникло много мощных оригинальных методов вычисления фейнмановских интегралов, которые часто уступают по широте приложения стандартным, т.е. α- представлению и технике фейнмановских параметров (см. главу 3), однако позволяют работать в достаточно высоких порядках теории возмущений для ограниченного круга величин (или процессов). Анализ основных характеристик этих методов и их развитие для вычисления моментов структурных функций процесса глубоконеупругого рассеяния может быть найден в главах 2-4.

Итак, получение информации из высоких порядков теории возмущений - вещь трудоемкая и требует введения оригинальных методов вычисления фейнмановских интегралов. Однако это не единственная проблема в рамках пертурбативной квантовой теории поля. Другая важная проблема возникает при сравнении предсказаний теории с экспериментальными данными. Как правило, для проверки теории (или для получения информации о каких-либо ее невычисляемых параметрах) используют некоторые физические величины (т.е. наблюдаемые), которые с одной стороны могут быть найдены из эксперимента, а с другой представлены в виде ряда теории возмущений с известными коэффициентами (обычно могут быть рассчитаны несколько первых коэффициентов). Основная трудность, возникающая при таком сопоставлении, состоит в зависимости этих коэффициентов (и константы связи также) от схемы вычитания бесконечностей, которые присущи фейнмановским интегралам. Эта проблема становится особенно существенной в КХД и других теориях, где константа связи и/или коэффициенты разложения наблюдаемых по константе связи не являются достаточно малыми в физически интересной кинематической области (например, при значениях переменной x Бьеркена $x \sim 0$ и $x \sim 1$ для структурных функций глубоконеупругого рассеяния). Следовательно, для осуществления какого-либо осмысленного сравнения предсказаний КХД с экспериментом необходимо как-то решить проблему схемного произвола. Анализ ситуации, связанной с этой проблемой, и приложения к процессу глубоконеупругого рассеяния даны в главах 4-6.

Целью настоящей диссертационной работы является:

а) приложение известных методов расчета фейнмановских интегралов к сложным диаграммам, синтез этих методов и разработка новых;

б) анализ неоднозначностей, индуцированных зависимостью от схемы вычитаний бесконечностей, возникающих при вычислении фейнмановских интегралов, а также их влияние на интерпретацию экспериментальных данных;

в) изучение свойств структурных функций глубоконеупругого рассеяния в двух важных областях переменной Бьеркена: $x \sim 0$ и $x \sim 1$.

Научная новизна и практическая ценность.

Диссертация содержит описание замкнутого подхода к изучению процесса глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах. Этот подход включает в себя, как составные части, развитие техники вычисления массивных и безмассовых фейнмановских интегралов, вычисление характеристик процесса и применение как этих, так и известных ранее величин в исследовании поведения структурных функций, построении их параметризаций и анализе экспериментальных данных.

В диссертации разработан алгоритм алгебраического типа, основанный на интегрировании по частям размерно-регуляризованных интегралов, предназначенный для аналитического вычисления двухпетлевых (принципиально и выше) безмассовых фейнмановских интегралов с двумя внешними импульсами (в случае, когда один из них лежит на массовой поверхности), дающими вклад в упругое комптон-рассеяние вперед. Дана также версия алгоритма для работы с фейнмановскими интегралами, имеющими один внешний импульс и построенными из безмассовых пропагаторов, содержащих в числителях (бесшпуровые) произведения произвольного числа импульсов и некоторые тензорные структуры.

Комбинация этих методов использована для расчета α_s -поправки к продольной структурной функции глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах. Заметим, что это был первый двухпетлевой расчет коэффициентной функции важного для проверки КХД процесса. Вклад этой поправки оказался достаточно большим, особенно в областях $x \sim 0$ и $x \sim 1$, и приводил к улучшению согласия даже с существующими в то время экспериментальными данными.

Впервые построен алгоритм алгебраического типа, основанный на интегрировании по частям и дифференцировании по массе размерно-регуляризованных интегралов, предназначенный для аналитического вычисления двухпетлевых (принципиально и выше) массивных фейнмановских интегралов. Показано, что комбинации массивных диаграмм пропагаторного типа и их производных выражаются через массивные головастики (и безмассовые петли), выражения которых известны в произвольной размерности пространства. Массивные диаграммы вершинного типа и их производные выражаются через диаграммы пропагаторного типа, "бокс" -диаграммы через фейнмановские интегралы вершинного типа и т.д. Таким образом, показано, что коэффициентные функции массивных головастиков определяют структуру ответа для N -хвостых диаграмм.

