

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9-2000-274

С.Б.Ворожцов, А.А.Глазов, Г.А.Карамышева,
Е.В.Самсонов

ДИНАМИКА ЧАСТИЦ
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО
ЗАРЯДА В СИЛЬНОТОЧНОМ ЦИКЛОТРОНЕ
(Дейтронный вариант)

2000

1. Введение

Проведенные ранее расчеты[1] показали, что при энергии инжекции $W_i = 0,3$ МэВ и кратности ускорения $h = 18$ центральная область циклотрона имеет слишком малые поперечные аксептансы для ускорения сильноточного пучка. Для увеличения аксептансов была повышена энергия инжекции и уменьшена кратность ускорения. Параметры, используемые для расчетов, представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры циклотрона

Тип циклотрона		Секторный
Ускоряемая частица		дейтрон
Энергия инжекции	(МэВ)	0.5
Конечная энергия	(МэВ)	15.0
Интенсивность	(мА)	10
Магнитная система		
Число секторов		4
Угловая протяженность сектора	(°)	30
Межполюсной зазор	(см)	3
Радиальная протяженность полюса	(см)	15 ÷ 165
Среднее магнитное поле	(кГс)	5
Максимальный флаттер		1.45
Ускоряющая система		
Число Δ -электродов		2
Резонансная частота	(МГц)	49.5
Угловая протяженность Δ -электродов	(°)	12.5
Ширина уск. щели	(°)	2.5
Аксиальная апертура	(см)	2.0
Радиальная протяженность	(см)	15 ÷ 165
ВЧ-напряжение	(кВ)	100 ÷ 350
Динамика частиц		
Частота обращения	(МГц)	4.125
Кратность ускорения		12
Набор энергии	(МэВ)	0.4 ÷ 1.2
Шаг орбит:	на инжекции (см)	8
	на выводе (см)	5
Частоты свободных колебаний:	радиальных	1.1 ÷ 1.2
	аксиальных	1.0 ÷ 1.2

2. Эффекты пространственного заряда - аналитические оценки

Силы пространственного заряда в циклотроне можно разделить на силы поперечного и продольного действий. Поперечные силы пространственного заряда преобладают в центре циклотрона и в основном ослабляют вертикальную фокусировку. Продольные силы приводят к разбросу энергии, который прямо пропорционален средней интенсивности пучка и обратно пропорционален полной фазовой ширине.

2.1. Оценка влияния поперечного пространственного заряда

Так как проблема поперечного пространственного заряда доминирует на низких энергиях, последующие расчеты сделаны для энергии инжекции. Действие поперечного пространственного заряда проявляется в виде уменьшения частоты бетатронных колебаний. Вначале произведем оценку сдвига частот, воспользовавшись следующими формулами[2]:

$$Q_z^2 = Q_{z0}^2 - \frac{4\pi r_{od} r^2 \omega \chi}{\gamma^3} \frac{\Delta r}{\Delta r + \Delta z}, \text{ где } \chi - \text{ плотность пространственного заряда, при}$$

эллиптическом поперечном сечении ступка и равномерном распределении заряда равна

$$\chi = \frac{8I}{ec\Delta r\Delta z\Delta\varphi\beta},$$

$$Q_{z0}=1,0, \beta=0,023, r_{od}=0,767 \cdot 10^{-16} \text{ см (классический радиус дейтрона),}$$

$$r_{\infty}=c/2\pi f=1157,5 \text{ см.}$$

$\Delta r=2 \text{ см}$, $\Delta z=2 \text{ см}$ - радиальный, аксиальный размеры ступка, $\Delta\varphi=\pi/6 \text{ ВЧ}$ - фазовая протяженность ступка.

Значение аксиальной частоты для тока 20 мА уменьшится на 0,3, что допустимо.

