ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-2000-72

А.И.Голохвастов*

KNO-СКЕЙЛИНГ В ИЗОСПИНОВО СВЯЗАННЫХ РЕАКЦИЯХ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

*golokhv@lhe17.jinr.dubna.su

2000

1. ПРОБЛЕМА

С точностью до экспериментальных ошибок, распределения по множественности ($P_n \equiv \sigma_n/\sigma_{\rm in}$) отрицательных частиц в pp-взаимодействиях при разных энергиях, начиная с пороговой и, по крайней мере, до $\sqrt{s} = 60$ ГэВ, подобны друг другу, то есть подчиняются KNO-скейлингу [1], точнее, его корректной реализации, согласующейся с условием нормировки $\Sigma_0^\infty P_n = 1$ (см., например, [2]):

$$P_n = \int\limits_n^{n+1} P(m)dm, \tag{1}$$

где $P(m)$ — непрерывная KNO-инвариантная функция:

$$P(m) = \frac{1}{\langle m\rangle}\Psi\left(\frac{m}{\langle m\rangle}\right); \qquad \langle m\rangle \equiv \int\limits_0^\infty mP(m)dm. \tag{2}$$

Функция $\Psi(z)$ не зависит от первичной энергии и удовлетворяет нормировочным равенствам, вытекающим из (1), (2) и условия $\Sigma_0^\infty P_n = 1$:

$$\int\limits_0^\infty \Psi(z)dz = 1; \qquad \int\limits_0^\infty z\Psi(z)dz = 1. \tag{3}$$

С ростом энергии растет масштабный параметр $\langle m\rangle$, и функция $P(m)$ линейно растягивается по горизонтали и сжимается по вертикали при неподвижной масштабной сетке (с шагом, равным 1), режущей эту функцию на парциальные вероятности P_n (см. рис. **1а**).

Существующие экспериментальные данные не позволяют уточнить, относится ли этот скейлинг именно ко всем отрицательным частицам или только к π^--мезонам. В среднюю множественность некоторый вклад вносят K^--мезоны, но они не могут заметно повлиять на *форму* распределения по множественности. Отрицательные частицы и π^--мезоны в пределах ошибок опишутся одной и той же функцией $\Psi(z)$. Далее, для упрощения, будем говорить о $\pi^\pm$-мезонах, пренебрегая примесью $K^\pm$-мезонов или включая их в общее число мезонов.

Для положительных частиц в pp-взаимодействиях этот скейлинг выполняться не может, т.к. в каждом событии $n_+ = n_- + 2$ (сохранение заряда), т.е. вероятности P_n для положительных частиц получатся, если в (1) сдвинуть пределы интегрирования с $[n, n+1]$ на $[n-2, n-1]$.

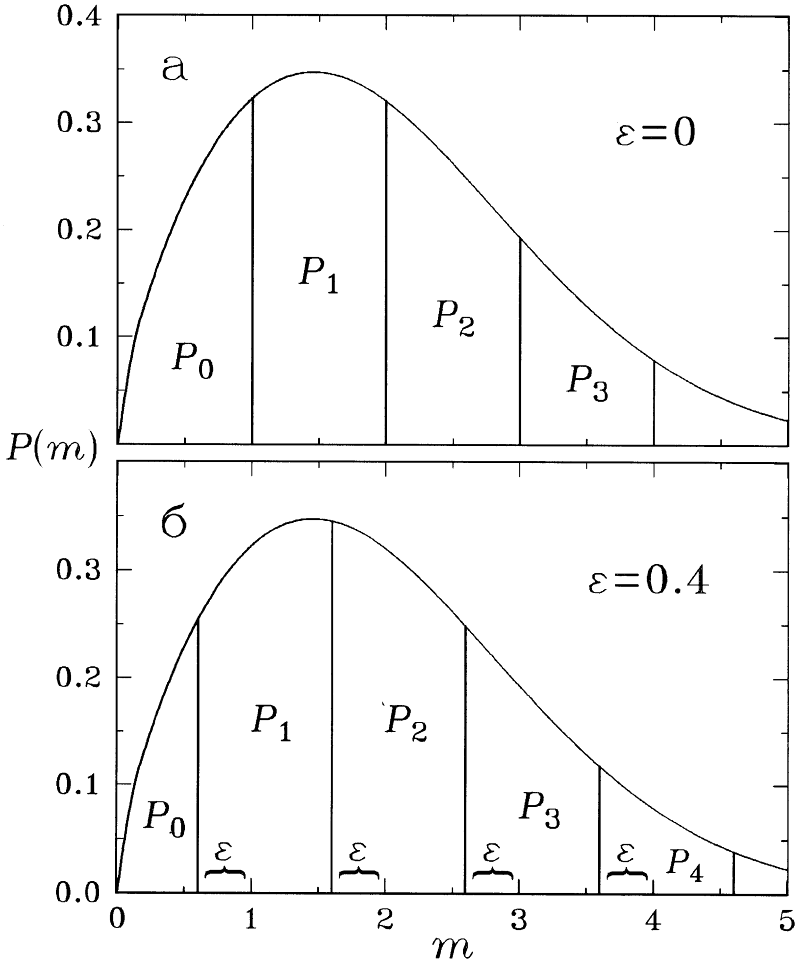

Рис.1. *Получение дискретного распределения по множественности из непрерывной KNO-инвариантной функции $P(m)$:* **(а)** *— согласно обычному рецепту (1);* **(б)** *— согласно более общей формуле (8), отличающейся возможностью сдвига влево масштабной сетки, режущей функцию $P(m)$ на парциальные вероятности P_n (KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг)*

К тому же естественнее было бы предположить, что скейлинг выполняется для распределений только π^+-мезонов, а не для суммы числа родившихся π^+-мезонов с числом уцелевших протонов. Но эксперимент показывает, что и для π^+-мезонов в pp-взаимодействиях этот скейлинг тоже не выполняется. Математическая причина этого близка к предыдущей — почти независимо от энергии $\langle n_{\pi^+}\rangle \approx \langle n_{\pi^-}\rangle + 0.7$ [3].

Таким образом, скейлинг (1)–(3) для $pp \to \pi^-$ выглядит случайным совпадением, т.к. не выполняется для реакции $pp \to \pi^+$, которая ничем не хуже. Правда, можно предположить, что этот скейлинг работает только "в области пионизации", а лишние $\sim$0.7 π^+-мезона являются фрагментационными и добавляются к скейлинговому распределению при неупругой перезарядке первичных протонов в нейтроны. В следующем разделе рассмотрим эту модель как приближенную, а в разделе 3 сформулируем обобщение скейлинга (1)–(3), применимое к разным изоспиново связанным реакциям — KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг (рис. **1б**).

В качестве $\Psi(z)$ для нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействий будем использовать функцию

$$\Psi(z) = a(z+0.14)\exp[-b(z+0.14)^2], \qquad (4)$$

где коэффициенты a=1.25 и b=0.62 получаются из условий (3). Эта функция хорошо интегрируется и описывает данные $pp \to \pi^-$ не хуже других функций $\Psi^{pp}(z)$, приведенных, например, в работе [2], продолжением которой во многом является настоящая работа.

Для сравнения с экспериментом используем данные: $pp \to \pi^-$ при $p_{\text{лаб}}$ =1.7–400 ГэВ/c (ссылки см. в [2, 3]); $pp \to \pi^+$ ($nn \to \pi^-$) при 1–69 ГэВ/c [4–13]; np при 1.3–400 ГэВ/c [14–25]; $\bar{p}p$ при 0–100 ГэВ/c [26–49]; $\bar{n}p$ и $\bar{p}n$ при 0–100 ГэВ/c [15, 50–57].

2. ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ

Итак, предположим, что распределения по множественности, например π^--мезонов, в "области пионизации" во всех нуклон-нуклонных (pp, np и nn) взаимодействиях при больших энергиях одинаковы. Перезарядка же первичного нейтрона в протон приводит к появлению дополнительного π^--мезона в "области фрагментации" нейтрона [21].

Перезарядкой мы здесь называем изменение заряда нуклона в результате его фрагментации, а не обмен зарядами между нуклонами.

Пусть в np-взаимодействиях с вероятностью $(1-\delta)$ нейтрон остается нейтроном, т.е. в этом подансамбле событий распределение π^--мезонов такое же, как в pp: $P_n(np) = P_n(pp)$. С вероятностью δ нейтрон превращается в протон, значит, в этих событиях множественность π^- увеличивается на 1: $P_{n+1}(np) = P_n(pp)$. Тогда распределение по множественности π^--мезонов в np-взаимодействиях получается

$$P_n(np) = (1-\delta)P_n(pp) + \delta P_{n-1}(pp). \tag{5}$$

Это часто используемое соотношение было предложено в работе [20] из близких соображений. Там же было показано, что значение δ при 100 ГэВ/c в пределах ошибок не зависит от числа отрицательных частиц. Из фита данных при $p_{\text{лаб}}$ =100–400 ГэВ/c [20–24], проведенного в [24] в предположении независимости δ также и от энергии, при переходе к нашим обозначениям получается δ =0.36±0.03.

В этой модели число отрицательных частиц в np-взаимодействиях получается больше, чем в pp, на величину δ. В nn — на 2δ:

$$\langle n_- \rangle^{np} = \langle n_- \rangle^{pp} + \delta; \qquad \langle n_- \rangle^{nn} = \langle n_- \rangle^{np} + \delta = \langle n_- \rangle^{pp} + 2\delta. \tag{6}$$

Второе равенство предполагает, что вероятность перезарядки одного нуклона не зависит от другого (независимость вершин [20]).

Получим вероятность перезарядки δ в предположении, что она не зависит от полного числа всех (заряженных и нейтральных) пионов. Это предположение кажется слабым по сравнению с предыдущим утверждением о независимости δ от числа отрицательных мезонов, с распределением которых δ непосредственно связана. Учтем, что зарядовая симметрия приводит к равенству множественностей в реакциях pp, np, $nn \to \pi^+$ и соответственно в nn, pn, $pp \to \pi^-$.

В табл. **1a** приведены средние множественности π^--, π^0- и π^+-мезонов в pp-, np-, pn- и nn-реакциях (в этой записи первый нуклон — пучковый, второй — мишенный) в событиях с полным числом всех пионов, равным 1. В таких событиях, в pp-взаимодействиях, π^--мезон родиться не может (сохранение заряда), т.е. число π^- равно 0. Значит, множественность π^+-мезонов равна 2δ. В np-взаимодействиях множественности π^+- и π^--мезонов равны δ. Множественность π^0-мезонов в каждой реакции дополняет полную множественность до 1.

Сумма средних множественностей пионов в каждой реакции равна единице (правая колонка). Сумма этих единичек равна 4. Из изоспиновой инвариантности, кроме ее же симметрии, дополнительно следует, что при взаимодействии изоспиново неполяризованного пучка (равная смесь протонов и нейтронов) с изоспиново неполяризованной мишенью (то же) рождается изоспиново неполяризованное конечное состояние — равная смесь π^--, π^0- и π^+-мезонов [58, 59] (отбор событий с фиксированной множественностью всех пионов не нарушает эту инвариантность). То есть сумма в каждой колонке табл. **1a** равна 4/3 (нижний ряд). Решением этой таблицы является δ=1/3.

