

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9-2000-239

С.Б.Ворожцов, А.А.Глазов, Г.А.Карамышева

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА  
В СИЛЬНОТОЧНОМ ЦИКЛОТРОНЕ  
(Протонный вариант)

2000

## Введение

Проводились расчеты по ускорению протонов с интенсивностями от 10 до 30 мА до энергии 15 МэВ в сильноточном циклотроне, выполнялись оценки эффектов пространственного заряда для выбранных параметров ускорителя.

## Динамика пучка циклотрона-инжектора

Параметры, используемые для расчетов, представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Тип циклотрона		Секторный
Ускоряемая частица		протон
Энергия инжекции	(МэВ)	0.5
Конечная энергия	(МэВ)	15.0
Интенсивность	(мА)	10, 30
<b>Магнитная система</b>		
Число секторов		4
Угловая протяженность сектора	(°)	30
Межполюсной зазор	(см)	3.0
Радиальная протяженность полюса	(см)	15.0 ÷ 120.0
Среднее магнитное поле	(кГс)	5.0
Максимальный фляггер		1.45
<b>Ускоряющая система</b>		
Число $\Delta$ -электродов		2
Резонансная частота	(МГц)	49.5
Угловая протяженность $\Delta$ -электродов	(°)	30
Ширина уск. щели	(°)	4
Аксиальная апертура	(см)	2.0
ВЧ-напряжение	(кВ)	200.0 ÷ 350.0
<b>Динамика частиц</b>		
Частота обращения	(МГц)	8.25
Кратность ускорения		6
Набор энергии	(МэВ)	0.8 ÷ 1.3
Частоты свободных колебаний:	радиальных	1.1 ÷ 1.2
	аксиальных	1.0 ÷ 1.1
<b>Инжекция</b>		
Шаг орбит:	(мм)	60
Радиальный эмиттанс	( $\mu\text{мм}\cdot\text{мрад}$ )	30
Аксиальный эмиттанс	( $\mu\text{мм}\cdot\text{мрад}$ )	30
Продольный эмиттанс	( $\mu\text{град}\cdot\text{промилле}$ )	75
<b>Вывод (I=30 мА)</b>		
Шаг орбит:	(мм)	50
Радиальный эмиттанс	( $\mu\text{мм}\cdot\text{мрад}$ )	150
Аксиальный эмиттанс	( $\mu\text{мм}\cdot\text{мрад}$ )	20
Продольный эмиттанс	( $\mu\text{град}\cdot\text{промилле}$ )	70

Для расчетов использовался программный комплекс[1], в основе которого лежит программа NAJO [2], созданная для расчетов динамики частиц в секторных циклотронах GANIL. В основе программы:

Интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге - Кутта (шаг интегрирования 0,5°). Ускорение - в приближении тонких линз (постоянная скорость и координата), толчки в центре ускоряющей щели. Имеется возможность размещения flattop-резонатора. Для моделирования пучка используется 200 частиц. Действие пространственного заряда учитывается 8 раз на обороте. Используется "equivalent continuous method". Программа дополнена подпрограммами, вычисляющими изохронное поле по методу Гордона, вычисляющими бетатронные частоты. При одночастичных расчетах для контроля использовалась программа ORBITA[3].

### **Аналитические оценки**

Силы пространственного заряда в циклотроне можно разделить на силы поперечного и продольного действий. Поперечные силы пространственного заряда преобладают в центре циклотрона и в основном ослабляют вертикальную фокусировку. Продольные силы приводят к разбросу энергии, который прямо пропорционален средней интенсивности пучка и обратно пропорционален полной фазовой ширине.

#### **Поперечный пространственный заряд**

Так как проблема поперечного пространственного заряда доминирует на низких энергиях, последующие расчеты сделаны для энергии инжекции. Действие поперечного пространственного заряда проявляется в виде уменьшения частоты бетатронных колебаний. Вначале произведем оценку сдвига частот, воспользовавшись следующими формулами[4]:

$$Q_z^2 = Q_{z0}^2 - \frac{4\pi r_{op} r_{\infty}^2 \chi}{\gamma^3} \frac{\Delta r}{\Delta r + \Delta z}, \text{ где } \chi - \text{ плотность пространственного заряда, при}$$

эллиптическом поперечном сечении сгустка и равномерном распределении заряда равна

$$\chi = \frac{8I}{ec\Delta r\Delta z\Delta\phi\beta},$$

$$Q_{z0}=1, \beta=0,0326, r_{op}=1,53\cdot 10^{-16} \text{ см (классический радиус протона),}$$

$$r_{\infty}=c/2\pi f=578,3 \text{ см.}$$

$\Delta r=1,2 \text{ см}$ ,  $\Delta z=1,2 \text{ см}$  и  $\Delta\phi=\pi/6$  (30 град ВЧ) - радиальный, аксиальный размер и фазовая ширина сгустка. Значение аксиальной частоты для среднего тока  $I=30 \text{ мА}$  уменьшится на 0,6.