Метод применен при получения аналитического результата для коэффициентных функций фотон-глюонного слияния при ненулевых значениях как массы рождаемого кварка, так и виртульностей фотонов и глюонов. На основе этого результата рассчитано сечение рождение свободного чарма, результаты для которого находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Развита техника для представления (в области малых значений x) конволюции Меллина структурной функции (партонного распределения) с пертурбативно рассчитываемым ядром в виде произведения этой структурной функции (партонного распределения) со сдвинутым аргументом и простой функцией, являющейся меллиновским моментом ядра с "номером", определяемым степенной асимптотикой (при $x \to 0$) структурной функции (партонного распределения). Сдвиг аргумента в этом произведении также определяется меллиновскими моментами ядра. Техника оказывается очень удобной даже при работе с сингулярными (при $x \to 0$) ядрами, поскольку наличие сингулярностей приводит только к растущим (при $x \to 0$) вкладам (как некоторые функции $ln(1/x)$, легко получаемые в анализе).

На основе развитой техники построено полуаналитическое решение уравнения Докшитцера -Грибова -Липатова -Алтарелли -Паризи (ДГЛАП) с несингулярными (при $x \to 0$) начальными условиями, справедливое в области малых значений x. Это решение приводит к прекрасному согласию с экспериментальными данными в широкой области изменения переданного импульса фотона.

Используя эту технику, найдены также простые связи между партонными распределениями и структурными функциями в области малых значений x, что позволило выделить глюонное распределение и продольную структурную функцию из данных для поперечной функции и ее производной. Заметим, что для продольной структурной функции эти оценки были получены одновременно с ее первым измерением коллаборацией H1.

Используя описанную выше технику, а также подобные результаты в области больших значений x, для структурных функций глубоконеупругого рассеяния построена схемноинвариантная версия параметризации Лопеца и Индурайна, коэффициенты которой не зависят от схемы устранения расходимостей, возникающих при вычислениях в рамках теории возмушений. Показано улучшение согласия с эспериментом при работе с схемноинвариантной версией. Построена новая параметризация структурных функций глубоконеупругого рассеяния, согласующаяся с пертурбативной КХД в обеих областях: $x \sim 0$ и $x \sim 1$.

Результаты исследований, приведенные в диссертации, уже нашли свое применение. Найденная поправка к продольной структурной функции глубоконеупругого рассеяния была использована коллаборацией BCDMS в анализе своих высокопрецизионных данных. Метод аналитического вычисления массивных фейнмановских интегралов был использован в своих расчетах различными людьми.

Основные результаты, выносимые на защиту.

1. Предложен метод представления меллиновской свертки партонного распределения (или структурной функции глубоконеупругого рассеяния) с пертурбативно рассчитываемым ядром в виде обычного произведения этого партонного распределения (или структурной функции) со сдвинутым аргументом и коэффициентом, определяемым меллиновским моментом ядра с номером, имеющим нецелые значения. Сдвиг аргумента партонного распределения (или структурной функции) также определяется отношением меллиновских моментов ядра с номерами, имеющими нецелые значения.

2. Предложенный метод применен к построению полуаналитического решения уравнения ДГЛАП для партонных распределений и структурных функций глубоконеупругого рассеяния. Найдено прекрасное согласие с экспериментальными данными, полученными на ускорителе HERA, для всех значений квадрата переданного импульса Q^2, кроме самых минимальных значений: $Q^2 \sim 1$ Гэв^2, где поправки за счет членов $\alpha_s^n(ln(1/x))^n$, присутствующих в высоких порядках теории возмущений (и изученых в формализме Балитского -Фадина -Кураева -Липатова), становятся существенными.

3. Метод позволяет также найти простые (т.е. не содержащие меллиновские свертки) связи между партонными распределениями и структурными функциями. Используя эти связи, получено простое соотношение между продольной и поперечной структурными функциями, а также производной по Q^2 от поперечной функции. Поскольку поперечная функция и ее производная измерены с хорошей точностью, рассмотренное соотношение позволяет предсказать продольную функцию. Измерение продольной функции, планируемое в DESY, вместе с этими предсказаниями должны будут пролить свет на величину вклада непертурбативных эффектов в области малых значений переменной Бьеркена x.

4. Разработан эффективный метод многопетлевых вычислений безмассовых фейнмановских диаграмм пропагаторного типа, имеющих бесшпуровое произведение n- импульсов в числителях. На основе метода исследованы 4-х точечные диаграммы упругого комптон-рассеяния вперед, когда квадрат одного из 4-х импульсов равен нулю. Используя этот метод, найдены также значения двухпетлевых диаграмм пропагаторного типа сложной топологии.

5. Вычислена α_s-поправка к продольной структурной функции глубоконеупругого рассеяния. Исследована величина ее вклада в рамках обычной и схемно-инвариантной теории возмущений. Найдено улучшение согласия с экспериментальными данными.