Таблица 1

Средняя множественность пионов разных знаков в разных нуклон-нуклонных **(а)** *и антинуклон-нуклонных неаннигиляционных* **(б)** *реакциях, согласно модельным равенствам (6), в событиях с полным числом всех пионов, равным 1*

(а)	π^-	π^0	π^+	π
pp	0	1-2δ	2δ	1
np	δ	1-2δ	δ	1
pn	δ	1-2δ	δ	1
nn	2δ	1-2δ	0	1
	4/3	4/3	4/3	4

(б)	π^-	π^0	π^+	π
$\bar{n}p^N$ (неанн.)	0	1/3	2/3	1
$\bar{p}p^N$ (неанн.)	1/3	1/3	1/3	1
$\bar{n}n^N$ (неанн.)	1/3	1/3	1/3	1
$\bar{p}n^N$ (неанн.)	2/3	1/3	0	1
	4/3	4/3	4/3	4

Значение δ=1/3 близко́ к упомянутому экспериментальному результату (0.36±0.03 [24]), а величина 2δ=2/3 — к превышению множественности π^+- над π^--мезонами в pp-взаимодействиях (0.7±0.1 [3]), что и оправдывает наши сомнительные рассуждения. Вероятность 1/3 для перезарядки получается также в простой кварковой модели, где нуклон случайным образом теряет один из трех своих кварков, а потом подхватывает один из двух возможных.

В действительности изоспиновая инвариантность гарантирует равенство сечений выхода $\langle n\rangle\sigma_{\text{in}}$ разных пионов, а не их $\langle n\rangle$, но в нашем случае это безразлично, что видно из равенства всех клеток для π^0. Кстати, π^0-мезоны мы привлекли только для получения значения δ и не будем здесь заниматься их распределениями по множественности.

В работе [60] соотношение, аналогичное (5), было предложено для связи неаннигиляционных $\bar{p}p^N$-взаимодействий с pp-взаимодействиями (для *всех заряженных* частиц). Повторив рассуждения, приводящие к табл. **1а**, можно получить точно такую же табл. **1б** для множественности *пионов* в неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействиях. Заметим, что $\bar{p}p^N$-взаимодействия получаются аналогичны np-, а не pp-взаимодействиям, где изоспин может быть равен только 1, и нет перезарядки первичных частиц "друг на друге".

На рис. **2** приведено сравнение с экспериментом модельного предсказания (5) (значения $P_n(pp)$ вычислялись по формулам (1)–(4)). Показаны отношения разных статистических моментов распределений по множественности π^--мезонов в np-реакциях при $p_{\text{лаб}}$=1.3–400 ГэВ/c. Число 0.5 добавлено к $\langle n\rangle$ для удобства сравнения с аналогичной зависимостью для pp-взаимодействий, приведенной в [2]. Видно, что формула (5) с δ=1/3 неплохо описывает данные при больших энергиях (>20–30 ГэВ/c) и плохо — при малых. Там же показаны данные по неаннигиляционным $\bar{p}p^N$-взаимодействиям при 3.6–12 ГэВ/c.

Для получения кривых на рис. **2** задавался ряд значений $\langle m\rangle$, для каждого из которых по формулам (1)–(5) вычислялось распределение по множественности $P_n(np)$ и находилось его среднее значение $\langle n\rangle \equiv \Sigma n P_n$ и центральные моменты $D_q \equiv \left[\Sigma(n-\langle n\rangle)^q P_n\right]^{1/q}$. Через полученный ряд точек проводилась кривая. На последующих рисунках кривые строились аналогично.

Учитывая (1), выражение (5) можно переписать в виде

$$P_n = \delta \int\limits_{n-1}^{n} P(m)dm + (1-\delta) \int\limits_{n}^{n+1} P(m)dm. \tag{7}$$

3. KNO-ε-СКЕЙЛИНГ

Возможна более общая, чем (1)–(3), формулировка утверждения о подобии дискретных распределений, где разрешен сдвиг влево масштабной сетки, режущей непрерывную KNO-инвариантную функцию $P(m)$ на парциальные вероятности P_n [61] (см. рис. **1б**):

$$P_n = \int\limits_{n-\varepsilon}^{n+1-\varepsilon} P(m)dm. \tag{8}$$

Равенства (2) и (3) сохраняются. При $z < 0$, $\Psi(z) \equiv 0$. Сдвиг ε зависит от реакции. Его значение должно быть $0 \le \varepsilon < 1$, чтобы не появилась вероятность отрицательной множественности P_{-1}, и если $P_0 \ne 0$.

Очевидно, что при большой ширине непрерывной функции $P(m)$, т.е. при больших $\langle m\rangle$ (больших энергиях), где модельная формула (7) неплохо описывает экспериментальные данные, она совпадает с математически более изящным выражением (8) при $\varepsilon = \delta$.

На рис. **3** приведено сравнение формулы (8) с теми же экспериментальными данными, что и на рис. **2**. Видно, что скейлинговая формула гораздо лучше описывает поведение экспериментальных точек.

Из (8) при не слишком маленьких $\langle m\rangle$ получается

$$\langle m\rangle \equiv \int_0^\infty mP(m)dm = \sum_{n=0}^\infty \int_{n-\varepsilon}^{n+1-\varepsilon} mP(m)dm \approx$$

$$\approx \sum_{n=0}^\infty (n+0.5-\varepsilon) \int_{n-\varepsilon}^{n+1-\varepsilon} P(m)dm = \langle n\rangle + 0.5 - \varepsilon. \tag{9}$$

Сравнение сплошных и штриховых линий на рис. **4** показывает, что это приближение неплохо выполняется уже́ начиная с $\langle m\rangle$ ~0.7, что соответствует, как будет видно далее, $p_{\text{лаб}}$ ~4 ГэВ/c в нуклон-нуклонных взаимодействиях. Сплошные кривые получены по формуле (8), а штриховые прямые — приближение (9). Точечные кривые на рис. **4** получены согласно модельным формулам (6) — вертикальным смещением нижней кривой, соответствующей $\delta = 0$. При больших $\langle m\rangle$ эти кривые тоже совпадают со скейлинговыми кривыми (при $\delta = \varepsilon$).

С модельной точки зрения KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг можно рассматривать как уточнение формулы (7) для области небольших энергий, где она отличается от (8). При больших энергиях, для которых и была сформулирована фрагментационная модель, предсказания (7) и (8) полностью совпадают, чем мы и воспользуемся в разделе 9.

4. ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ЭНЕРГИИ

На рис. **5** приведены зависимости средних множественностей для разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействий от величины

$$F \equiv (w-2)^{3/4} w^{-1/4}, \qquad \text{где} \qquad w \equiv \sqrt{s}/M_p c^2 \tag{10}$$

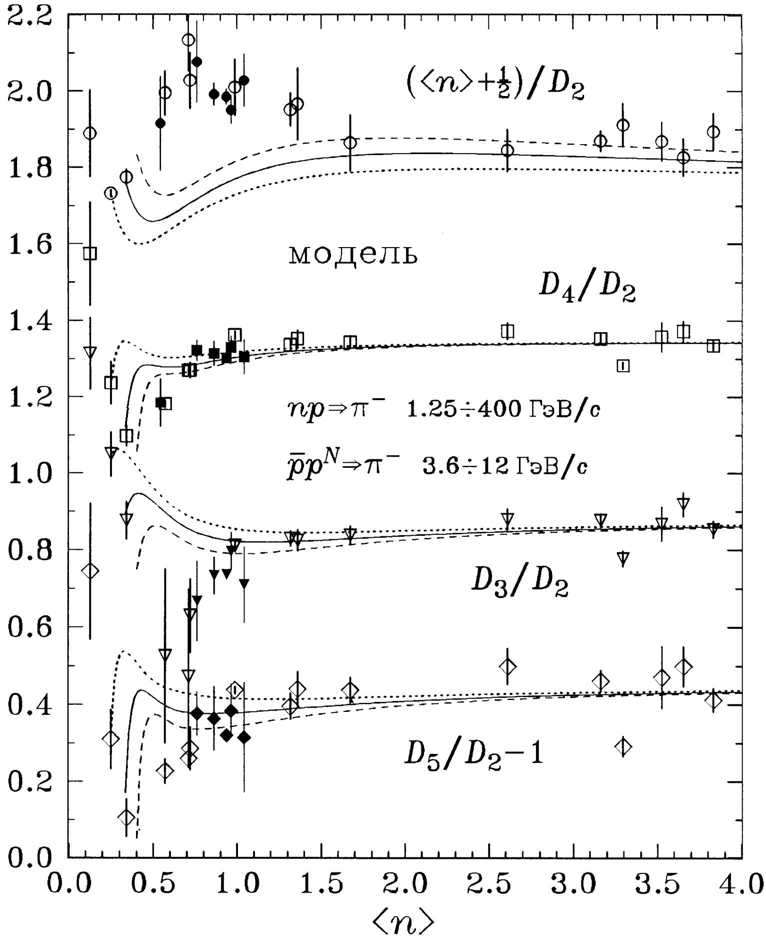

Рис.2. *Сравнение с экспериментом модельного предсказания (7) при δ=1/3 (сплошные кривые). Показаны отношения моментов распределений по множественности π^--мезонов в np-реакциях 1.25–400 ГэВ/с (контурные точки) и в неаннигиляционных $\bar{p}p$-реакциях 3.6–12 ГэВ/с (сплошные точки). Среднее значение: $\langle n \rangle \equiv \Sigma n P_n$; центральные моменты: $D_q \equiv \left[\Sigma(n-\langle n \rangle)^q P_n\right]^{1/q}$. Величина D_5/D_2 смещена вниз на 1. Точечные и штриховые кривые соответствуют δ=0.25 и 0.4*

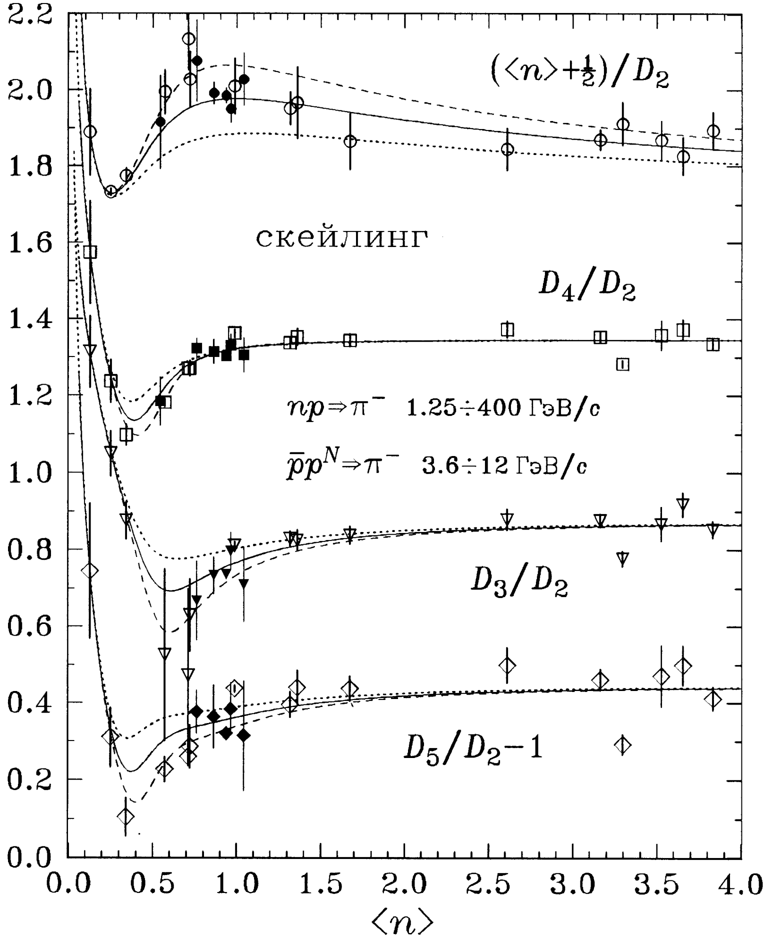

Рис.3. *Сравнение с экспериментом KNO-$\mathcal{E}$-скейлинга (8) при ε=1/3 (сплошные кривые). Показаны отношения моментов распределений по множественности π^--мезонов в np-реакциях 1.25–400 ГэВ/c (контурные точки) и в неаннигиляционных $\bar{p}p$-реакциях 3.6–12 ГэВ/c (сплошные точки). Среднее значение: $\langle n\rangle \equiv \Sigma n P_n$; центральные моменты: $D_q \equiv \left[\Sigma(n-\langle n\rangle)^q P_n\right]^{1/q}$. Величина D_5/D_2 смещена вниз на 1. Точечные и штриховые кривые соответствуют ε=0.25 и 0.4*