Далее оценим величину обобщенного первеанса  $K$  [5]:

$$K = \frac{2}{(\beta\gamma)^3} \left( \frac{Z}{A} \right) \frac{I_{peak}}{I_0}, \quad I = I_{peak} \frac{\Delta\phi}{2\pi},$$

$I_0$  - универсальный ток для протонов  $I_0 \approx 31 \text{ МА}$ .

Для вышеописанных параметров  $K=6,6\cdot 10^{-4}$ .

Оценим сдвиг частот по формуле для сферического пучка[6]:

$$Q_z^2 = Q_{z0}^2 - K \frac{R_{av}^2}{a^2}, \quad \text{где } R_{av} - \text{средний радиус орбиты, } 2a=1,2 \text{ см} - \text{диаметр}$$

сферы.

Значение аксиальной частоты для тока 30 мА уменьшится на 0,49, что согласуется с результатом, полученным выше, и допустимо при условии быстрого пересечения резонансов.

### **Продольный пространственный заряд**

Влияние сил продольного пространственного заряда приводит к разбросу энергии пучка, что может препятствовать разделению орбит, необходимому для эффективного вывода. Разброс энергии, вызванный пространственным зарядом, не является линейной функцией фазового размера пучка.

Полный разброс энергии после  $n$  оборотов, вызванный линеаризованной частью пространственного заряда, можно оценить по формуле[5], вытекающей из дисковой модели:

$$\Delta U_{sc} = 2,8k\Omega < I > \frac{2\pi n^2}{\Delta\varphi \beta_{\max}}$$

Оценки были произведены для следующих данных:

количество оборотов  $n=14$ ,  $\beta_{\max}=0,1767$ ,  $< I >=30$  мА, разброс энергии  $\Delta U_{sc} \cong 1,1$  МэВ.

Набор энергии  $E_{gain}$  на последних оборотах приблизительно равен 1,3 МэВ, то есть больше разброса, обусловленного пространственным зарядом. Вклад пространственного заряда в полную ширину пучка составит[6]:

$$\Delta x_{sc} = (dR/dn) \frac{\Delta U_{sc}}{E_{gain}} \cong 3,9 \text{ см, что меньше шага орбит } dR/dn \cong 5 \text{ см (см. рис.8).}$$

Таким образом, возможно, разделение орбит будет существовать без использования flatter-резонатора.

Оценим предельный ток для данного циклотрона при наличии flatter-резонатора. Так как линейная часть пространственного заряда может быть компенсирована flatter-резонатором, действие нелинейной части продольного пространственного заряда на разброс энергии приводит к ограничению на предельный ток пучка. Воспользуемся следующим критерием разделения орбит[5]:

$$I < \frac{U_f}{f_n 2.8k\Omega} \left( \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \frac{\beta_{\max}}{n^3},$$

где  $U_f$  – конечная энергия,  $f_n$  – принималась равной 0.3 и определяет долю нелинейного разброса напряжения от линейного:

$$\delta U_{sc}(\text{нелинейный}) \leq f_n \Delta U_{sc}(\text{линейный}).$$

В результате предельный ток, допускающий разделение орбит, при  $n=14$  составит 98 мА.

Следует заметить, что в данном ускорителе при наличии flatter-резонатора для тока пучка 30 мА орбиты будут разделенными и при менее интенсивном наборе энергии, количество оборотов при этом не должно превышать 20.

### **Численное моделирование**

Для расчетов использовалось изохронное поле, представленное на рис.1. Набор энергий происходил в течение 14 оборотов. На рис.2 фаза центральной частицы показана в зависимости от радиуса. На рис.3 дана зависимость энергии центральной

частицы и набора энергии за оборот от радиуса. Как следует из рисунка, набор энергии на последнем обороте достигает 1.3МэВ. На рис.4 – частоты свободных колебаний. Видно, что ускорение происходит в непосредственной близости от резонанса  $Q_z=1$ . На рис.5 показана траектория равновесной частицы (для первых шести оборотов).

