СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P17-2000-247

Г.Очирбат[1], О.Нямсурен[2]

СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ ПЛЕНКЕ С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ КЕРРА. СЛУЧАЙ РАССЕЯНИЯ

[1]Монгольский государственный университет, Улан-Батор
[2]Компания «Газар-холдинг», Улан-Батор

2000

Введение

Когда речь идет о точном решении задачи распространения стационарных световых волн в плоской нелинейной структуре, обычно имеется в виду изотропная пленка или подложка. Однако оптическое свойство изотропной среды существенно отличается от анизотропной среды. Различие этих двух категорий веществ отражается на характере распространения света в них и лежит в основе хорошо известных многих оптических явлений. Оптические свойства изотропных и линейных сред детально изучены [1]. Однако этого нельзя сказать в отношении анизотропных и нелинейных материалов. В настоящее время с развитием технологии получения новых материалов в науку и технику интенсивно внедряются разнообразные нелинейные оптические кристаллы, которые являются предметом новых экспериментальных и теоретических исследований. Нелинейная кристаллическая оптика – постоянная развивающаяся область физической оптики и технологии.

Теоретическое рассмотрение оптических явлений в нелинейных и анизотропных средах базируется на приближенном решении уравнений Максвелла с помощью теории возмущения [2]. Такой подход часто оправдывается малостью нелинейных взаимодействий в этих средах и трудностью получения точного решения уравнений Максвелла. Однако известно, что существует ряд нелинейных явлений, которые не имеют соответствующего линейного аналога. В связи с этим получение и анализ точного решения уравнений Максвелла для волн в нелинейном кристалле в рамках задачи рассеяния света вызывает большой научный интерес. В настоящее время такие решения получены для световых волн ТЕ- и ТМ- поляризации в ряде нелинейностей в основном в задаче поверхностных и волноводных волн [4] . Формальное решение уравнений Максвелла для ТЕ-поляризованных световых волн в полубесконечной среде в рамках задачи рассеяния впервые получено А.Е.Капланом [3]. Подобное решение для ТМ-поляризованных волн найдено в [5,6].

Совсем недавно с целью изучения рассеяния света от анизотропной и плоской нелинейной пленки мы рассматривали задачу распространения световых волн в диэлектрической пленке, главные значения диэлектрического тензора которой зависят от локальной интенсивности произвольным образом. Там введены некоторые вспомогательные переменные, с помощью которых задачи ТЕ- и ТМ- волн решены в формальном виде. Также в случае изотропной нелинейности Керра предложена схема интегрирования полной системы уравнений Максвелла посредством решения замкнутого уравнения для одной вспомогательной переменной [7]. Однако прием, использованный там, непосредственно не применим к анизотропной нелинейности Керра, где главные значения диэлектрического тензора:

$$\begin{aligned}
\epsilon_{xx} &= \varepsilon_x + \alpha(\alpha_{xx}|E_x|^2 + \alpha_{xy}|E_y|^2 + \alpha_{xz}|E_z|^2),\\
\epsilon_{yy} &= \varepsilon_y + \alpha(\alpha_{yx}|E_x|^2 + \alpha_{yy}|E_y|^2 + \alpha_{yz}|E_z|^2),\\
\epsilon_{zz} &= \varepsilon_z + \alpha(\alpha_{zx}|E_x|^2 + \alpha_{zy}|E_y|^2 + \alpha_{zz}|E_z|^2),
\end{aligned} \qquad (1)$$

где ε_x, ε_y, ε_z - главные значения диэлектрического тензора при равной нулю интенсивности света, α - постоянная Керра, которая исключается из рассмотрения вследствие замены

$$\sqrt{\alpha}E \to E, \quad c\mu_0\sqrt{\alpha}H \to H.$$

Г. И. Стегеман впервые рассматривал поверхностные волны в плоской структуре, в состав которой входит среда с тензором (1) [8]. Решение, полученное им для этой среды, является, по существу, вещественной функцией.

Наша цель – получить в рамках задачи рассеяния более общие формальные решения TE- и TM- волн в среде с тензором (1).