Далее были произведены оценки предельного тока (для тех же параметров) с использованием цилиндрической модели пучка[3], предполагающей равномерную плотность заряда. Следующие допущения: а) аксиальная частота в центре циклотрона меньше, чем горизонтальная; б) акцептанс установки много больше, чем эмиттанс пучка; в) пучок сгруппирован с фазовой шириной $\Delta\varphi$, приводят к формуле:

$$I_{lim} = \frac{1}{4} \left(\frac{A}{Z} \right) I_o \beta Q_{z0}^2 \left(\frac{\Delta z / 2}{R_{\infty}} \right)^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right),$$

I_o - универсальный ток для дейтронов $I_o \approx 31 \text{ МА}$, $(\beta\gamma)I_o$ - Alfven - ток.

Согласно этой формуле предельный ток $I_{lim}=22 \text{ МА}$.

2.2. Оценка действия продольного пространственного заряда

Влияние сил продольного пространственного заряда приводит к разбросу энергии пучка, что может препятствовать разделению орбит, необходимому для эффективного вывода. Разброс энергии, вызванный пространственным зарядом, не является линейной функцией фазового размера пучка.

Полный разброс энергии после n оборотов, вызванный линеаризованной частью пространственного заряда, можно оценить по формуле[3], вытекающей из дисковой модели:

$$\Delta U_{sc} = 2,8k\Omega < I > \frac{2\pi}{\Delta\varphi} \frac{n^2}{\beta_{max}}.$$

Оценки были произведены для следующих данных:

количество оборотов $n=20$, $\beta_{max}=0,126$, $<I>=20 \text{ МА}$, разброс энергии составил $\Delta U_{sc}=2,1 \text{ МэВ/нуклон}$.

количество оборотов $n=17$, $\beta_{max}=0,126$, $<I>=20 \text{ МА}$, разброс энергии составил $\Delta U_{sc}=1,5 \text{ МэВ/нуклон}$.

Линейная часть пространственного заряда может быть компенсирована flattop-резонатором. Действие нелинейной части продольного пространственного заряда

приводит к ограничению на предельный ток пучка, связанному с разделением орбит. Воспользуемся следующим критерием разделения орбит[3]:

$$I < \frac{U_f}{f_n 2.8k\Omega} \left(\frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \frac{\beta_{\max}}{n^3}$$

где U_f – конечная энергия, f_n – принималась равной 0,3 и определяет долю нелинейного разброса напряжения от линейного:

$$\delta U_{sc(\text{нелинейный})} \leq f_n \Delta U_{sc(\text{линейный})}.$$

В результате предельный ток, допускающий разделение орбит, при $n=20$ составит 12 мА.

3. Численное моделирование

3.1. Оптимальные условия для инжекции центральной частицы

Для расчетов динамики пучка без учета пространственного заряда использовалась программа MOVIDE, внутри которой интегрировались полные уравнения движения заряженной частицы в электромагнитном поле циклотрона, ВЧ-напряжение линейно росло от 125 в центре до 250 кВ на выводе, ширина ускоряющих щелей менялась линейно от 2 до 5 см.

В качестве стартового угла для расчета динамики частиц был взят азимут $\varphi = 0^\circ$, который расположен за $37,5^\circ$ до середины первой ускоряющей щели. На этом азимуте в трехмерном фазовом пространстве (r, r', ψ) , где ψ – стартовая фаза частицы относительно ВЧ-напряжения, проводился поиск оптимальной частицы, которая обладала бы к концу третьего оборота минимальной амплитудой радиальных колебаний и находилась вблизи максимума ВЧ-напряжения в момент пролета ускоряющих щелей. Целевая функция вида $\chi = A_r(\text{см}) + \psi/10$ ($^\circ\text{ВЧ}$), где A_r – амплитуда радиальных колебаний, использовалась в процессе поиска оптимальной частицы. Эти расчеты показали, что невозможно одновременно добиться нулевых радиальных колебаний и максимального набора энергии. Минимальное значение целевой функции оказалось равным 0,7, что соответствовало частице с $A_r = 0,5$ см и $\psi = 2,0^\circ\text{ВЧ}$. В момент старта эта частица имела следующие параметры: $r=31,42$ см, $r'=1,41$ см, $\psi = -40^\circ\text{ВЧ}$. На рис.1 показана траектория оптимальной частицы в течение первых трех оборотов.