6. Разработан эффективный метод вычислений массивных фейнмановских диаграмм. Метод основан на построении дифференциальных (по массам) уравнений для исходной диаграммы. Показано, что значения большого класса двухпетлевых массивных фейнмановских интегралов могут быть найдены интегрированием (некоторое число раз) значений диаграмм-головастиков, имеющих простые аналитические представления.

7. Найден аналитический результат для процесса фотон-глюонного слияния при ненулевых значениях как массы рождаемого кварка, так и виртульностей фотонов и глюонов. На основе этого результата рассчитано сечение рождение свободного чарма. Результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

8. В предположении близости поведения структурных функций $xg_1(x, Q^2)$ и $xF_3(x, Q^2)$ найдена Q^2-зависимость спин-зависимой асимметрии $A_1(x, Q^2)$. Результаты находятся в прекрасном согласии с данными экспериментов SMC и E154, в получении которых была использована более точная, однако существенно более громоздкая техника непосредственного применения уравнений ДГЛАП.

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 42 работах.

Аппробация работы. Материалы диссертации докладывались на семнарах ЛТФ, ЛВЭ и ЛСВЭ ОИЯИ, ИТФ АН Украины, ЛИЯФ, НИФИ ЛГУ, ИТЭФ, CERN, физических факультетов Университетов Сантьяго-де Компостела (Испания), Падуи (Италия), Биелефельда (Германия), Лаборатории физики частиц (Аннеси, Франция), на конференциях: "Кварки -86" (Тбилиси), совещании по физике высоких энергий (1990, Гатчина), "Ренормгруппа -91"(Дубна), "Адроны 93, 96" (Новый Свет, Крым), "Moriond-93" (Франция), "Diffraction-95"(Франция), "DIS 96, 98"(Рим и Брюссель), "Light cone and small x physics" (1998, С'Петербург), совещании по квантовой теории поля (1998, Дубна), "Diffraction-99"(Протвино).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации – 210 стр., включая 13 рисунков, 4 таблицы и список литературы из 210 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** к диссертации дается общая характеристика работы и обосновывается актуальность темы исследования. Изложена цель диссертации, приводится ее краткое содержание и сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** введены общие положения процесса глубоконеупругого рассеяния лептонов на нуклонах.

В **разделе 1.1** рассмотрены структурные функции процесса глубоконеупругого рассеяния и продемонстрировано совпадение их меллиновских моментов с коэффициентами разложения амплитуды комптон-эффекта виртуального фотона на нуклоне по обратным степеням переменной Бьеркена x.

В **разделе 1.2** введены партонные распределения, а также рассмотрена их зависимость от квадрата переданного импульса фотона Q^2 и связь со структурными функциями посредством коэффициентов Вильсона.

Раздел 1.3 содержит схему вычисления коэффициентных функций Вильсона, а в **разделе 1.4** кратко рассмотрены степенные поправки к ведущей логарифмической зависимости структурных функций от переменной Q^2.

Во **второй главе** рассмотрены эффективные методы вычисления сложных двух- и четырех-точечных фейнмановских интегралов.

Раздел 2.1 содержит общую характеристику эффективных методов вычисления.

Часть 2.2 посвящена развитию методики вычисления и демонстрации примеров анализа двух-точечных диаграмм, пропагаторы которых содержат (бесшпуровое) произведение n-импульсов в своих числителях.

В **разделе 2.3** исследованы четырех-точечные диаграммы, дающие вклад в сечение упругого рассеяния вперед. Получены удобные формулы для прямого расчета коэффициентов при степенях $(pq)/Q^2$ в разложении этих диаграмм. Рассмотрены примеры вычислений.

В **разделе 2.4** дано развитие метода полиномов Гегенбауэра, найдены эффективные методы вычисления петель, содержащих θ-функции от комбинаций квадратов их импульсов, и найдено представление сложных фейнмановских интегралов в виде однократного ряда: ${}_3F_2$-гипергеометрической функции единичного аргумента.

В **третьей главе** представлена новая техника вычисления массивных фейнмановских интегралов.

Раздел 3.1 содержит общую характеристику эффективных методов вычисления.

В **разделе 3.2** введены правила для работы с массивными диаграммами методом дифференциальных уравнений, а также даны примеры вычисления одно- и двух-петлевых диаграмм пропагаторного типа.

Исследование диаграмм вершинного типа, а также N-точечные однопетлевых диаграмм проведено в **разделах 3.3** и **3.4**, соответственно.

Четвертая глава посвящена применению описанных выше методов к анализу процесса глубоконеупругого рассеяния.