2. Решение

Полагаем, что свет падает из накладки ($z \le 0$) на поверхность ($z = 0$) анизотропной и нелинейной пленки ширины d. Волну в пленке представим в виде

$$E_x = iAexr(i\phi_A)\varphi + \text{k.c}, E_y = ie\,exr(i\phi_h)\varphi + \text{k.c}, E_z = ie_z exr(i\phi_e)\varphi + \text{k.c},$$
$$H_x = iHexr(i\phi_H)\varphi + \text{k.c}, H_y = ihexr(i\phi_e)\varphi + \text{k.c}, H_z = ih_z exr(i\phi_h)\varphi + \text{k.c}.$$

Здесь $\varphi = \exp(-i\omega t + ik_0\beta x)$, k_0 – модуль волнового вектора, соответствующий вакууму, β - постоянная рефракции, ω - круговая частота,

$$A > 0, e > 0, e_z > 0, H > 0, h < 0, \ h_z > 0.$$

По выбору геометрии амплитуды A, e, e_z, H, h, h_z, а также фазы ϕ_A, ϕ_e, ϕ_H, ϕ_h зависят только от z-координаты. В уравнениях Максвелла фазовые разности исключаются с помощью соотношений закона сохранения потоков.

Для электронной нелинейности

$$\alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz} = 3\alpha_{xy} = 3\alpha_{xz} = 3\alpha_{zy}\ .$$

Функцией U, удовлетворяющей условию интегрируемости, приведенному в [10]:

$$\in_{xx} E_x = \frac{\partial U}{\partial E_x^*}, \quad \in_{yy} E_y = \frac{\partial U}{\partial E_y^*}, \quad \in_{zz} E_z = \frac{\partial U}{\partial E_z^*}, \tag{2}$$

является

$$U = \varepsilon_x|E_x|^2 + \varepsilon_y|E_y|^2 + \varepsilon_z|E_z|^2 + \alpha_{xy}|E_x|^2|E_y|^2 + \alpha_{xz}|E_x|^2|E_z|^2 + \alpha_{yz}|E_y|^2|E_z|^2 +$$
$$+\frac{1}{2}\alpha_{xx}|E_x|^4 + \frac{1}{2}\alpha_{yy}|E_y|^4 + \frac{1}{2}\alpha_{zz}|E_z|^4. \tag{3}$$

Это выражение можно написать в другом, более компактном виде:

$$U = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \in_{xx})|E_x|^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_y + \in_{yy})|E_y|^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_z + \in_{zz})|E_z|^2. \tag{4}$$

При условии

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z, \ \alpha_{xy} = \alpha_{xz} = \alpha_{yz} = \alpha_{xx} = \alpha_{yy} = \alpha_{zz}$$

формула для U переходит в выражение

$$U = \frac{\in^2 - \varepsilon^2}{2}, \tag{5}$$

что соответствует изотропному случаю нелинейности типа Керра. При выполнении условий (2) существует следующий первый интеграл [10]:

$$\left|\frac{dE_x}{dz}\right|^2+\left|\frac{dE_y}{dz}\right|^2=-U+\beta^2(|E_y|^2+|E_z|^2)+cnst\,. \qquad (6)$$

Теперь рассмотрим два частных случая поляризации в отдельности, используя этот интеграл.

TE – волна. По определению h = A = E_x = 0. Остальные компоненты поля, вообще говоря, не равны нулю. Приведем из системы уравнений Максвелла следующее уравнение:

$$\frac{dE_y}{dz}=H. \qquad (7)$$

Это совместно с (6) дает

$$|H|^2=-U+\beta^2e^2+cnst\,. \qquad (8)$$

Здесь

$$e^2=\frac{\in_{yy}-\varepsilon_y}{\alpha_{yy}}\;,\; U=\frac{\in_{yy}^2-\varepsilon_y^2}{\alpha_{yy}}. \qquad (9)$$

Подставляя эти выражения в (8), получаем, что

$$|H|^2=-\frac{\in_{yy}^2-\varepsilon_y^2}{2\alpha_{yy}}+\beta^2\frac{\in_{yy}-\varepsilon_y}{\alpha_{yy}}+cnst\,, \qquad (10)$$