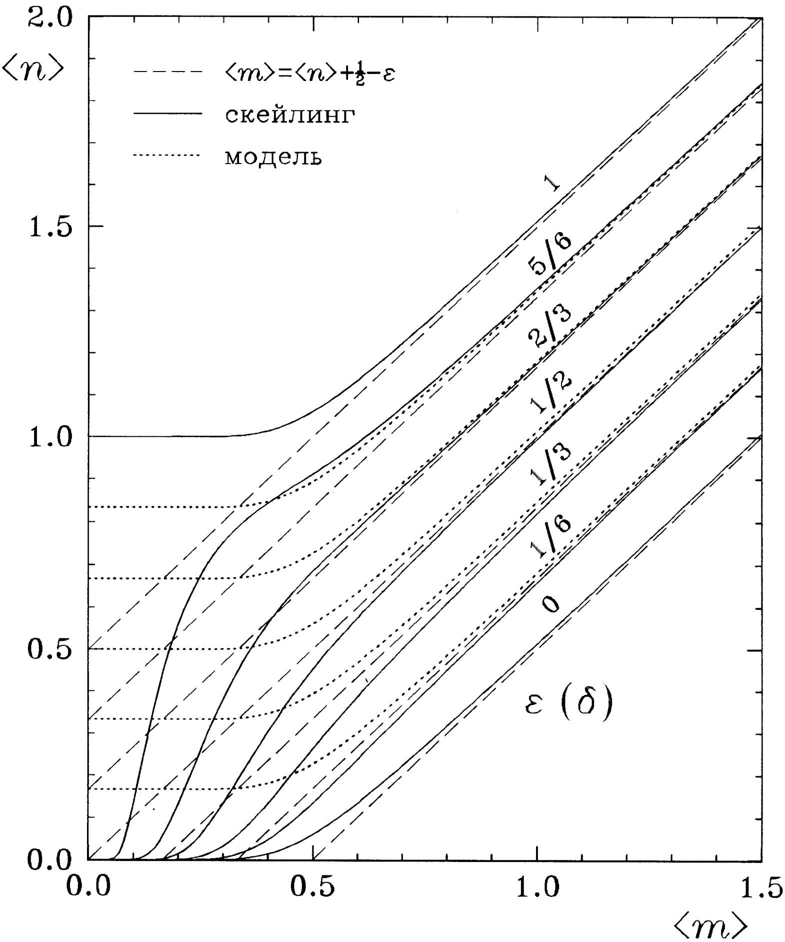

Рис.4. *Зависимости* $\langle n \rangle$ *от* $\langle m \rangle$ *для разных значений* ε *согласно KNO-скейлингу (8) (сплошные кривые); согласно аппроксимации (9) (штриховые прямые); согласно модельной формуле (7) для разных значений* δ *(точечные кривые)*

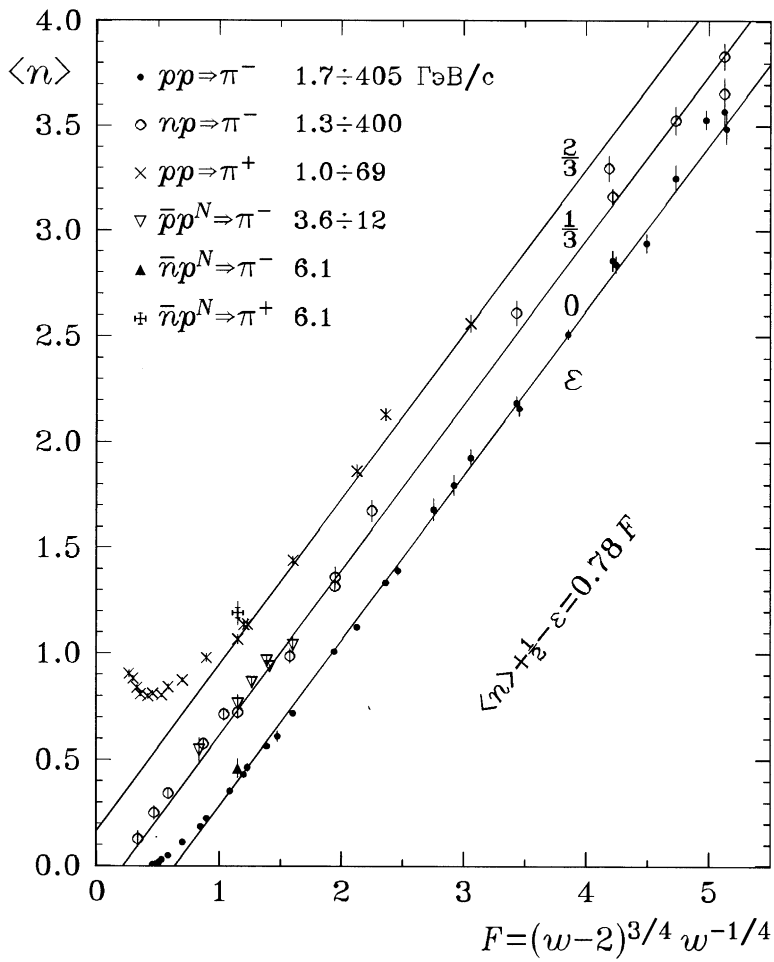

Рис.5. *Средняя множественность π^+- и π^--мезонов в разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействиях в зависимости от термодинамической формулы Ферми $F \equiv (w-2)^{3/4}(w)^{-1/4}$, где $w \equiv \sqrt{s}/M_p c^2$ (M_p — масса нуклона). Прямые, начиная с $F \sim 0.9$ ($p_{\text{лаб}} \sim 4$ ГэВ/с), соответствуют $\langle m \rangle = 0.78\,F$*

(M_p — масса нуклона). В термодинамической модели Ферми этой величине должна быть пропорциональна множественность тепловых π-мезонов, излучаемых в нуклон-нуклонных взаимодействиях в интервале первичных импульсов 10–1000 ГэВ/c [62, 63].

Два сомножителя в F имеют разное происхождение. Первый пропорционален свободной энергии в степени 3/4. Второй — размеру лоренц-сжатого объема двух нуклонов в их с.ц.м. в степени 1/4 ($w = 2\gamma$) [62, 63] (см. также разд. 9). Подчеркнем, что при этих энергиях величина F ведет себя существенно иначе, чем часто используемое приближение $w^{1/2}$, где не учтена пороговая энергия реакции $\sqrt{s} = 2M_p c^2$.

Начиная с $F \sim 0.9$ ($p_{\text{лаб}} \sim 4$ ГэВ/c) точки $pp \to \pi^-$ и $\bar{n}p^N \to \pi^-$ неплохо лежат на прямой $\langle n \rangle + 0.5 = 0.78\,F$. Точки $np \to \pi^-$ и $\bar{p}p^N \to \pi^-$ — на прямой, смещенной относительно предыдущей вверх на 1/3. Точки $nn \to \pi^-$ ($pp \to \pi^+$) и $\bar{n}p^N \to \pi^+$ — на прямой, смещенной на 2/3. То есть если во всех этих реакциях выполняется KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг, то параметры ε в (8) для последних реакций должны быть близки к 1/3 и 2/3 в соответствии с (9) и в согласии с табл. **1**.

Из рис. **5** следует также, что если выполняется KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг, то для всех этих реакций, начиная с $p_{\text{лаб}} \sim 4$ и до 400 ГэВ/c, масштабный параметр ($\langle m \rangle = \langle n \rangle + 0.5 - \varepsilon$, см. (9)) имеет одну и ту же (однопараметрическую) зависимость от энергии [61]:

$$\langle m \rangle = 0.78\,F. \tag{11}$$

Заметим, что если бы форма распределения по множественности менялась с энергией, то разные характеристики числа рожденных частиц имели бы разную зависимость от энергии. Например, наиболее вероятная множественность могла бы расти как $\ln s$, а средняя — как $s^{1/4}$. Модели множественного рождения часто не конкретизируют, поведение какой именно характеристики они предсказывают. Выполнение KNO-скейлинга означает существование линейной характеристики количества рожденных частиц. Масштабный параметр $\langle m \rangle$ в формуле (2) определяет, *во сколько раз* надо растянуть "единичную" функцию $\Psi(z)$, чтобы получить искомое распределение по множественности.

В работе [64] тоже была эмпирически получена одинаковая для разных реакций зависимость от энергии масштабного параметра $\langle n' \rangle$ "модифицированного" KNO-скейлинга [65, 66]: $\langle n' \rangle P_n = \Psi\left(n'/\langle n' \rangle\right)$, где

$n' = n - \alpha$. Этот скейлинг как приближенный получается из KNO-$\mathcal{E}$-скейлинга при больших $\langle m \rangle$, и тогда параметр $\langle n' \rangle$ совпадает с $\langle m \rangle$. При маленьких энергиях этот скейлинг противоречит условию $\Sigma_0^\infty P_n = 1$, так же, как и оригинальный скейлинг [1] (см. [2]).

5. НОРМИРОВКА ПРИ $p_{\text{лаб}} < 4$ ГэВ/c

Средняя множественность π^+-мезонов в pp-взаимодействиях на рис. **5** при уменьшении энергии не стремится к нулю, а выходит на минимум при $p_{\text{лаб}} \sim 1.5$ ГэВ/c и при дальнейшем уменьшении энергии даже растет, что не совпадает с поведением сплошных кривых на рис. **4**, где $\langle n \rangle$ монотонно падает до нуля. Дело в том, что распределения по множественности *принято* нормировать на σ_{in}, а в неупругом pp-взаимодействии, по определению, должен родиться хотя бы один пион.

Противоречия можно избежать, включив в нормировку какую-то часть упругого сечения, быстро вымирающую с энергией (см. также [67]). Например, в статистической модели Ферми [62, 63] сечение упругого рассеяния, идущего через промежуточное состояние, равноправным образом входит в распределение по множественности всех (заряженных и нейтральных) пионов. Вероятности рождения 0, 1, 2, ... пионов вычисляются в этой модели по общей формуле. С уменьшением энергии σ_0 растет при постоянном полном геометрическом сечении.

Экспериментальное неупругое сечение при уменьшении $p_{\text{лаб}}$ ниже 3–5 ГэВ/c начинает резко падать. И здесь же начинает расти сечение упругой перезарядки в np- и $\bar{p}p^N$-реакциях [14, 68]. Это сечение является частью недифракционного — обмен заряженным реджеоном. Умноженное на коэффициент порядка 1.5–2.5 оно могло бы заполнить провал в неупругом сечении. Если нормировочному сечению не давать опускаться ниже 28 мб, увеличивая для компенсации σ_0, то поведение $\langle n \rangle$ на рис. **4** и **5** станет похожим.

Мы не будем использовать этот “метод”, а просто ограничимся данными для первичных импульсов, бóльших $\sim$4 ГэВ/c, тем более что здесь уже хорошо работают аппроксимации (9) и (11).

Немного отвлекаясь от темы, заметим, что в отличие от скейлинга (8) модель (7) математически не противоречит нормировке на σ_{in}.

Заметим также (в продолжение приведенной в [2] математической аналогиии KNO-скейлинга с тепловым излучением фотонов), что введение для фотонов нулевой заселенности: $\langle n\rangle \to \langle n\rangle + 0.5$ (см., например, [69]), аналогично переходу от δ =0 к δ =0.5 именно в модели (7) — средняя точечная кривая на рис. **4**. В скейлинге (8) при всех ε <1 значению $\langle m\rangle$=0 соответствует $\langle n\rangle$=0 (рис. **4**).