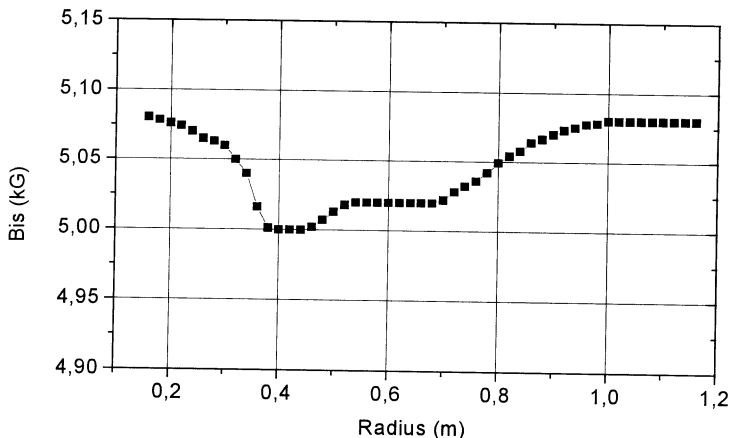


Рис. 1. Изохронное поле

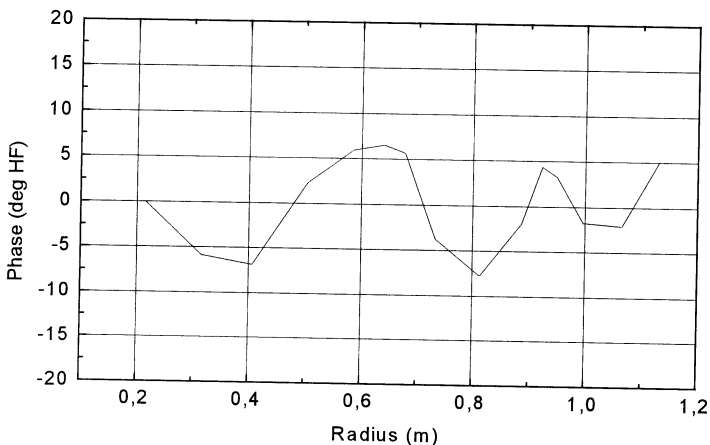


Рис. 2. Фазовое движение центральной частицы

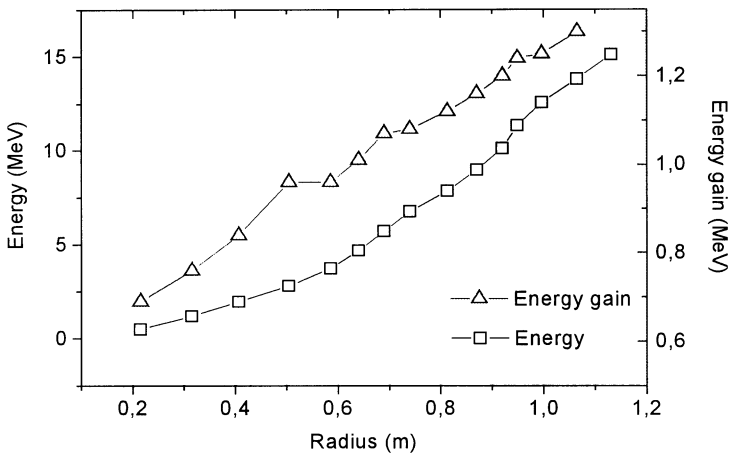


Рис. 3. Зависимость энергии центральной частицы и набора энергии за оборот от радиуса