а также

$$|H_z|^2=\beta^2e^2=\beta^2\frac{\in_{yy}-\varepsilon_y}{2\alpha_{yy}}. \qquad (11)$$

Уравнение «эволюции» величины $\in_{yy}$ по координате z

$$\frac{d\in_{yy}}{dz}=2\alpha_{yy}\sqrt{e^2H^2-4co_2{}^2}\,, \qquad (12)$$

где co_2 - постоянная величина, представляющая поток энергии. e^2, согласно первой формуле (9), а также H^2 по (11) выражаются через одну и ту же величину $\in_{yy}$. Разделением переменных в (12) переходим к интегралу

$$z=\frac{1}{2\alpha_{yy}}\int\frac{d\in_{yy}}{\sqrt{e^2H^2-4co_2{}^2}}. \qquad (13)$$

TM-волна. По определению e = H_z = H = 0. Остальные компоненты поля не равны нулю.

Приведем из системы уравнений Максвелла следующее уравнение:

$$\frac{dA}{dz}=\frac{\in_{zz}-\beta^2}{\in_{zz}}h\,. \qquad (14)$$

Это уравнение совместно с (6) дает

$$\left(\frac{\in_{zz}-\beta^2}{\in_{zz}}\right)^2h^2=-U+\frac{\beta^4}{\in_{zz}}h^2+cnst\,. \qquad (15)$$

От последнего выражения в (1) находим, что

$$|E_x|^2 = \frac{1}{\alpha_{zx}}\left(\in_{zz} - \varepsilon_z - \alpha_{zz}\frac{\beta^2 h^2}{\in_{zz}^2}\right). \qquad (16)$$

Подставляя это выражение в (15), получаем

$$u_4 h^4 + (1 + u_2 - 2\frac{\beta^2}{\in_{zz}})h^2 + u_0 - cnst = 0\,, \qquad (17)$$

где

$$u_0 = (\varepsilon_x(\in_{zz} - \varepsilon_z) + \frac{1}{2}\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}}(\in_{zz} - \varepsilon_z)^2)\frac{1}{\alpha_{zx}}, \qquad (18)$$

$$u_2 = ((-\varepsilon_x + \frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}}\varepsilon_z)\frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}} + (1 - \frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}}\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}})\in_{zz})\frac{\beta^2}{\in_{zz}^2}, \qquad (19)$$

$$u_4 = (-1 + \frac{\alpha_{zz}}{\alpha_{zx}}\frac{\alpha_{xx}}{\alpha_{zx}})\frac{\alpha_{zz}}{2}\frac{\beta^4}{\in_{zz}^4}. \qquad (20)$$

Отсюда

$$h^2 = -\frac{1+u_2}{2u_4} + \frac{\beta^2}{\in_{zz} u_4} \pm ((-\frac{1+u_0}{2u_4} + \frac{\beta^2}{\in_{zz} u_4})^2 + \frac{-u_0 + cnst}{u_4})^{\frac{1}{2}}. \qquad (21)$$

Итак, мы получили фактически два выражения для h^2, содержащие многие параметры. Выбор знака в (21) требует более тонкого разбирательства. Он будет зависеть от

$$cnst,\ \beta^2,\ \varepsilon_x, \varepsilon_z, \alpha_{xx}\ \alpha_{zx}, \alpha_{zz}.$$

приграничного (при z = d) значения величины $\in_{zz}$, которое определяет параметр cnst, а также величину потока энергии. Неоднозначностью выражения (21) анизотропная нелинейность существенно отличается от изотропного случая. Здесь мы имеем дело с особенностью типа ветвления. Она связана с присутствием старшего члена четвертого порядка в уравнении (17). В случае, если $u_4 = 0$, она исчезает. В изотропном случае, где

$$\alpha_{xy} = \alpha_{xz} = \alpha_{yz},$$

из (20) получается, что $u_4 = 0$. Следовательно, сингулярность есть следствие анизотропности нелинейной части главных значений диэлектрического тензора среды Керра. Отметим, что пока мы не успели идентифицировать, какое физическое явление стоит за этой особенностью. Из-за множественности параметров и сложности математической структуры решения анализ должен быть нетривиальным.