6. НУКЛОН-НУКЛОННЫЕ ДАННЫЕ

На рис. **6** приведены параметры $f_2 \equiv D_2^2 - \langle n\rangle$ в зависимости от $\langle n\rangle$ для тех же реакций, что и на рис. **5**. Кривые получены по скейлинговой формуле (8) с ε=0; 1/3 и 2/3. Кривые неплохо описывают большинство данных, несмотря на разброс экспериментальных точек, часто несоизмеримый с приведенными ошибками.

Данные при маленьких энергиях получались суммированием приведенных в работах эксклюзивных каналов реакции. В случаях, когда данные о разных каналах опубликованы в разных работах, ссылка приводится на последнюю по времени статью, содержащую ссылки на предыдущие. При получении $\bar{p}p^N$-данных при 3.6 ГэВ/c [36] сечения недостающих каналов брались из данных 3.3 ГэВ/c [34]. Так же объединялись данные при 5.7 и 6.1 ГэВ/c [38, 40].

Неаннигиляционное сечение для фиксированного числа π^--мезонов в $\bar{p}p^N$-взаимодействиях при 7.3, 8.8 и 12 ГэВ/c [41, 42, 44] и в $\bar{n}p^N$ при 6.1 ГэВ/c [15] получается из неаннигиляционного парциального сечения для отрицательных частиц (включающих $\bar{p}$, но не более одного), из которого вычитается сечение выхода $\bar{p}$ при данной топологии и добавляется сечение выхода $\bar{p}$ при большем на единицу числе отрицательных частиц. Аналогично получена точка для $\bar{n}p^N \to \pi^+$ при 6.1 ГэВ/c, которая на рис. **6** сильно выпадает со своей (нижней) кривой.

В np-взаимодействиях при больших энергиях часто не измеряется сечение однолучевых неупругих событий (σ_0 в реакции $np \to \pi^-$). Авторы обычно принимают его равным 0.6 или 2/3 от σ_0 в pp-взаимодействиях. Расчет по формулам (4) и (8) с ε =1/3 в интервале средних множественностей, соответствующих импульсам 12–400 ГэВ/c, дает $P_0(np \to \pi^-) = (0.57 \pm 0.02) P_0(pp \to \pi^-)$. Это значение и использовалось здесь при отсутствии экспериментальной величины.

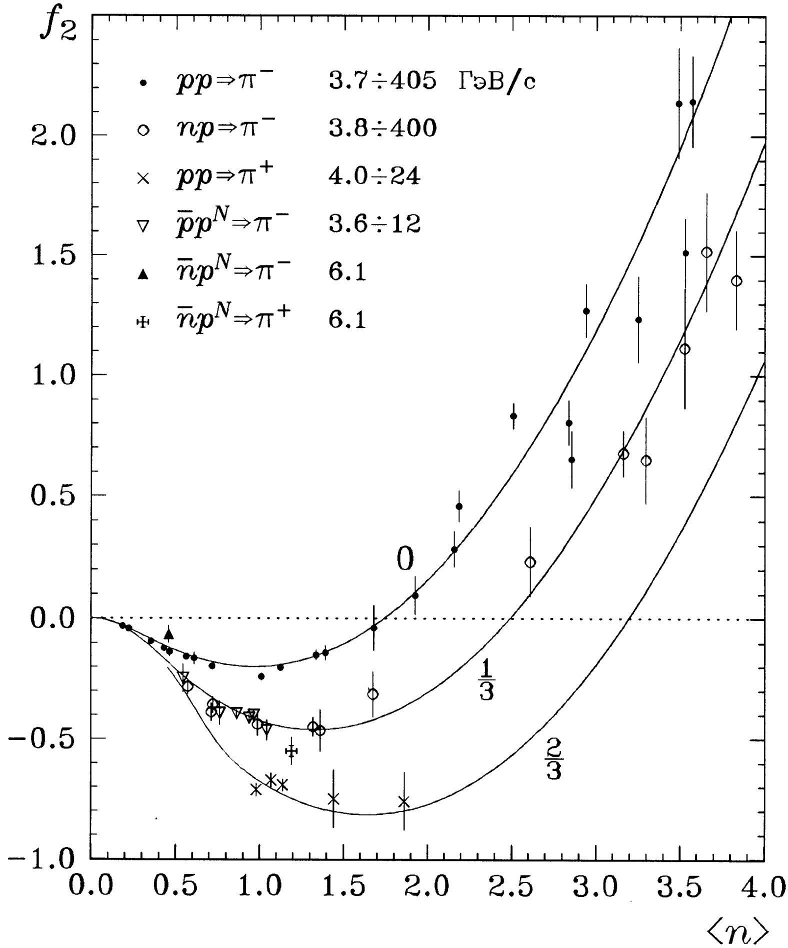

Рис.6. *Зависимость параметра $f_2 \equiv D_2^2 - \langle n \rangle$ от $\langle n \rangle$ для распределений по множественности π^+- и π^--мезонов в разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействиях. Кривые соответствуют KNO-$\mathcal{E}$-скейлингу (8) с ε=0, 1/3 и 2/3*

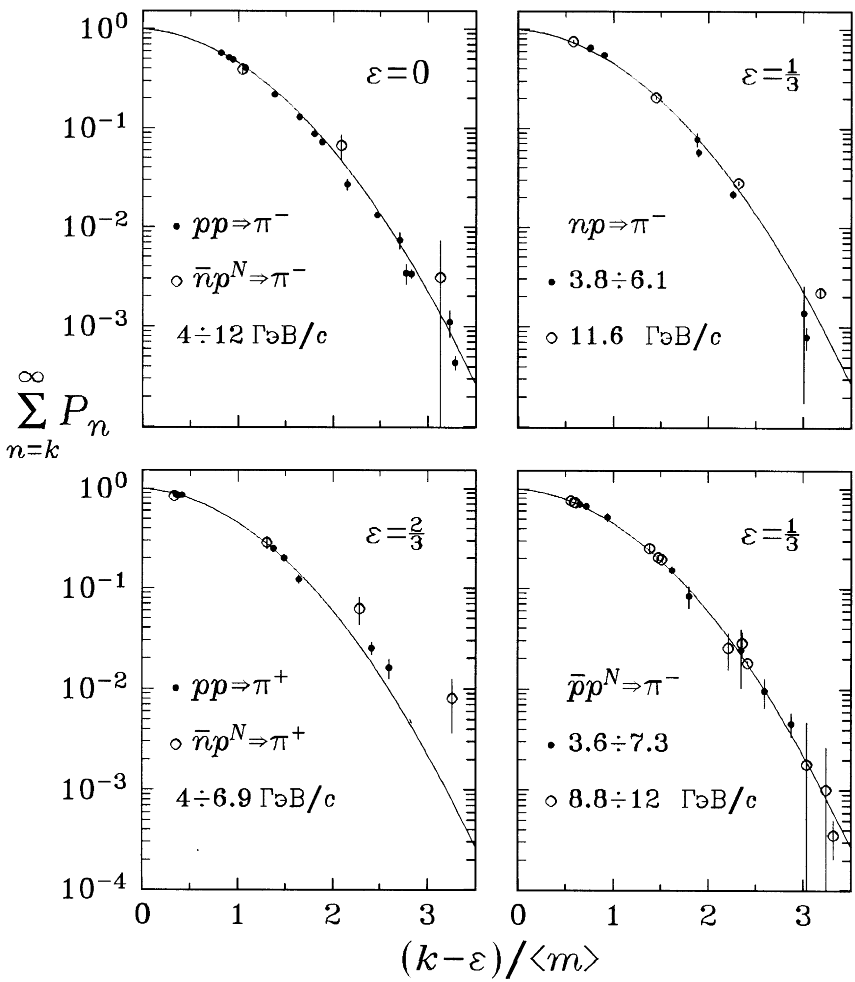

Рис.7. *Накопленная вероятность $\Sigma_k^\infty P_n$ в зависимости от $(k-\varepsilon)/\langle m\rangle$ (см. (12)) для разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных реакций при небольших энергиях. Использована аппроксимация $\langle m\rangle = \langle n\rangle + 0.5 - \varepsilon$ (9). В согласии с табл.* **1**, *для $pp \to \pi^-$ и $\bar{n}p^N \to \pi^-$, ε=0; для $np \to \pi^-$ и $\bar{p}p^N \to \pi^-$, ε =1/3, для $pp \to \pi^+$ и $\bar{n}p^N \to \pi^+$, ε =2/3. Кривая на рисунках — функция (14)*

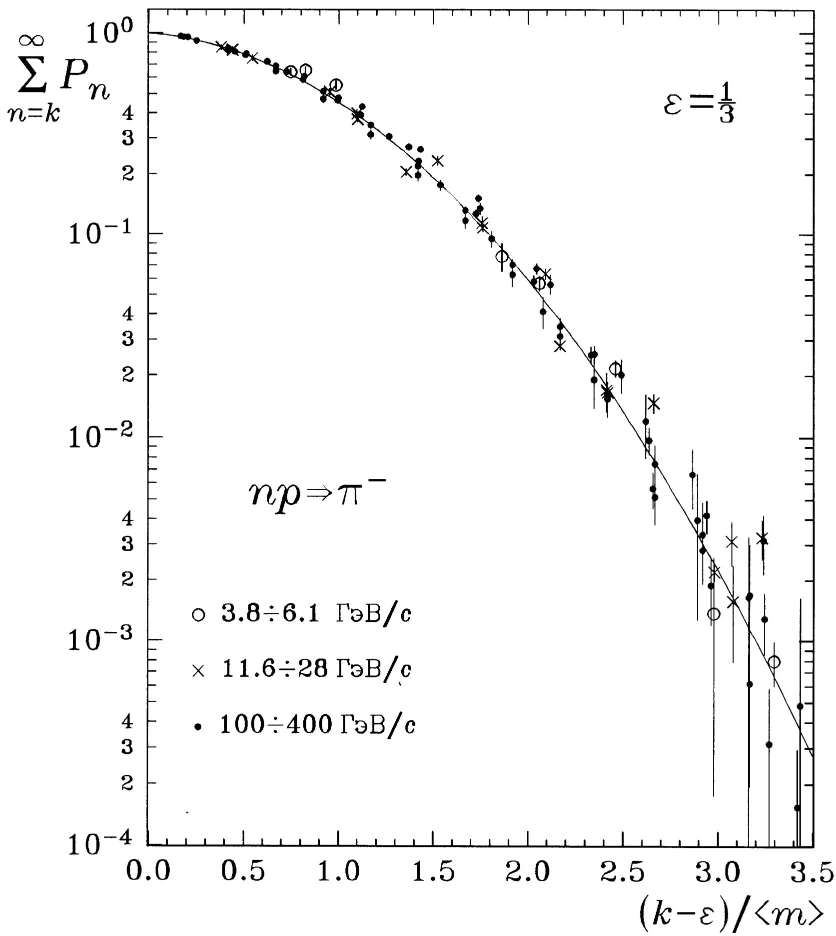

Рис.8. *Накопленная вероятность* $\Sigma_k^\infty P_n$ *в зависимости от* $(k-\varepsilon)/\langle m\rangle$ *(см. (12)) для np-взаимодействий при разных энергиях. В отличие от рис.* **7** *использована аппроксимация* $\langle m\rangle = 0.78\,F$ *(11). Параметр* ε *=1/3. Кривая на рисунке — та же, что и на рис.* **7** *— функция (14)*

7. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Формулу (8) можно представить в интегральном виде:

$$\sum_{n=k}^{\infty} P_n = \int_{k-\varepsilon}^{\infty} P(m)dm = \int_{\frac{k-\varepsilon}{\langle m\rangle}}^{\infty} \Psi\left(\frac{m}{\langle m\rangle}\right) d\left(\frac{m}{\langle m\rangle}\right) = \Phi\left(\frac{k-\varepsilon}{\langle m\rangle}\right), \qquad (12)$$

где $\Phi(z) = \int_z^{\infty}\Psi(z)dz$ (см. [2]). Функция $\Phi(z)$ удовлетворяет условиям $\Phi(0) = \int_0^{\infty}\Phi(z)dz = 1$, вытекающим из (3). Парциальные вероятности получаются из нее проще, чем из (2) и (8):

$$P_n = \Phi\left(\frac{n-\varepsilon}{\langle m\rangle}\right) - \Phi\left(\frac{n+1-\varepsilon}{\langle m\rangle}\right). \qquad (13)$$

Функции $\Psi(z)$ (4) соответствует функция

$$\Phi(z) = \frac{a}{2b}\exp[-b(z+0.14)^2] = 1.01\,\exp[-0.62(z+0.14)^2]. \qquad (14)$$

Накопленная вероятность $\Sigma_k^{\infty} P_n$ в (12) зависит только от переменной $(k-\varepsilon)/\langle m\rangle$, что позволяет нанести распределения по множественности для разных энергий и реакций на одну кривую $\Phi(z)$. На рис. **7** показаны эти распределения для разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных реакций при небольших энергиях. В качестве $\langle m\rangle$ использована аппроксимация $\langle n\rangle+0.5-\varepsilon$ (9). Кривая на рисунках — функция (14). Точки неплохо лежат на этой кривой, кроме того же эксперимента $\bar{n}p^N \to \pi^+$ при 6.1 ГэВ/c.