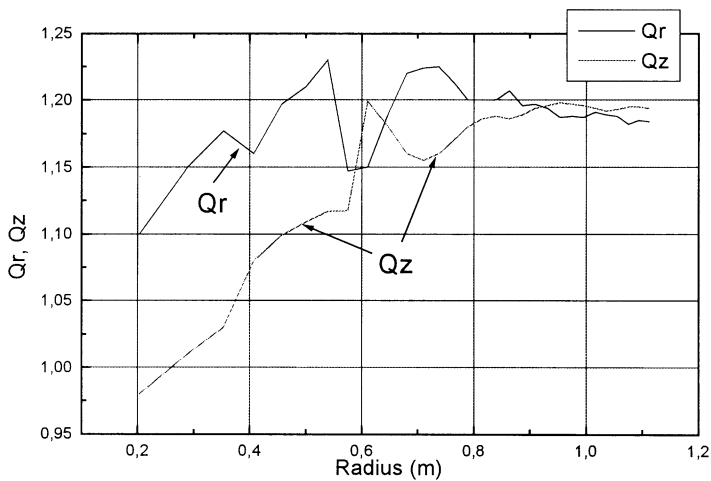


Рис. 4. Частоты свободных колебаний

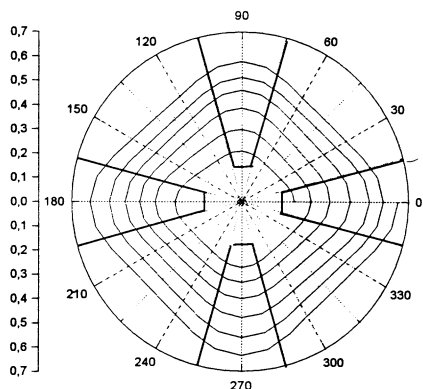


Рис. 5. Траектория равновесной частицы (первые шесть оборотов)

### Центр

На рис.6 представлены зависимости аксиальных эмиттансов от энергии протонов для токов 10, 30 мА. Из рисунка видно, что действие поперечных сил пространственного заряда при  $I=30$  мА приводит к резкому увеличению эффективного аксиального эмиттанта (объединение эмиттансов для всех энергий в пучке) в центре ускорителя, однако аксиальный разброс при этом не превышает апертуры ускорителя. Таким образом, допускается ток 30 мА, что согласуется с аналитическими оценками. Однако следует заметить, что в расчетах эмиттанс вычислялся как функция среднеквадратичного отклонения, то есть не все частицы попадают в эмиттанс, следовательно, реальный предел по поперечному пространственному заряду находится несколько ниже, чем 30 мА.

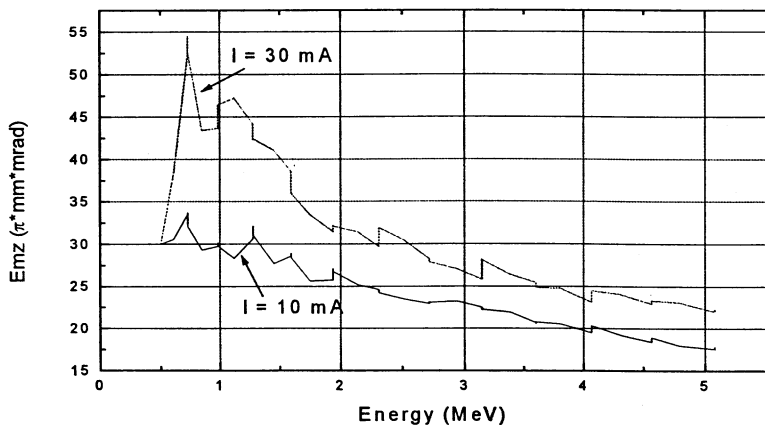


Рис. 6. Зависимость эффективных аксиальных эмиттансов от энергии протонов для  $I=10$  мА,  $I=30$  мА

### Зона вывода

Для минимизации действия продольного пространственного заряда необходим большой набор энергии, при этом нужно обеспечить сохранение надлежащего качества пучка в процессе ускорения. В наших расчетах набор энергий позволил ускорить пучок протонов до энергии 15 МэВ за 14 оборотов. При этом напряжение на резонаторах менялось линейно от 200 до 350 кВ. На рис.7 представлено радиальное распределение частиц при  $I = 10$  мА, на рис.8 - при  $I = 30$  мА.