В **разделе 4.1** получена α_s - поправка к продольной структурной функции. Первая часть раздела демонстрирует простоту расчетов при использовании новой техники вычислений. Вторая часть посвящена расчету самой поправки, несинглетная часть которой (соответствующие функции для синглетной части могут быть найдены в работах [3, 19]) имеет вид (см. [1]) в $\overline{MS}$ схеме:

$$
\begin{aligned}
B_{L,n}^{(1),NS} &= \frac{4C_F}{n+1} \\
R_{L,n}^{(2),NS} &= (2C_F - C_A)\Bigg[8K_2(n)S_1(n) - 8K_{2,1}(n) + 4K_3(n) - 4S_3(n) \\
&+ 12\zeta_3 - \frac{6}{5}\left\{\frac{1-\delta_n^2}{n-2}\Big(4K_2(n) - 3\Big) + \delta_n^2\Big(6\zeta_3 - 7\Big)\right\} \\
&- 8K_2(n)\left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} - \frac{3}{5}\frac{1}{n+3}\right) - \frac{23}{3}S_1(n) - \frac{215}{18} \\
&+ \frac{11}{3}\frac{1}{n} + \frac{11}{3}\frac{1}{n+1} - \frac{18}{5}\frac{1}{n+3}\Bigg] \\
&- \frac{4}{3}T_F\left[S_1(n) + \frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right] \\
&+ 2C_F\Bigg[S_1^2(n) - S_2(n) + S_1(n)\left(\frac{19}{6} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)
\end{aligned}
$$

$$+ \quad \frac{277}{36} - \frac{7}{6}\frac{1}{n} - \frac{19}{6}\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\Bigg],$$

где

$$S_i(n) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^i}, \quad K_i(n) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k^i}, \quad K_{2,1}(n) = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k^2} S_1(k),$$

а $C_A = N$, $C_F = (N^2-1)/(2N)$, $T_F = f/2$ для $SU(N)$ группы и числа активных кварков f.

Заметим, что это был первый аналитический расчет двухпетлевой поправки к коэффициентной функции процесса глубоконеупругого рассеяния. Ядра, соответствующие как этой коэффициентной функции, так и функциям синглетного канала, могут быть найдены в работах [12, 19].

Раздел 4.2 содержит рассмотрение схемноинвариантной теории возмущений, ее применение (вместе с обычной теорией возмущений) и анализу данных структурных функций и отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$.

В первой части раздела дано краткое введение в различные подходы построения схемноинвариантной теории возмущений. Далее рассмотрена подробно одна из версий - метод эффективных зарядов Грюнберга. Основная его черта - это представление рассматриваемой наблюдаемой A, вычисленной в нескольких первых порядках теории возмущений, например,

$$A = \alpha_s^p \cdot \Big(1 + r_1\alpha_s + ...\Big),$$

в виде новой (схемноинвариантной, но процесс-зависимой) константы связи a_R:

$$A = a_A^p,$$

которая удовлетворяет уравнению ренормгруппы, отличающемуся от обычного новой шкалой

$$\Lambda_A = \Lambda exp\left[\frac{r_1}{2p\beta_0}\right],$$

Таким образом, каждый процесс (вернее, каждая физическая величина процесса) характеризуется своей эффективной константой связи. При использовании схемноинвариантной теории, моменты структурных функций имеют вид такой же как и в ведущем порядке теории возмущений, однако с новыми, схемноинвариантными константами связи. Проведенный анализ отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$ (см. [3]) показал важность как α_s - поправки так и схемноинвариантной обработки, включение которых привело к существенному улучшению согласия с экспериментальными данными.

В разделе 4.3 изучено самодействие глюонов в КХД (т.е. вклад трехглюонной вершины) при исследовании Q^2 зависимости первых моментов глюонного распределения (см. [6,7]). Теоретически, такая зависимость может быть рассчитана точно, а "экспериментальная" информация может быть найдена из данных для структурной функции F_2 и отношения R. Отсутствие вклада трехглюонной вершины приводит к существенному различию теоретической и "экспериментальной" Q^2- эволюций, а ее наличие демонстрирует хорошее согласие теории и "эксперимента".

Раздел 4.4 посвящен рассмотрению вклада тяжелых кварков в структурные функции, т.е. в функции F_2^c и F_L^c процесса глубоконеупругого рассеяния, используя так называемую k_t- факторизационную схему, в которой этот вклад определяется двойной конволюцией Меллина (по x и k_t^2) неинтегрированного глюонного распределения $f(x, k_t^2)$ и структурной функции процесса фотон-глюонного слияния $F_{2,L}^{box}(y, k_t^2, Q^2, m^2)$, имеющей ненулевую виртуальность k_t^2:

$$F_{2,L}^c = \int_x^1 \frac{dy}{y} \int \frac{dk_t^2}{k_t^2} F_{2,L}^{box}(y, k_t^2, Q^2, m^2) f(\frac{x}{y}, k_t^2) \qquad (1)$$