Распределения при бо́льших энергиях для реакции $pp \to \pi^-$ приведены в [2] (с той же кривой). Распределения для всех опубликованных данных по реакции $np \to \pi^-$ (с той же кривой) показаны на рис. **8**, где для разнообразия использована аппроксимация $\langle m\rangle = 0.78\,F$ (11).

8. АННИГИЛЯЦИЯ

Из предыдущего ясно, что KNO-скейлинг (1)–(3), где ε=0, не может выполняться одновременно для всех изоспиново связанных между собой реакций. Проверять его имеет смысл только для тех из них, где множественность исследуемых частиц минимальна. В частности, при ε=0 нельзя описать реакцию аннигиляции $\bar{p}p^A$, что следует из факта существования реакций $\bar{p}n^A$ и $\bar{n}p^A$, изоспиново связанных с первой.

Оценим значения ε для реакций аннигиляции в предположении, что в реакции с минимальной множественностью π^--мезонов (т.е. в $\bar{n}p^A \to \pi^-$) параметр ε равен нулю. Тогда для $\bar{p}n^A \to \pi^-$, ε=1 (сохранение заряда), и в табл. **2** — таблице значений параметра ε — заполняются 4 угловые клетки. Обозначим буквой α значение ε для $\bar{p}p^A \to \pi^-$. Из изоспиновой инвариантности, аналогично табл. **1**, получается, что сумма значений ε в каждом столбце табл. **2** равна $1+2\alpha$.

Таблица 2

Значения параметра ε для разных реакций антинуклон-нуклонной аннигиляции. Параметр ε для $\bar{n}p^A \to \pi^+$ на 1 больше, чем для $\bar{n}p^A \to \pi^-$ (сохранение заряда). Значение ε для $\bar{p}p^A \to \pi^-$ обозначено α

реакция	π^-	π^0	π^+	сумма ε_i
$\bar{n}p^A$ (анн.)	0	$3\alpha/2 - 1/4$	1	$3(1+2\alpha)/4$
$\bar{p}p^A$ (анн.)	α	$3/4 - \alpha/2$	α	$3(1+2\alpha)/4$
$\bar{n}n^A$ (анн.)	α	$3/4 - \alpha/2$	α	$3(1+2\alpha)/4$
$\bar{p}n^A$ (анн.)	1	$3\alpha/2 - 1/4$	0	$3(1+2\alpha)/4$
	$1+2\alpha$	$1+2\alpha$	$1+2\alpha$	$3(1+2\alpha)$

Предположим далее, что при большой энергии суммарная средняя множественность *всех* пионов в $\bar{n}p^A$ такая же, как в $\bar{p}p^A$. Тогда сумма значений ε в каждой строке получается $(3/4)(1+2\alpha)$, и все неизвестные значения ε выражаются через α. Из неотрицательности любого из ε следует, что $\alpha \geq 1/6$. Теперь достаточно узнать еще одно значение ε или соотношение между разными ε, чтобы заполнить всю табл. **2**.

Во многих моделях аннигиляции $\bar{p}p^A$ (см. обзор [70]) средние множественности π^0- и π^--мезонов при больших энергиях равны. Тогда значение ε во всех клетках табл. **2**, кроме 4 угловых, получается равным 1/2. Результат очень естественный — верхняя реакция в табл. **2** на столько же отличается от средних, на сколько и нижняя.

Расчет по изоспин-статистической модели [71, 72] при фиксированной полной множественности пионов ($n_{\rm tot}$), проведенный в [72], показывает, что равенство выходов π^0- и π^--мезонов в $\bar{p}p^A$ наступает только при $n_{\rm tot} > 5$, что, впрочем, не противоречит их точному равенству при усреднении по всем $n_{\rm tot}$ — разность множественностей π^0- и π^--мезонов в модели [72] знакопеременна с ростом $n_{\rm tot}$ от 2 до 5.

Выражение, совпадающее с (8) при ε=0.5, было также предложено в [67], но для распределений по множественности в неупругих взаимодействиях и без претензии на KNO-инвариантность $P(m)$.

При ε=0.5 из (9) приближенно следует, что $\langle m\rangle \approx \langle n\rangle$, а из (8) — асимптотическая формула KNO-скейлинга [1]:

$$P_n = \int\limits_{n-0.5}^{n+0.5} P(m)dm \approx P(m)\Big|_{m=n} \approx \frac{1}{\langle n\rangle}\Psi\left(\frac{n}{\langle n\rangle}\right). \qquad (15)$$

На рис. **9** в этих координатах показаны распределения по множественности в $\bar{p}p$-аннигиляции вместе с несколькими аппроксимациями $\Psi(z)$:

$$\Psi_1 = 1.17\exp[-4.3(z-1)^2], \qquad \Psi_2 = 1.19\,[1+0.21(z-1)^2]^{-22},$$

$$\Psi_3 = 1.21\,\mathrm{ch}^{-8}[1.1(z-1)], \qquad \Psi_4 = 1.23\exp[-5.2\,\mathrm{Arsh}^2(z-1)] \qquad (16)$$

(функции записаны в порядке увеличения хвоста), а также аппроксимация из [73] (отдельная верхняя точечная кривая). Экспериментальные точки систематически выпадают с нижних кривых, однако понятно, что бинирование непрерывной функции $P(m)$ в приближенной формуле (15) искажает эту функцию, в частности, ее дисперсия, грубо говоря, складывается с дисперсией единичного бина (1/12).

На рис. **10** приведены те же данные в корректных координатах (12) вместе с кривыми $\Phi(z)$, соответствующими тем же функциям $\Psi(z)$ (16). На рис. **11** показаны данные $\bar{n}p^A \to \pi^-$ ($\bar{p}n^A \to \pi^+$) с теми же кривыми. Функции $\Psi(z)$ (16) не так удобны для интегрирования, как (4), поэтому кривые $\Phi(z) = \int_z^\infty \Psi(z)dz$ получены численно.

Сечение σ_0 для $\bar{p}p$-аннигиляции при 0.4 ГэВ/c [27] взято из [28]; распределение при 0.7 ГэВ/c — из работ [29, 52]. Сечение рождения 1-лучевых событий для $\bar{n}p$-аннигиляции при 0.6 ГэВ/c [52] взято из [51]. Точки $\bar{p}n^A$ при 0 и 0.4 ГэВ/c — работа [50], при 1.4 ГэВ/c — [53–55], при 6.1 ГэВ/c — [15]. Вероятности 1- и 3-лучевых событий в $\bar{p}n$-аннигиляции при 9.2 ГэВ/c, не приведенные в [56], оценены по формулам (16) и получились 0.08±0.01 и 0.49±0.04 от вероятности 5-лучевых событий (ошибки дополнительно увеличены в 3 раза).

На рис. **12** слева приведены отношения статистических моментов распределений по множественности для тех же $\bar{p}p^A$-реакций вместе с кривыми, полученными по тем же аппроксимациям (16) при ε=1/2.

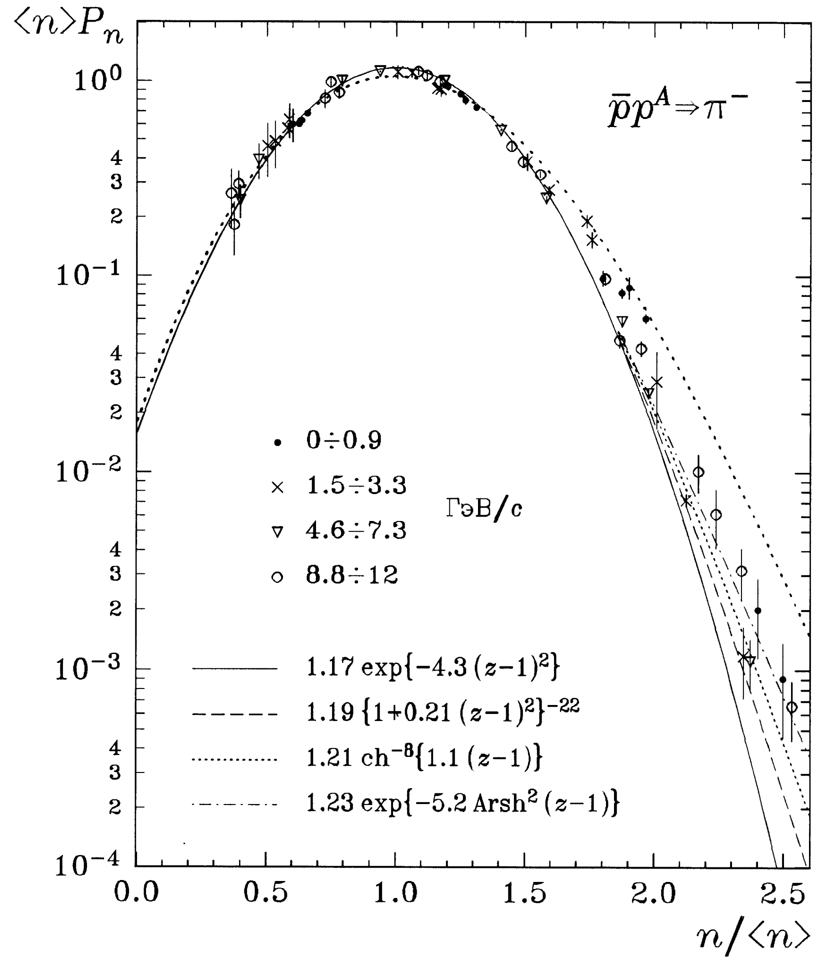

Рис.9. *Приближенный асимптотический KNO-скейлинг [1], получающийся при ε=0.5. В этом приближении непрерывная функция $P(m)$ искажается бинированием в (15), в частности, ее дисперсия складывается с дисперсией единичного бина (1/12). Семейство кривых — $\Psi(z)$ (16). Отдельная верхняя точечная кривая — [73]. Точки P_0, лежащие на оси ординат, не показаны*