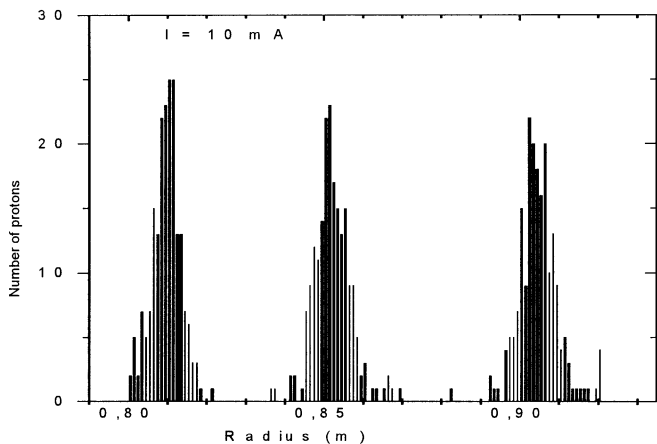


Рис. 7. Радиальное распределение частиц при  $I = 10$  мА

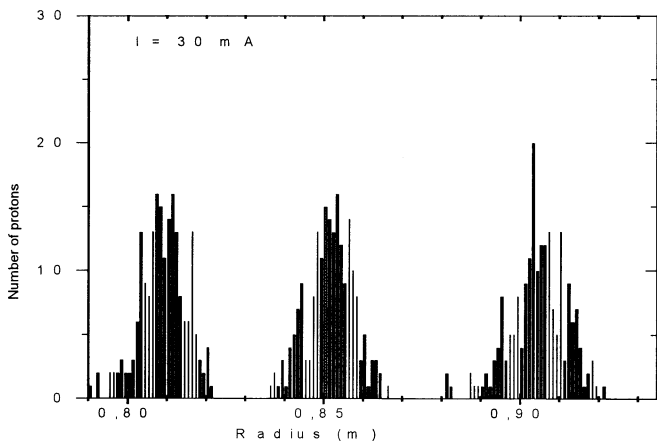


Рис. 8. Радиальное распределение частиц при  $I = 30$  мА

Из рисунков видно, что расстояние между оборотами в зоне вывода около 5 см, при этом наблюдается уширение пучка, приводящее к уменьшению зоны свободной от



частиц до 1 см, что согласуется с аналитической оценкой. На рис.9 представлены фазовые портреты пучка при интенсивности 30 мА для трёх последних оборотов.

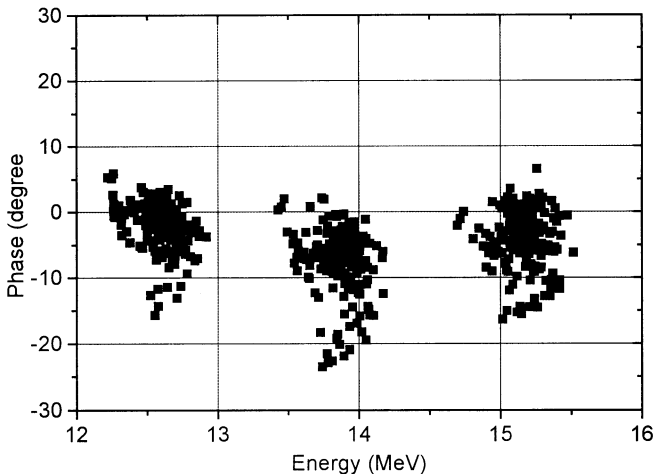


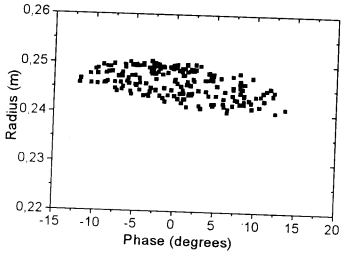
Рис. 9. Фазовые портреты пучка при  $I = 30$  мА (последние три оборота)

На рис.10 показаны портреты пучка для двух интенсивностей  $I=10$  мА и  $I=30$  мА после первого, четвертого, седьмого и четырнадцатого оборотов. При интенсивности  $I=10$  мА наблюдается, описанное Адамом[7], изменение формы пучка. При интенсивности  $I=30$  мА видно резкое уширение пучка уже на первых оборотах.

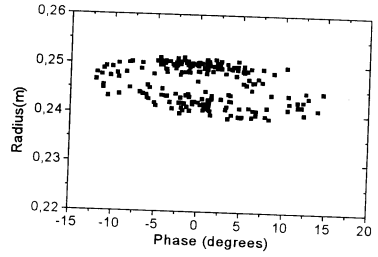
## Заключение

- Эффекты поперечного пространственного заряда приводят к существенным ( $\sim 0,5$ ) сдвигам частот свободных колебаний частиц в циклотроне-инжекторе.
- При заданном наборе энергии частиц имеет место достаточное для 100%-го вывода пучка разделение орбит на конечном радиусе при интенсивностях ниже 30 мА без использования flator-резонатора.
- Аналитические и численные расчеты указывают на возможность ускорения пучка частиц с предельной интенсивностью не выше 30 мА. Рабочей интенсивностью можно считать интенсивность в 10 мА.