Используя развитую ранее технику массивных вычислений, представленную в **главе 3**, значения ядер $F_{2,L}^{box}$ могут быь получены в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}^2 F_2^{box}(x, k_t^2, Q^2, m^2) &= C^{(1)} + \frac{3}{2\tilde{\beta}^2} C^{(2)}, \\ \tilde{\beta}^2 F_L^{box}(x, k_t^2, Q^2, m^2) &= 4bx^2 C^{(1)} + \frac{(1-2bx^2)}{\tilde{\beta}^2} C^{(2)}, \end{aligned} \qquad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{\beta}^2 &= 1 - 4bx^2, \quad b = k_t^2/Q^2, \\ \beta^2 &= 1 - \frac{4ax}{1-(1+b)x}, \quad a = m^2/Q^2, \end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned} C^{(1)} &= -8\Bigg[\beta - \Big(1 - 2x(1+b-2a) \cdot \big[1 - x(1+b+2a)\big]\Big) \cdot f_1 \\ &- (b-2a)(1-2a)x^2 \cdot f_2\Bigg], \\ C^{(2)} &= 32x\Bigg[\Big(1 - x(1+b)\Big)\beta - 2x\Big(bx\big(1 - x(1+b)\big)(1+b-2a) \\ &+ \tilde{\beta}^2\Big) \cdot f_1 - bx^2\Big(1 - x(1+b)\Big)(b-2a) \cdot f_2\Bigg] \end{aligned}$$

и

$$f_1 = \frac{1}{\tilde{\beta}} ln\left(\frac{1+\beta\tilde{\beta}}{1-\beta\tilde{\beta}}\right), \quad f_2 = -\frac{4\beta}{1-\beta^2\tilde{\beta}^2}$$

В пределе нулевой виртуальности наши результаты совпадают с известными ранее. Значения функции F_2^c, полученные с помощью формул (1) и (2), хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В **пятой главе** рассмотрено поведение партонных распределений и структурных функций в области малых значений переменной Бьеркена x.

Раздел 5.1 содержит краткий анализ современной ситуации в этой области.

В **разделе 5.2** вводится метод сведения (при $x \to 0$) конволюции Меллина пертурбативно-рассчитываемого ядра с партонным распределением и/или структурной функцией к простому произведению этого партонного распределения и/или структурной функции (со сдвинутым аргументом) и моментом ядра, (нецелый) номер которого определяется значение δ степенной асимптотики $x^{-\delta}$ распределения и/или структурной функции. Сдвиг определяется также этим моментом ядра.

Раздел 5.3 содержит полуаналитическое решение уравнений ДГЛАП в области малых значений переменной x, а также правило построения этого решения по имеющемуся в моментном пространстве. В ведущем порядке теории возмущений эти решения для партонных распределений: кваркового $f_S(x, Q^2)$ и глюонного $f_G(x, Q^2)$, а также для структурной функции $F_2(x, Q^2)$ имеют вид (соответствующие решения в первых двух порядках теории возмущений более громоздки и могут быть найдены в диссертации):

$$\begin{aligned}
f_{\mathrm{a}}(x, Q^2) &= f_a^{+}(x, Q^2) + f_a^{-}(x, Q^2) \qquad\qquad (a = S,\ G) \\
f_S^{-}(x, Q^2) &= A_S e^{-d_-(1)s} + O(x) \\
f_G^{-}(x, Q^2) &= -\frac{4}{9} A_S e^{-d_-(1)s} + O(x) \\
f_G^{+}(x, Q^2) &= \left(A_G + \frac{4}{9} A_S\right) I_0(\sigma_{LO}) e^{-\overline{d}_+(1)s} + O(\rho_{LO}) \\
f_S^{+}(x, Q^2) &= \frac{f}{9}\left(A_G + \frac{4}{9} A_S\right) \rho_{LO} I_1(\sigma_{LO}) e^{-\overline{d}_+(1)s} + O(\rho_{LO}) \\
F_2(x, Q^2) &= e \cdot f_S(x, Q^2)
\end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\sigma_{LO} = 2\sqrt{\hat{d}_+ s ln x}, \qquad \rho_{LO} = \frac{\sigma_{LO}}{2ln(1/x)},$$

а $\hat{d}_+$ и $\overline{d}_+(1)$ - сингулярные и регулярные (при $n \to 1$) части отношений $d_\pm(n) = \gamma_\pm(n)/(2\beta_0)$ ведущих аномальных размерностей $\gamma_\pm(n)$ для $\pm$-компонент решения уравнения ДГЛАП в пространстве меллиновских моментов и ведущего члена $\beta_0 = (11C_A - 4T_F)/3$ в разложении КХД β -функции по константе связи. Их численные значения имеют вид:

$$d_-(1) = \frac{16f}{27\beta_0}, \quad \hat{d}_+ = -\frac{6}{\beta_0}, \quad \overline{d}_+(1) = 1 + \frac{20f}{27\beta_0},$$