3.2. Акцептансы центральной области ускорителя

Для расчета акцептансов сначала генерировались случайным образом наборы 100 частиц в 5-мерном фазовом объеме (r, r', z, z', ψ) , который окружал оптимальную частицу. Варьировались фазовая протяженность сгустка, его поперечные размеры и ориентация осей эллипсов на фазовых плоскостях. Затем эти наборы частиц ускорялись в течение трех оборотов. В качестве ограничений, определяющих значения акцептансов циклотрона, в данном случае были использованы следующие положения:

- радиальная протяженность свободной от частиц зоны между инжектируемым пучком и совершившим один оборот должна быть не менее 10 см;
- аксиальный размер пучка не должен превышать 0,75 апертуры Δ -электрода.

В результате расчетов были получены следующие значения акцептансов :

- радиальный $\epsilon_r = 126\pi$ мм·мрад;
- аксиальный $\epsilon_z = 25\pi$ мм·мрад;
- фазовый $\epsilon_\psi = 30^\circ\text{ВЧ}$.

На рис.2 приведены на фазовых плоскостях радиального и аксиального движения стартовые положения 100 частиц, соответствующие акцептансам центральной области циклотрона. На рис.3 показаны первые обороты 100 частиц, заполнивших акцептанс циклотрона. На рис.4 приведены аксиальные траектории этих же частиц. Заметно увеличение амплитуд аксиальных колебаний примерно в 3 раза во время первых двух оборотов. Причина роста аксиальных амплитуд осталась пока невыясненной. Весьма вероятно, что этот факт связан с тем, что частоты свободных поперечных колебаний на первом обороте близки ($Q_r = 1,1$, $Q_z = 1,05$), а на втором и последующих оборотах практически совпадают ($Q_r \approx Q_z \approx 1,2$).

По сравнению с предыдущим вариантом циклотрона увеличение энергии инжекции и уменьшение кратности ускорения привели к существенному увеличению (в 7 раз) радиального акцептанса даже при более жестком его определении (ранее декларировалась свободная зона 5 см). Фазовый акцептанс также вырос и очевидно, что он может быть еще увеличен, если радиальный эмиттанс инжектируемого пучка не будет превышать 100п.мм-мрад. Аксиальный акцептанс практически не изменился, и причина этого заключается в росте аксиальных амплитуд по невыясненным пока до конца причинам. Возможно, что мы наблюдаем действие разностного резонанса связи $Q_r - Q_z = 0$.

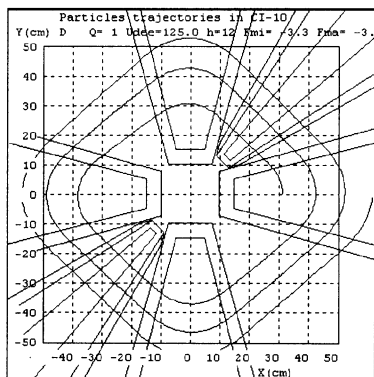


Рис. 1. Первые три оборота центральной частицы фазового объема

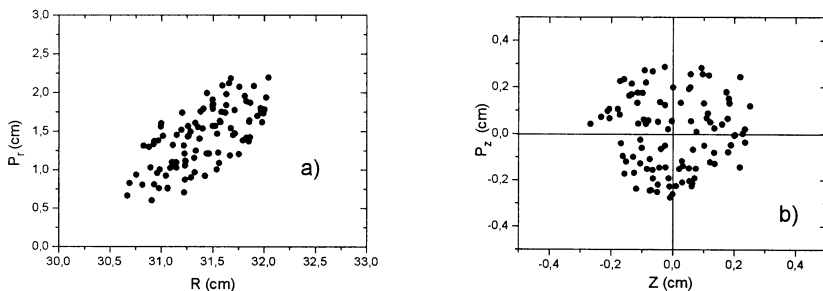


Рис. 2. Стартовые положения пучка на фазовых плоскостях радиального а) и аксиального б) движения. Площади, занимаемые пучком, соответствуют акцептансам циклотрона