**$I=10mA$**

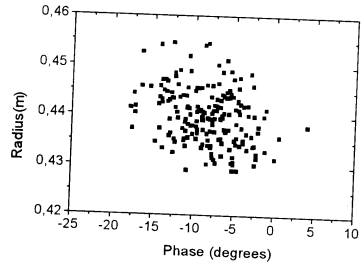
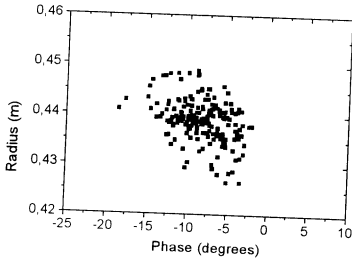


**$I=30mA$**



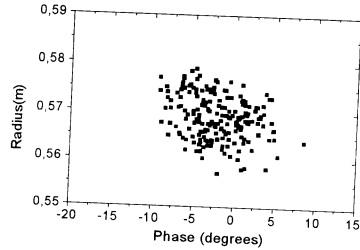
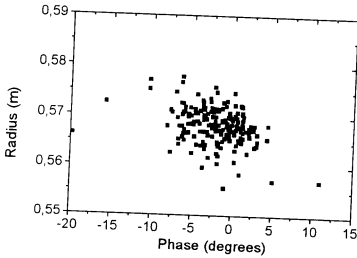
**1 turn**

**$E \approx 1 \text{ MeV}$**



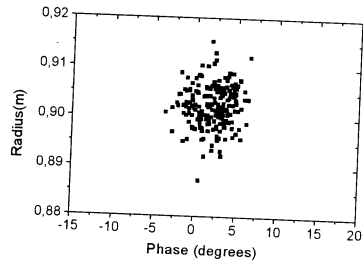
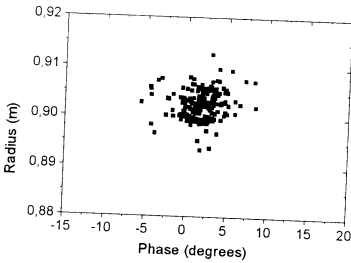
**4 turn**

**$E \approx 3.5 \text{ MeV}$**



**7 turn**

**$E \approx 6 \text{ MeV}$**



**14 turn**

**$E \approx 15 \text{ MeV}$**

Рис. 10. Портреты пучка

## Литература

---

1. Ворожцов С.Б. и др. Комплекс аппаратных и программных средств для анализа динамики пучка циклотрона, Сообщение ОИЯИ Р9-88-416, Дубна, 1988.
2. Chabert A., Prome M., In Proc. of the Conf. on Accel. Design and Oper., Berlin, 1984, p.164.
3. Борисов О.Н., Карамышева Г.А. и др., Система программ для исследования динамики частиц в циклических ускорителях, Труды XI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1989, т.1, с.495.
4. Глазов А.А. и др. ЖЭТФ, 1969, т.57, с.1465.
5. W.Joho, "Space Charge Effects in Cyclotrons", Труды Международной школы молодых учёных по проблемам ускорителей заряженных частиц, Дубна, 1989, с.94.
6. Stammach Th., High Intensity Problems revised or Cyclotron Operation beyond Limits, In: Proc. Cyclotrons and their Applications, Caen, 1998, p.369.
7. S. Adam, Space charge effects in cyclotrons – from simulations to insights, In: Proc. Cyclotrons and their Applications, Caen, 1998, p.446.

Рукопись поступила в издательский отдел  
12 октября 2000 года.

Ворожцов С.Б., Глазов А.А., Карамышева Г.А.  
Динамика частиц с учетом влияния пространственного заряда  
в сильноточном циклотроне  
(Протонный вариант)

P9-2000-239

Приведены результаты численных расчетов основных характеристик сильноточного циклотрона, предназначенного для получения пучка протонов с конечной энергией 15 МэВ. Представлены аналитические и численные оценки влияния эффектов пространственного заряда на динамику частиц. Показано, что силы пространственного заряда допускают работу ускорителя в режиме разделенных орбит с предельным током пучка 30 мА, рабочий ток — 10 мА.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В.П.Джелепова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2000

#### Перевод авторов

Vorozhtsov S.B., Glasov A.A., Karamysheva G.A.  
Beam Dynamics Taking into Account Space Charge Effects  
in a High-Current Cyclotron  
(Proton Version)

P9-2000-239

The calculations of beam dynamic characteristics of High-Current Cyclotron for proton beam of 15 MeV energy are presented. Analytical and numerical estimations of space charge effects are given. Current limit due to space charge forces is calculated to be about 30 mA, working intensity — 10 mA.

The investigation has been performed at the Dzhelepov Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2000

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 25.01.2001  
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,22  
Тираж 280. Заказ 52467. Цена 1 р. 47 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Дубна Московской области