В формуле (3) величины A_S и A_G - нормировки кваркового $f_S(x, Q^2)$ и глюонного $f_G(x, Q^2)$ распределений при некотором начальном значении Q_0^2 квадрата импульса виртуального фотона, $s = ln\Big(ln(Q^2/\Lambda^2)/ln(Q_0^2/\Lambda^2)\Big)$, Λ - КХД параметр, а $\epsilon = \sum_1^f e_i^2/f$ - усредненный квадрат заряда активных f кварков ($\epsilon = 5/18$ при $f = 4$).

Далее в разделе приведены эффективные наклоны партонных распределений и структурной функции $F_2(x, Q^2)$, а также продемонстрировано прекрасное согласие между рассмотренными представлениями как для структурной функции $F_2(x, Q^2)$, так и для ее наклона с соответствующими экспериментальными данными.

В **разделе 5.4** получены аналитические формулы, справедливые в первых двух порядках теории возмущений и позволяющие выделять глюонное распределение при малых значениях переменной x из данных для структурной функции F_2 и ее производной по Q^2 в случае произвольной степенной асимптотики $F_2 \sim x^{-\delta}$. Например, в случае $\delta = 0.3$, что поддерживается экспериментальными данными, глюонное распределение имеет простой вид (при $f = 4$ и в $\overline{MS}$ схеме):

$$\begin{aligned} f_G(x, Q^2) &= \frac{0.98}{\epsilon a_s(Q^2)(1 + 52.5 a_s(Q^2))} \cdot \Bigg[\frac{dF_2(x, Q^2)}{dln(Q^2)} \\ &+ 1.39 a_s(Q^2) F_2(x, Q^2)\Bigg] + O(a_s^2(Q^2), x^{1-\delta}), \end{aligned}$$

где $a_s(Q^2) = \alpha_s(Q^2)/(4\pi)$.

Результат находится в хорошем согласии с численными оценками глюонного распределения.

Раздел 5.5 содержит аналитические формулы, справедливые в первых двух порядках теории возмущений и позволяющие выделять продольную структурную функцию при малых значениях переменной x из данных для структурной функции F_2 и ее производной по Q^2 в случае произвольной степенной асимптотики $F_2 \sim x^{-\delta}$. Например, в случае $\delta = 0.3$, что поддерживается экспериментальными данными, продольная структурная функция имеет простой вид (при $f = 4$ и в $\overline{MS}$ схеме):

$$\begin{aligned} F_L(x, Q^2) &= \frac{1.05}{1 + 59.3 a_s(Q^2)} \cdot \Bigg[\frac{dF_2(x, Q^2)}{dln(Q^2)} \\ &+ 3.59 a_s(Q^2) F_2(x, Q^2)\Bigg] + O(a_s^2(Q^2), x^{1-\delta}) \end{aligned} \tag{4}$$

Заметим что соотношение (4) позволило дать представления для структурной функции F_L и отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$ в области малых значениях переменной x, которые находятся в хорошем согласии с недавними экспериментальными данными коллаборации H1. Более аккуратное измерение продольной функции, планируемое в DESY, вместе с предсказаниями (4) должны будут пролить свет на величину вклада непертурбативных эффектов в области малых значений переменной Бьеркена x.

В **разделе 5.6** обсуждается Q^2 -зависимость "интерсепта" померона в процессе глубоконеупругого рассеяния в предположении степенной асимптотики структурной функции F_2 во всей области изменения виртуальности фотона Q^2.

Шестая глава посвящена построению параметризации структурных функций и их отношений.

В **разделе 6.1** изучена асимптотика при $x \to 1$ структурных функций и партонных распределений в обеих каналах: синглетном и несинглетном.

Раздел 6.2 содержит схемноинвариантное обобщение параметризации Лопеца и Индурайна, параметризацию EMC отношения, а также схемноинвариантный анализ поведения отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$ в области малых значениях переменной x.

Отметим, что с точки зрения приложения схемноинвариантной теории возмущений отношение $R(x,Q^2)$ является уникальной величиной. Неведущая поправка в отношение $R(x,Q^2)$ большая и отрицательная в области малых значениях переменной x, так что, начиная с некоторых достаточно малых значений x, она формально может превышать ведущий порядок, приводя к отрицательным значениям для отношения. Это свидетельствует о неприменимости обычной теории возмущений. В рамках схемноинвариантной теории возмущений отношение R неотрицательно и стремится к нулю как $1/ln(1/x)$ при $x \to 0$.