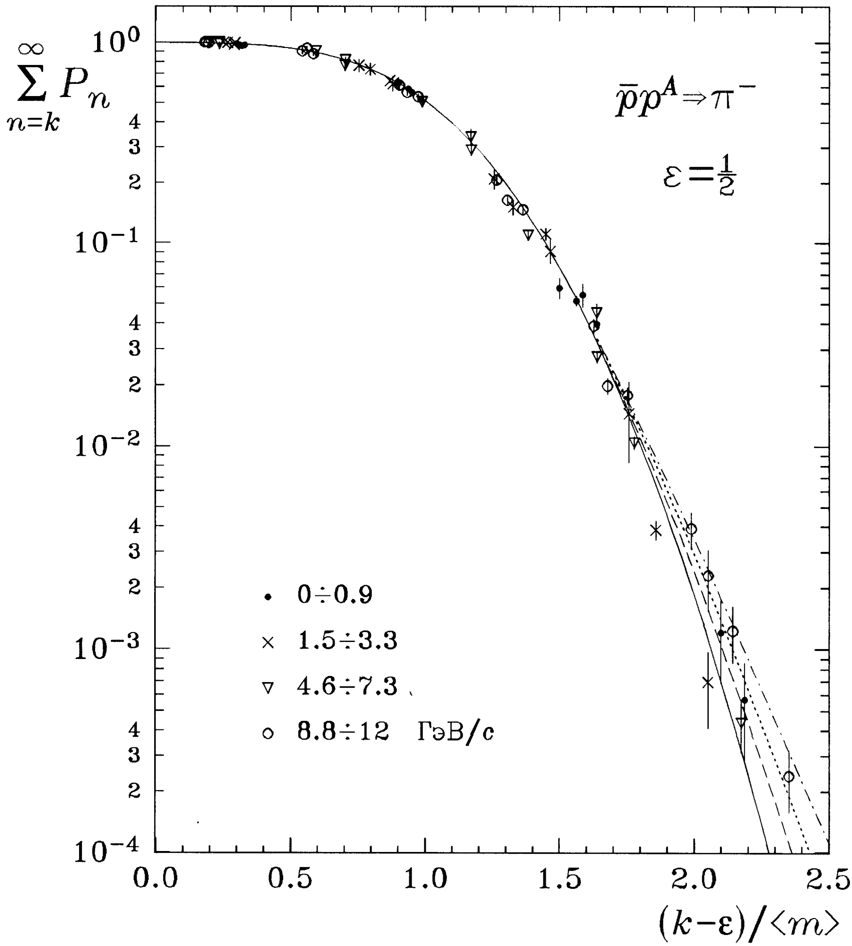

Рис.10. *Накопленная вероятность* $\Sigma_k^\infty P_n$ *в зависимости от скейлинговой переменной* $(k-\varepsilon)/\langle m\rangle$ *при* ε=*1/2 (см. (12)) для реакций аннигиляции* $\bar{p}p^A \to \pi^-(\pi^+)$ *0–12 ГэВ/с. Использована аппроксимация* $\langle m\rangle = \langle n\rangle + 0.5 - \varepsilon$ *(9). Кривые — функции* $\Phi(z)$, *соответствующие функциям* $\Psi(z)$ *(16), приведенным на рис.* **9**

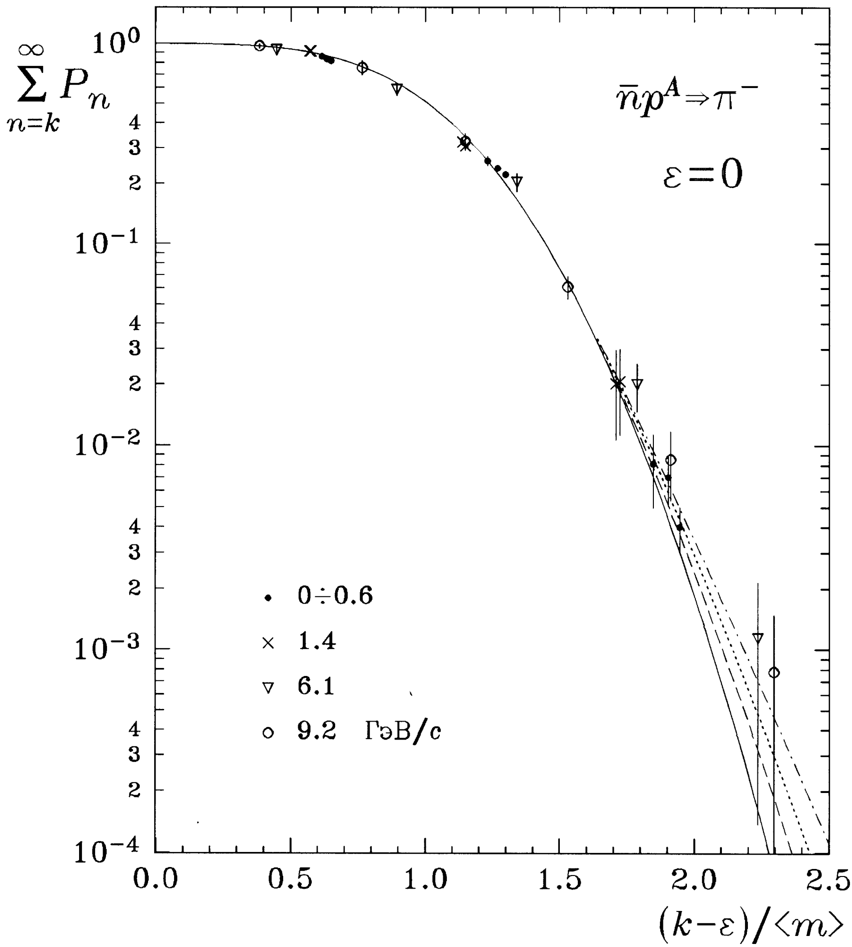

Рис.11. *Накопленная вероятность $\Sigma_k^\infty P_n$ в зависимости от скейлинговой переменной $(k-\varepsilon)/\langle m\rangle$ при ε=0 (см. (12)) для реакций $\bar{n}p^A \to \pi^-$ $(\bar{p}n^A \to \pi^+)$ 0–9.2 ГэВ/c. Использована аппроксимация $\langle m\rangle = \langle n\rangle + 0.5 - \varepsilon$ (9). Кривые — функции $\Phi(z)$, соответствующие функциям $\Psi(z)$ (16), приведенным на рис.* 9

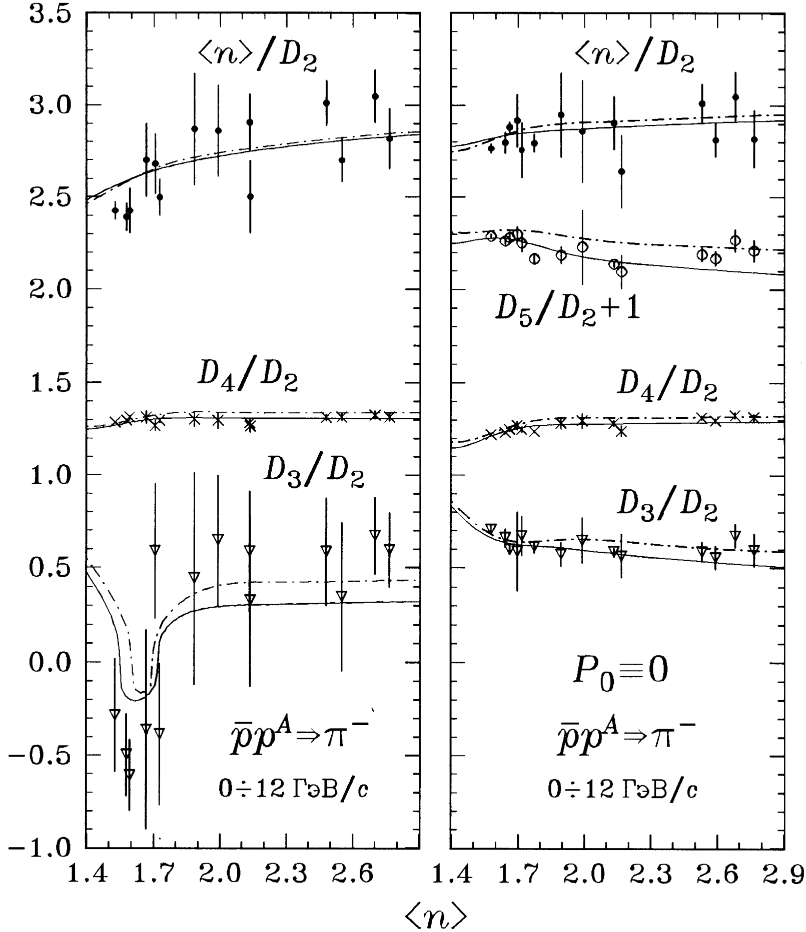

Рис.12. *Отношения статистических моментов распределений по множественности для реакций $\bar{p}p$-аннигиляции 0–12 ГэВ/c. Кривые получены по аппроксимациям (16) при ε=1/2. Приведены только крайние кривые — для Ψ_1 и Ψ_4. Слева — данные для полных распределений. Справа — при $P_0 \equiv 0$, остальные P_n нормированы на 1. Величина D_5/D_2 смещена вверх на 1*

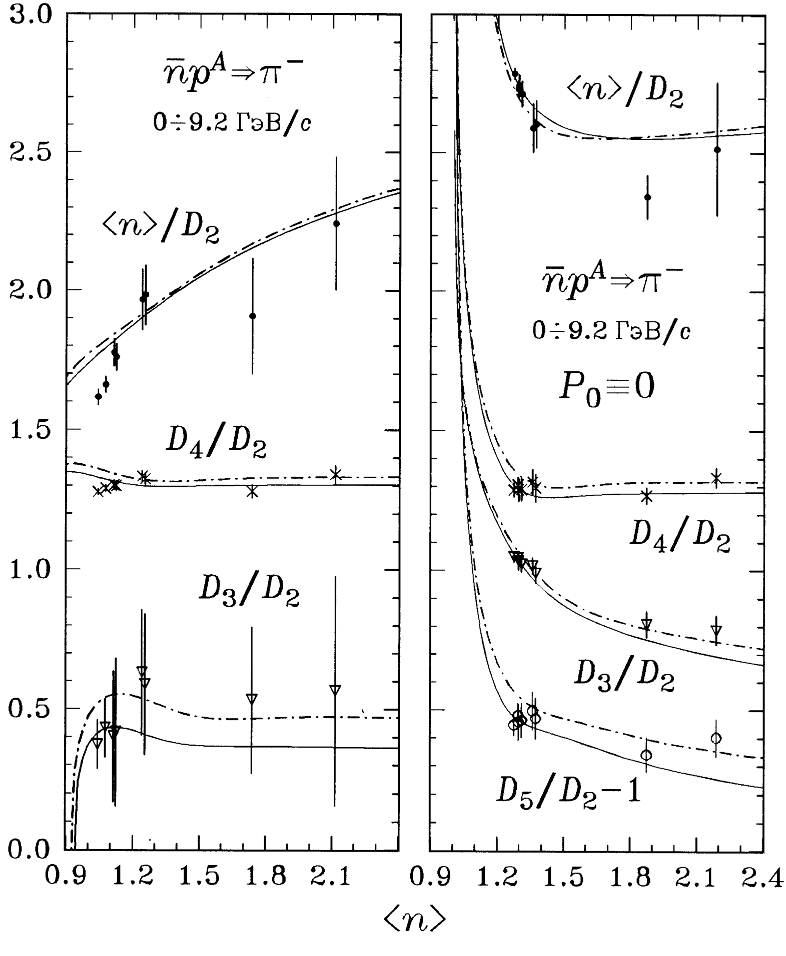

Рис.13. *Отношения статистических моментов распределений по множественности для реакций $\bar{n}p$-аннигиляции 0–9.2 ГэВ/с. Кривые получены по аппроксимациям (16) при ε=0. Приведены только крайние кривые — для Ψ_1 и Ψ_4. Слева — данные для полных распределений. Справа — при $P_0 \equiv 0$, остальные P_n нормированы на 1. Величина D_5/D_2 смещена вниз на 1*

Приведены только крайние кривые — для Ψ_1 и Ψ_4. Экспериментальные сечения 0-лучевых событий, начиная с 3 ГэВ/c, практически отсутствуют, но и значение P_0 для этих точек невелико — порядка 1%, согласно аппроксимациям (16) и имеющимся данным при 5.7 и 8.8 ГэВ/c. При получении моментов эти вероятности оставлялись нулевыми, но им приписывались ошибки, равные вычисленным значениям P_0. Влияние этой неопределенности на рис. **10** — ничтожно.