Зависимость величины $\in_{zz}$ от координаты z определится следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\in_{zz}}{dz} = \frac{2}{\in_{zz}^3 + 2\beta^2\alpha_{zz}h^2}(\alpha_{zz}(\in_{zz} - \beta^2)\in_{zz}^2 - \beta^2\alpha_{zz}\in_{zz}\in_{xx})\times$$
$$\times\sqrt{h^2 A^2 - 4co_1^2}\,, \qquad (22)$$

где co_1 - постоянная величина, представляющая собой поток энергии. Формула (20) выражает h^2 через $\in_{zz}$. Из (16) видно, что A^2 выражается также через $\in_{zz}$. Таким образом, все ненулевые компоненты поля являются функциями только от ϵ_{zz}. Уравнение (21) разделением переменных приводится к квадратуре

$$z = d \pm \frac{1}{2}\int_{I_0}^{I} \frac{(\epsilon_{zz}^3 + 2\beta^2\alpha_{zz}h^2)\Big/\sqrt{A^2h^2 - 4co_1^{\,2}}}{\alpha_{zz}(\epsilon_{zz} - \beta^2)\,\epsilon_{zz}^2 - \beta^2\alpha_{zz}\epsilon_{xx}\epsilon_{zz}} d\epsilon_{zz}\,, \qquad (23)$$

где I_0 - величина интенсивности света на граничной с подложкой плоскости пленки, $z= = d$, d – толщина пленки.

В настоящее время известен целый класс кристаллов, главные значения диэлектрического тензора которых являются более общей квадратичной функцией от полевых компонент, чем (1) [9]. Отметим, что использованная в данной работе процедура также применима к этому типу нелинейностей.

Авторы выражают благодарность профессору И.В.Пузынину за поддержку и помощь в работе, а также Д. Отгонсурену за помощь, оказанную при оформлении статьи.

Список литературы

[1] Борн. М., Вольф Э., Основы оптики, 1970, М.: Наука.
[2] Бломберген.Н. , Нелинейная оптика, 1966, М.: Мир.
[3] Каплан А. Е., Письма в ЖЭТФ , 1976, т.24, с. 132-135.
[4] Михалаке Д. и др., ЭЧАЯ, 1992, т.23, вып. 1, 122-173, Дубна.
[5] Leung K. M., Lin R. I., Phys. Rev., 1991, v.44, №10 , p.5007.
[6] Очирбат Г. Препринт, ОИЯИ ,1991, P17-91-358, Дубна.
[7] Очирбат Г Препринт, ОИЯИ, 2000, P17-2000-241, Дубна.
[8] Stegeman G.I.,I.E.E.E.J. Quantum Electron.,1982, v.18, p.1610.
[9] Dmitriev V.G., Gurzadyan, Nicogosyan, Handbook of NL optical crystals, 1995, springer series.
[10] Очирбат Г. Препринт, ОИЯИ ,1996, P17-96-382, Дубна.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 октября 2000 года.

Очирбат Г., Нямсурен О. P17-2000-247
Световые волны в анизотропной пленке с нелинейностью Керра. Случай рассеяния

Рассматривается световая волна в анизотропной пленке с нелинейностью Керра в рамках задачи рассеяния. Получены формальные решения уравнений Максвелла для ТЕ- и ТМ-волн в отдельности. В последнем случае решение обладает особенностью ветвления. Процедура, использованная в этой работе, применима также к более общему классу кристаллов с квадратичной нелинейностью.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2000

Перевод авторов

Ochirbat G., Nyamsuren O. P17-2000-247
Light Waves in Anisotropic Film with Kerr Nonlinearity. Case of Scattering

Light wave in an anisotropic film with Kerr nonlinearity is considered in the framework of a scattering problem. Formal solutions of Maxwell equations have been obtained separately for TE and TM waves. The latter has a solution of branching type. The procedure used in the investigation can be applied to a more general class of crystals with a square nonlinearity.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2000

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 03.11.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 0,57
Тираж 315. Заказ 52329. Цена 69 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области