В **разделе 6.3** построена параметризации структурных функций, совместимые с предсказаниями пертурбативной КХД в обеих асимптотиках $x \to 0$ и $x \to 1$, что приводит к ее успешному применению для анализа экспериментальных данных во всей области переменной x.

Раздел 6.4 посвящен изучению Q^2 -зависимости асимметрии $A_1(x,Q^2) = g_1(x,Q^2)/F_1(x,Q^2)$.

В первой части раздела для этой цели использован экспериментальный биннинг асимметрии, что позволяет (на основе уравнений ДГЛАП) построить для асимметрии цепочку дифференциальных уравнений, решение которой определяет ее Q^2 -зависимость.

Во второй части Q^2 -зависимость асимметрии A_1 определяется на основе предположения о подобии как формы, так и Q^2 -зависимости для структурных функций $g_1(x,Q^2)$ и $F_3(x,Q^2)$. Такое подобие приводит к очень простому представлению для Q^2 -эволюции асимметрии $A_1(x,Q^2)$ и демонстрирует прекрасное согласие с данными, полученными при учете этой эволюции более точными, однако более громоздкими способами.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

ПУБЛИКАЦИИ

[1] Казаков Д.И., Котиков А.В., *α_s -поправка к отношению сечений $R = \sigma_L/\sigma_T$ в КХД*, ЯФ **46** (1987) 1767.

[2] Котиков А.В., *Метод вычисления моментов структурных функций глубоконеупругого рассеяния в квантовой хромодинамике*, ТМФ **78** (1989) 187.

[3] Kazakov D.I., Kotikov A.V., *Total α_s correction to the ratio of the deep inelastic scattering cross-sections $R = \sigma_L/\sigma_T$ in QCD*, Nucl.Phys. **B307** (1988) 721.

[4] Котиков А.В., Препринт ОИЯИ Р2-88-139 (1988), Дубна *Поведение несинглетных структурных функций глубоконеупругого рассеяния при $x \sim 0$ и $x \sim 1$ и их схемноинвариантная параметризация*, Препринт ОИЯИ Р2-88-139 (1988), Дубна.

[5] Kotikov A.V., *The behaviour of the structure functions and the ration $R = \sigma_L/\sigma_T$ in deep inelastic scattering for $x \sim 0$ and $x \sim 1$ and their scheme-invariant parametrizations*, JINR preprint E2-88-422 (1988), Dubna.

[6] Котиков А.В., *Фит самодействия глюонов в КХД при различных параметризациях отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$ в глубоконеупругом рассеянии лептонов на адронах*, ЯФ **49** (1989) 223.

[7] Kotikov A.V., *QCD test of the triple vertex in deep inelastic scattering for different $R = \sigma_L/\sigma_T$ parametrizations*, Mod.Phys.Lett. **A4** (1989) 2017.

[8] Котиков А.В., *Поведение отношения $R = \sigma_L/\sigma_T$ в КХД при $x \sim 0$ и $x \sim 1$ и его простые параметризации*, ЯФ **49** (1989) 1725.

[9] Котиков А.В., *Поведение EMC -отношения как функции x и Q^2 и его простые параметризации*, ЯФ **50** (1989) 201.

[10] Вовк В.И., Котиков А.В., Максимов С.И., *Параметризация кварковых функций распределения*, Доклады АН УССР **А** (1990) 58.

[11] Вовк В.И., Котиков А.В., Максимов С.И., *КХД параметризация структурных функций глубоконеупругого рассеяния*, ТМФ **84** (1990) 101.

[12] Kazakov D.I., Kotikov A.V., Parente G., Sampayo O.A., Sanchez Guillen J., *Complete Quartic (α_s^2) correction to the deep inelastic longitudinal structure function F_L in QCD*, Phys.Rev.Lett. **65** (1990) 1535.

[13] Kotikov A.V., *Differential equations method: new technique for massive Feynman diagrams calculation*, Phys.Lett. **254B** (1991) 158.

[14] Kotikov A.V., *Differential equations method: the calculation of vertex type Feynman diagrams*, Phys.Lett. **259B** (1991) 314.

[15] Kotikov A.V., *Differential equations method: the calculation of N point Feynman diagrams*, Phys.Lett. **267B** (1991) 123.

[16] Kotikov A.V., *New method of massive Feynman diagrams calculation*, Mod.Phys.Lett. **A6** (1991) 677.

[17] Kotikov A.V., *New method of massive N - point Feynman diagrams calculation*, Mod.Phys.Lett. **A6** (1991) 3133.

[18] Kotikov A.V., *New method of massive Feynman diagrams calculation. Vertex - type functions*, Int.J.Mod.Phys. **A7** (1992) 1977.