На рис. **12** справа показаны те же данные, но без вероятности P_0. Она для данных и для аппроксимаций полагалась равной 0, а остальные P_n перенормировались к 1. Однако это, казалось бы несущественное изменение ($\sim$1%), приводит к радикальному изменению величины ошибок для нечетных центральных моментов, характеризующих асимметрию распределения. Дело в том, что аннигиляционные распределения по множественности почти симметричны (см. (16)), и небольшой перекос меняет знак нечетного $D_q \equiv \left[\Sigma(n - \langle n \rangle)^q P_n\right]^{1/q}$, а его абсолютная величина резко растет из-за степени $1/q$. Ошибки пятого момента даже не поместились на левый рисунок. На рис. **13** показаны аналогичные данные для $\bar{n}p$-аннигиляции. Кривые — при ε=0.

Экспериментальные данные о распределениях по множественности в реакциях аннигиляции при больших энергиях отсутствуют. Полумодельные данные получаются обычно вычитанием модельных неаннигиляционных сечений из экспериментальных полных [70, 74]. Моделью неаннигиляционных служат нуклон-нуклонные взаимодействия с различными поправками [42, 46, 47, 60, 70], от которых существенно зависит результат. Этими распределениями по множественности в данной работе мы заниматься не будем, но получим оценку средних множественностей, менее чувствительных к этим поправкам.

9. МНОЖЕСТВЕННОСТЬ ПРИ АННИГИЛЯЦИИ

На рис. **14** приведены зависимости средних множественностей пионов в реакциях аннигиляции $\bar{p}p^A$ и $\bar{p}n^A$ ($\bar{n}p^A$) от величины F^A, в которой, подобно F на рис. **5**, свободная энергия отличается от полной на пороговую энергию реакции — массу двух пионов ($2m_\pi/M_p \approx 0.3$). Конечно, этот порог недостижим при реальной аннигиляции на массовой поверхности, но к нему можно приблизиться при виртуальной аннигиляции, где эффективная масса родившихся пионов может быть гораздо меньше — крестики левее стрелки, отмечающей $\sqrt{s} = 2M_p c^2$.

Эти данные получены в реакции $K^- p \to \Lambda X$ (где X — пионы) при небольшой передаче 4-импульса от K^- к Λ [75, 76]. При этом вершину $K^-\Lambda$ с вершиной pX соединяет антипротонный пропагатор. Разные точки соответствуют разным интервалам эффективной массы пионов, которая здесь играет роль полной энергии в первом сомножителе F^A.

Второй сомножитель для виртуальных точек равен не $w^{-1/4}$, а $(2\gamma)^{-1/4}$, где γ — лоренц-фактор протона в системе пионов X (см. [62, 63] и раздел 4). Здесь он вычислен для случая передачи квадрата 4-импульса от K^- к Λ, среднего между минимально возможным для рождения данной эффективной массы пионов X и максимально разрешенным в эксперименте. При использовании реальных γ-факторов (не приведенных в [75, 76]) эти точки могли бы сместиться по оси F^A, но не более чем примерно на ± 0.02 для [75] и на ± 0.04 для [76].

Точки при F^A от 1.2 до 2.2 на рис. **14** — реальная аннигиляция. Для нее, конечно, $2\gamma = w$. Эти точки соответствуют распределениям, показанным на предыдущих рисунках, кроме случаев, когда в оригинальных работах приведены поправленные значения $\langle n \rangle$. Точки $\bar{p}n^A \to \pi^-$ можно получить смещением точек $\bar{p}n^A \to \pi^+$ вверх на 1.

Отмеченный в работах [75, 76] (в координатах $\langle n \rangle(\sqrt{s})$) скачок средней множественности вниз при переходе от реальной к виртуальной аннигиляции исчезает в координатах Ферми $\langle n \rangle(F^A)$ — виртуальные точки из-за γ-фактора смещаются влево (примерно на 0.13).

Прямые на рисунке — $\langle n \rangle + 0.5 - \varepsilon = 1.23\, F^A$, где значения ε соответствуют табл. **2** при $\alpha = 1/2$. Наклон прямых на рис. **14** в 1.58 раза больше, чем на рис. **5**, что близко к значению 1.5, предсказываемому иногда для подобного случая [74, 77]. Возможно, на рис. **5** тоже надо было вычесть из $\sqrt{s}$, кроме $2M_p c^2$, еще и $m_\pi c^2$, но там эта поправка несущественна — только наклон становится 0.79 вместо 0.78.

Треугольниками на рис. **14** обозначены данные по аннигиляции при высоких энергиях (22.4–100 ГэВ/c), полученные общепринятым (но несколько упрощенным) разностным методом, который можно сделать более обоснованным в рамках нашей работы. Примем, что KNO-$\mathcal{E}$-скейлинг, а значит при больших энергиях (>20–30 ГэВ/c, см. разд. 2) и фрагментационная модель описывают рождение заряженных пионов

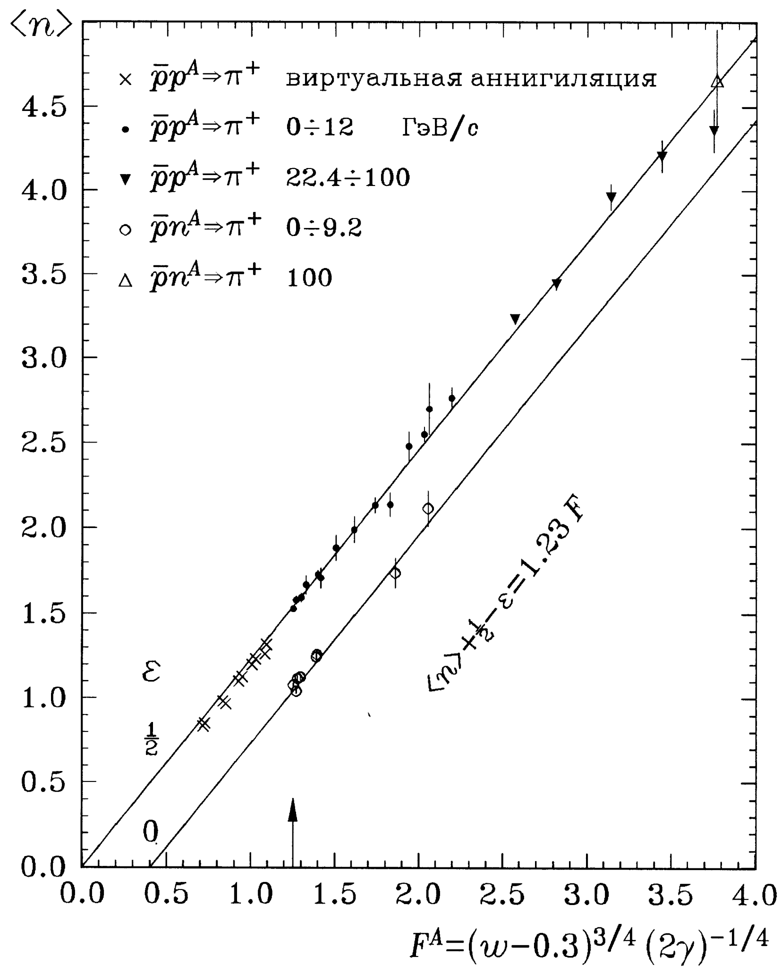

Рис.14. *Средняя множественность пионов в реакциях аннигиляции в зависимости от $F^A = (w - 0.3)^{3/4}\,(2\gamma)^{-1/4}$. Свободная энергия в F^A отличается от полной на пороговую энергию — массу двух пионов ($2m_\pi/M_p \approx 0.3$). γ — лоренц-фактор протона в с.ц.м. пионов. Для виртуальной аннигиляции $2\gamma \neq w$. Прямые соответствуют $\langle m \rangle = 1.23\,F^A$. Этот наклон в 1.58 раза больше, чем на рис.* **5**

во всех нуклон-нуклонных и антинуклон-нуклонных неаннигиляционных взаимодействиях с одной и той же функцией $\Psi(z)$ (4) и той же зависимостью масштабного параметра $\langle m \rangle$ от энергии (11).

Дело осложняется тем, что для вычитания неаннигиляционных взаимодействий надо знать сечения фиксированного числа *всех* отрицательных частиц, включая антипротоны. Согласно фрагментационной модели, если в $\bar{p}n^N$-взаимодействии антипротон перезаряжается в антинейтрон, то в области фрагментации антипротона появляется лишний π^--мезон (см. разд. 2). Если антипротон не перезаряжается, то он сам остается лишней отрицательной частицей. Таким образом, в обоих случаях распределение по множественности отрицательных частиц в $\bar{p}n^N$-взаимодействии совпадает со сдвинутым на единицу распределением π^--мезонов в pn-взаимодействии $P_{n+1}(\bar{p}n^N) = P_n(pn)$.

Те же слова можно было бы повторить и для $\bar{p}p^N$-взаимодействий, однако в этом случае возможна также неупругая перезарядка антипротона на протоне, несколько уменьшающая сдвиг, с чем, возможно, связана поправка, предложенная в [60]. Множественность *отрицательных* частиц в неаннигиляционных $\bar{p}p^N$-реакциях 3.3–12 ГэВ/c хорошо описывается зависимостью $\langle n \rangle - 0.4 = 0.78\,F$ (не показано), т.е. для этих данных сдвиг получился бы $\sim$0.9 вместо 1 (см. также [42]). Но при этих энергиях не работает фрагментационная модель. Мы пренебрежем этой поправкой, т.е. примем, что $P_{n+1}(\bar{p}p^N) = P_n(pp)$.

Из этих простых соотношений для отрицательных частиц получаются еще более простые равенства для всех заряженных частиц: $P_n(\bar{p}n^N) = P_n(pn)$ и $P_n(\bar{p}p^N) = P_n(pp)$, что совпадает с гипотезой обычного разностного метода [70, 74]. Подчеркнем, что эти равенства для заряженных частиц, где антипротон просто замещается протоном, в нашем рассуждении получаются в каком-то смысле случайно. Тождественность этих реакций относительно топологических сечений не может автоматически распространяться на другие их характеристики (см. также [74]). Напомним, что изоспиновым и KNO-скейлинговым аналогом неаннигиляционного $\bar{p}n^N$-взаимодействия является не pn, а nn-взаимодействие, и наоборот — аналог $\bar{p}p^N$ это np (см. табл. **1**).

Сечение выхода заряженных частиц в неупругих антинуклон-нуклонных реакциях складывается из аннигиляционного и неаннигиляционного: $\langle n_{\mathrm{ch}} \rangle_{\mathrm{in}}\,(\sigma_A + \sigma_N) = \langle n_{\mathrm{ch}} \rangle_A\,\sigma_A + \langle n_{\mathrm{ch}} \rangle_N\,\sigma_N$. Учитывая, что сечения аннигиляционных 0- и 2-лучевых $\bar{p}p^A$- и 1-лучевых $\bar{p}n^A$-взаимодействий при больших энергиях пренебрежимо малы, получаем

$$\langle n_{\text{ch}}\rangle_A = \langle n_{\text{ch}}\rangle_{\text{in}}^{(>2)} + \left(\langle n_{\text{ch}}\rangle_{\text{in}}^{(>2)} - \langle n_{\text{ch}}\rangle_N^{(>2)}\right) \sigma_N^{(>2)}/\sigma_A. \qquad (17)$$

Примем, что сечения аннигиляционных и неаннигиляционных реакций относятся как $\sigma_A = 60 p_{\text{лаб}}^{-0.61}$ [70, 74] и $\sigma_N = 28 + 1.8 \lg p_{\text{лаб}}$ (аппроксимация неупругих нуклонных сечений). Это позволяет избавиться от экспериментальных ошибок в измерении упругих и полных сечений и остается только подсчитать число треков в тех антинуклон-нуклонных событиях, где треков больше двух. А распределения по множественности в нуклон-нуклонных реакциях нам известны: (2), (4), (8) и (11).