[19] Kazakov D.I., Kotikov A.V., *On the value of the α_s correction to Callan-Gross relation*, Phys.Lett. **B291** (1992) 171.

[20] Котиков А.В., *О расчете массивных фейнмановских диаграмм*, УФЖ **37** (1992) 303.

[21] Енковский Л.Л., Котиков А.В., Пакканони Ф., *Q^2 -эволюция функции распределения мягких глюонов*, ЯФ **55** (1992) 2205.

[22] Енковский Л.Л., Котиков А.В., Пакканони Ф., *Q^2 -эволюция структурной функции $F_2(x, Q^2)$ при малых значениях x*, Письма в ЖЭТФ **58** (1993) 165.

[23] Kotikov A.V., Parente G., Sanchez Guillen J., *Renomalization scheme invariant analysis of the DIS structure functions F_2 and F_L*, Z.Phys. **C58** (1993) 465.

[24] Котиков А.В., *Поведение партонных функций распределений в области малых значений переменной x*, ЯФ **56** (1993) N9, 217.

[25] Jenkovszky L.L., Kotikov A.V., Paccanoni F., *Q^2 evolution of $F_2(x, Q^2)$ at small x from NMC to the HERA data*, Phys.Lett. **B314** (1993) 421.

[26] Котиков А.В., *Распределение глюонов в области малых значений переменной x*, ЯФ **57** (1994) 142.

[27] Kotikov A.V., *Gluon distribution as function of F_L and F_2 at small x*, Phys.Rev. **D49** (1994) 5746.

[28] Котиков А.В., *О поведении отношения $R(x, Q^2)$ в области малых значений x*, Письма в ЖЭТФ **59** (1994) 3.

[29] Котиков А.В., *Распределение глюонов как функция* $F_2(x, Q^2)$ *и* $dF_2(x, Q^2)/dln(Q^2)$ *при малых значениях* x, Письма в ЖЭТФ **59** (1994) 635.

[30] Kotikov A.V., *Small* x *behaviour of DIS ratio* $R(x, Q^2) = \sigma_L/\sigma_T$, Phys.Lett. **B338** (1994) 349.

[31] Котиков А.В., *Продольная структурная функция* $F_L(x, Q^2)$ *как функция* $F_2(x, Q^2)$ *и* $dF_2(x, Q^2)/dln(Q^2)$ *при малых значениях* x, ЖЭТФ **107** (1995) 1761.

[32] Kotikov A.V., *The Gegenbauer Polynomial Technique: the evaluation of a class of Feynman diagrams*, Phys.Lett. **B375** (1996) 240.

[33] Kotikov A.V., Parente G., *The gluon distribution as a function of* F_2 *and* $dF_2/d(lnQ^2)$ *at small* x. *The next-to-leading analysis*, Phys.Lett. **B379** (1996) 195.

[34] Котиков А.В., *О поведении траектории КХД померона в глубоконеупругом рассеянии*, ЯФ **59** (1996) 2219.

[35] Kotikov A.V., *Small* x *behaviour of parton distributions in proton*, Mod.Phys.Lett. **A11** (1996) 103

[36] Kotikov A.V., Parente G., *The longitudinal structure function* F_L *at small* x, hep-ph/9609237, in Proceedings of International Workshop on Deep Inelastic Scattering and Related Phenomena (1996), Rome, p.237

[37] Kotikov A.V., Parente G., *The longitudinal structure function* F_L *as a function of* F_2 *and* $dF_2/d(lnQ^2)$ *at small* x. *The next-to-leading analysis*, Mod.Phys.Lett. **A12** (1997) 963

[38] Котиков А.В., Паренте Ж., *Непрямое определение отношения* $R = \sigma_L/\sigma_T$ *при малых значениях* x *из данных HERA*, ЖЭТФ **112** (1997) 32.

[39] Котиков А.В., Максимов С.И., Паробий И.С., *КХД параметризация кварковых функций распределения кварков и глюонов в нуклоне. Случай "жестких" глюонов*, ТМФ **111** (1997) 63.

[40] Котиков А.В., Пешехонов Д.В., Q^2 *-зависимость измеряемой асимметрии* A_1*: тест правил сумм Бьеркена*, Письма в ЖЭТФ **65** (1997) 9.

[41] Kotikov A.V., Parente G., *Small* x *behaviour of parton distributions with soft initial conditions*, Nucl.Phys. **B549** (1999) 242.

[42] Kotikov A.V., Peshekhonov D.V., *The* Q^2 *-dependence of the measured asymmetry* A_1 *from the similarity of* $g_1(x, Q^2)$ *and* $F_3(x, Q^2)$ *structure functions*, Eur.Phys. J **C9** (1999) 55.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 апреля 2000 года.

Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 11.05.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,71
Тираж 100. Заказ 52015

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области