Точки для $\bar{p}p^A$ 22.4–100 ГэВ/c и $\bar{p}n^A$ 100 ГэВ/c, приведенные на рис **14**, получены этим способом. Ошибки этих точек в согласии с (17) равны $\Delta\langle n_{\text{ch}}\rangle_A = \Delta\langle n_{\text{ch}}\rangle_{\text{in}}^{(>2)}\left(1 + \sigma_N^{(>2)}/\sigma_A\right)$. Значения и ошибки точек, конечно, приведены не для $\langle n_{\text{ch}}\rangle$, а для $\langle n_+\rangle$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Koba Z., Nielsen H.B., Olesen P.*// Nucl.Phys. 1972. V.B40. P.317.

[2] *Голохвастов А.И.* Препринт ОИЯИ P2-98-181. Дубна, 1998. (будет опубликовано в ЯФ. 2000. Т.63. №10).

[3] *Gaździcki M., Röhrich D.*// Z.Phys. 1995. V.C65. P.215.

[4] **pp:** 1–2 ГэВ/c: *Shimizu F. et al.*// Nucl.Phys. 1982. V.A386. P.571.

[5] 2.2 ГэВ/c: *Eisner A.M. et al.*// Phys.Rev. 1965. V.138. P.670B.

[6] 2.8 ГэВ/c: *Pickup E. et al.*// Phys.Rev. 1962. V.125. P.2091.

[7] 4 ГэВ/c: *Bodini L. et al.*// Nuovo Cim. 1968. V.58. P.475A.

[8] 6.1 ГэВ/c: *Batyunya B.V. et al.*// Czech.J.Phys. 1986. V.B36. P.1273.

[9] 6.6 ГэВ/c: *Gellert E.R.* Preprint LBL-749. Berkeley, 1972.

[10] 6.9 ГэВ/c: *Danieli S. et al.*// Nucl.Phys. 1971. V.B27. P.157.

[11] 12; 24 ГэВ/c: *Holt K. et al.*// Nucl.Phys. 1976. V.B103. P.221.

[12] 32 ГэВ/c: *Zabrodin E.E. et al.*// Phys.Rev. 1995. V.D52. P.1307.

[13] 69 ГэВ/c: *Ammosov V.V. et al.*// Nuovo Cim. 1977. V.A40. P.237.

[14] **np:** 1–5 ГэВ/c: *Бешлиу К. др.*// ЯФ. 1986. Т.43. С.888.

[15] 6.1 ГэВ/c: *Батюня Б.В. др.*// ЯФ. 1988. Т.47. С.127.

[16] 11.6 ГэВ/c: *Hochman D. et al.*// Nucl.Phys. 1975. V.B89. P.383.
[17] 19 ГэВ/c: *Bakken V. et al.*// Nuovo Cim. 1982. V.A70. P.105.
[18] 19 ГэВ/c: *Боос Э.Г. и др.*// ЯФ. 1972. Т.16. С.335.
[19] 28 ГэВ/c: *Hanlon J. et al.*// Phys.Rev. 1979. V.D19. P.49.
[20] 100 ГэВ/c: *Lis J.E.A. et al.*// Phys.Rev. 1977. V.D16. P.3127.
[21] 195 ГэВ/c: *Eisenberg Y. et al.*// Nucl.Phys. 1979. V.B154. P.239.
[22] 200 ГэВ/c: *Dombeck T. et al.*// Phys.Rev. 1978. V.D18. P.86.
[23] 300 ГэВ/c: *Sheng A. et al.*// Phys.Rev. 1975. V.D12. P.1219.
[24] 400 ГэВ/c: *Dado S. et al.*// Phys.Rev. 1979. V.D20. P.1589.
[25] 400 ГэВ/c: *Bhattacharjee D.K. et al.* Phys.Rev. 1990. V.D41. P.9.
[26] $\bar{\mathbf{p}}\mathbf{p}$: 0 ГэВ/$c$: *Baltay C. et al.*// Phys.Rev. 1966. V.145. P.1103.
[27] 0.3–0.6 ГэВ/c: *Amaldi U. et al.*// Nuovo Cim. 1966. V.46. P.171A.
[28] 0.4–1 ГэВ/c: *Alston-Garnjost M. et al.*// Phys.Rev.Lett. 1975. V.35. P.1685.
[29] 0.7 ГэВ/c: *Hamatsu R. et al.*// Nucl.Phys. 1977. V.B123. P.189.
[30] 0.94 ГэВ/c: *Burns R.R. et al.*// Phys.Rev. 1975. V.D12. P.638.
[31] 1.48 ГэВ/c: *Fett E. et al.*// Nucl.Phys. 1977. V.B130. P.1.
[32] 1.61 ГэВ/c: *Xuong N., Lynch G.R.*// Phys.Rev. 1962. V.128. P.1849.
[33] 2.3 ГэВ/c: *Chen C.K. et al.*// Phys.Rev. 1978. V.D17. P.42.
[34] 3.3 ГэВ/c: *Ferbel T. et al.*// Phys.Rev. 1965. V.138. P.1528B.
[35] 3.3 ГэВ/c: *Ferbel T. et al.*// Phys.Rev. 1966. V.143. P.1096.
[36] 3.6 ГэВ/c: *Dehne H.C. et al.*// Phys.Rev. 1964. V.136. P.843B.
[37] 4.6 ГэВ/c: *Everett D. et al.*// Nucl.Phys. 1974. V.B73. P.449.
[38] 5.7 ГэВ/c: *Böckmann K. et al.*// Nuovo Cim. 1966. V.42. P.954A.
[39] 5.7 ГэВ/c: *Fridman A. et al.*// Phys.Rev. 1968. V.176. P.1595.
[40] 6.1 ГэВ/c: *Батюня Б.В. др.*// ЯФ. 1988. Т.48. С.746.
[41] 7.3 ГэВ/c: *Patel G.D. et al.*// Z.Phys. 1982. V.C12. P.189.
[42] 8.8 ГэВ/c: *Booth C.N. et al.*// Phys.Rev. 1983. V.D27. P.2018.
[43] 9.1 ГэВ/c: *Gregory P.S. et al.*// Nucl.Phys. 1977. V.B119. P.60.
[44] 12 ГэВ/c: *Johnson P. et al.*// Nucl.Phys. 1980. V.B173. P.77.
[45] 22.4 ГэВ/c: *Батюня Б.В. и др.*// ЯФ. 1982. Т.36. С.403.
[46] 32 ГэВ/c: *Боголюбский М.Ю. и др.*// ЯФ. 1987. Т.46. С.1680.
[47] 49 ГэВ/c: *Robertson R.M. et al.*// Phys.Rev. 1980. V.D21. P.3064.
[48] 70 ГэВ/c: *Dumont J.J. et al.*// Z.Phys. 1982. V.C13. P.1.

[49] 100 ГэВ/c: *Ward C.P. et al.*// Nucl.Phys. 1979. V.B153. P.299.

[50] **p̄n:** 0–0.5 ГэВ/c: *Kalogeropoulos T., Tzanakos G.S.*// Phys.Rev. 1980. V.D22. P.2585.

[51] 0–0.6 ГэВ/c: *Bizzarri R. et al.*// Nuovo Cim. 1974. V.A22. P.225.

[52] 0.65 ГэВ/c: *Hamatsu R. et al.*// Nucl.Phys. 1978. V.B137. P.283.

[53] 1–1.6 ГэВ/c: *Huesman R.H. et al.*// Nuovo Cim. 1975. V.A25. P.91.

[54] 1.1–1.4 ГэВ/c: *Zemany P.D. et al.*// Phys.Rev. 1981. V.D23. P.1473.

[55] 1.44 ГэВ/c: *Fett E. et al.*// Lett.Nuovo Cim. 1977. V.20. P.163.

[56] 9.2 ГэВ/c: *Braun H. et al.* 5-th Europ. Simp. on $\bar{N}N$ Interactions. Bressanone, 1980. P.107.

[57] 100 ГэВ/c: *Bergier A. et al.*// Z.Phys. 1980. V.C5. P.265.

[58] *Watson K.M.*// Phys.Rev. 1952. V.85. P.852.

[59] *Гришин В.Г., Никитин В.А., Подгорецкий М.И.*, Препринт ОИЯИ Р-480. Дубна, 1960.

[60] *D'Innocenzo A. et al.*// Lett.Nuovo Cim. 1980. V.28. P.369.

[61] *Golokhvastov A.I.* Preprint JINR E2-89-364. Dubna, 1989.

[62] *Fermi E.* Elementary Particles. P.86. New Haven, 1951;
Ферми Э. Элементарные частицы. С.83. М.: ИЛ, 1951.

[63] *Fermi E.*// Progr.Theor.Phys. 1950. V.5. P.570;
Ферми Э. Избр. тр. Т.2. С.479. М.: Наука, 1965.

[64] *Møller R.*// Nucl.Phys. 1974. V.B74. P.145.

[65] *Wróblewski A.*// Acta Phys.Pol. 1973. V.B4. P.857.

[66] *Buras A.J. et al.*// Phys.Lett. 1973. V.B47. P.251.

[67] *Parry G.V., Rotelli P.*// Lett.Nuovo Cim. 1973. V.7. P.649.

[68] *Flaminio V. et al.* Compilation pp, $\bar{p}p$. CERN-HERA 84-01. 1984.

[69] *Kittel Ch.* Thermal Physics. Ch.15. N.Y.: John Wiley and Sons, 1969;
Киттель Ч. Статистическая термодинамика. Гл.15. М.: Наука, 1977.

[70] *Rushbrooke J.G., Webber B.R.*// Phys.Rep. 1978. V.44. P.1.

[71] *Fermi E.*// Phys.Rev. 1953. V.92. P.452;
Ферми Э. Избр. тр. Т.2. С.631. М.: Наука, 1965.

[72] *Pais A.*// Ann.Phys. 1960. V.9. P.548.

[73] *Salava J., Šimák V.*// Nucl.Phys. 1974. V.B69. P.15.

[74] *Ледницки Р.*// ЭЧАЯ. 1984. V.15. P.617.

[75] *Vaissiére Ch. de la et al.*// Z.Phys. 1979. V.C1. P.3.

[76] *Baubillier M. et al.*// Nucl.Phys. 1980. V.B163. P.365.

[77] *Barshay S., Yamaguchi Y.*// Phys.Lett. 1974. V.B51. P.376.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 апреля 2000 года.

Голохваствов А.И. P2-2000-72
KNO-скейлинг в изоспиново связанных реакциях

Предложено обобщение корректного KNO-скейлинга, позволяющее описать распределения по множественности как π^+-, так и π^--мезонов в разных нуклон-нуклонных и неаннигиляционных антинуклон-нуклонных взаимодействиях с одной и той же скейлинговой функцией $\Psi(z)$ и зависимостью масштабного параметра от энергии. С другой функцией $\Psi(z)$ описываются распределения по множественности в разных антинуклон-нуклонных реакциях аннигиляции. Наклон энергетической зависимости масштабного параметра в этом случае примерно в 1,5 раза больше, чем для нуклон-нуклонных взаимодействий.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2000

Перевод автора

Golokhvastov A.I. P2-2000-72
KNO Scaling in Isospin Connected Reactions

The generalization of correct KNO scaling is presented. It permits one to describe the multiplicity distributions of both π^+ and π^- mesons in different nucleon-nucleon and nonannihilation antinucleon-nucleon interactions by the same scaling function $\Psi(z)$ and the same energy dependence of the scale parameter. Multiplicity distributions in different antinucleon-nucleon annihilation reactions are described by another function $\Psi(z)$. In this case the slope of the scale parameter energy dependence is about 1.5 times greater than for nucleon-nucleon interactions.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2000

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 18.04.2000
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 2,56
Тираж 425. Заказ 51985. Цена 3 р. 08 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области