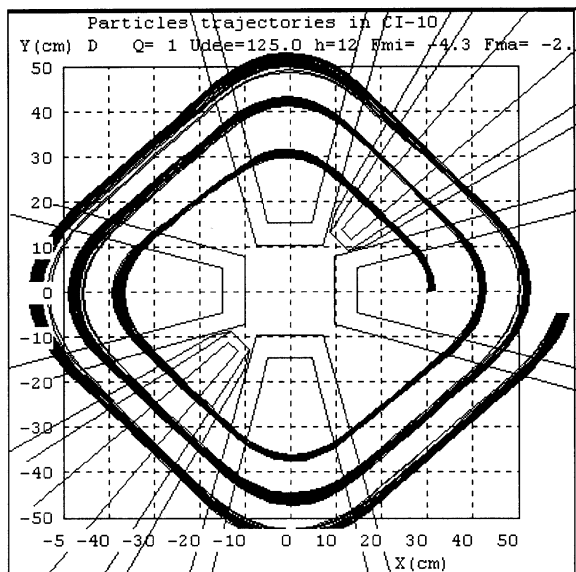


Рис. 3. Первые три оборота 100 частиц, представляющих фазовый объем пучка, равный аксептансу центральной области циклотрона

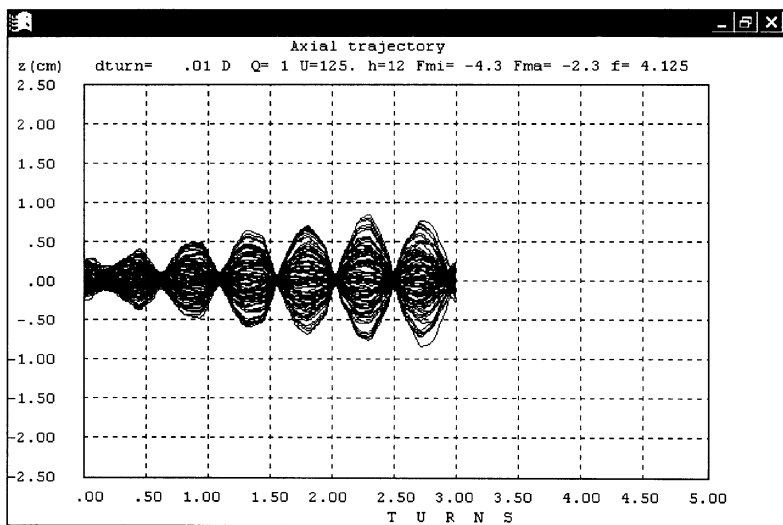


Рис. 4. Аксиальные траектории 100 частиц, представляющих фазовый объем пучка, равный аксептансу центральной области циклотрона

3.3. Эффекты пространственного заряда

Для расчетов использовался программный комплекс[4], в основе которого лежит программа NAJO [5], созданная для расчетов динамики частиц в секторных циклотронах GANIL.

В основе программы:

интегрирование дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты (шаг интегрирования 0.5°);

ускорение - в приближении тонких линз (постоянная скорость и координата), толчки в центре ускоряющей щели, имеется возможность размещения flattop-резонатора;

для моделирования пучка используется 100÷200 частиц;

действие пространственного заряда учитывается 8 раз на обороте. Используется "equivalent continuous method".

Программа дополнена подпрограммами, вычисляющими изохронное поле по методу Гордона, корректирующими расчетное поле, вычисляющими бетатронные частоты.

Для расчетов использовалось изохронное поле, представленное в работе[1]. Набор энергий происходил в течение 20 оборотов. В качестве стартового угла был взят азимут $\varphi = -45^\circ$. На рис.5 фаза центральной частицы показана в зависимости от радиуса.

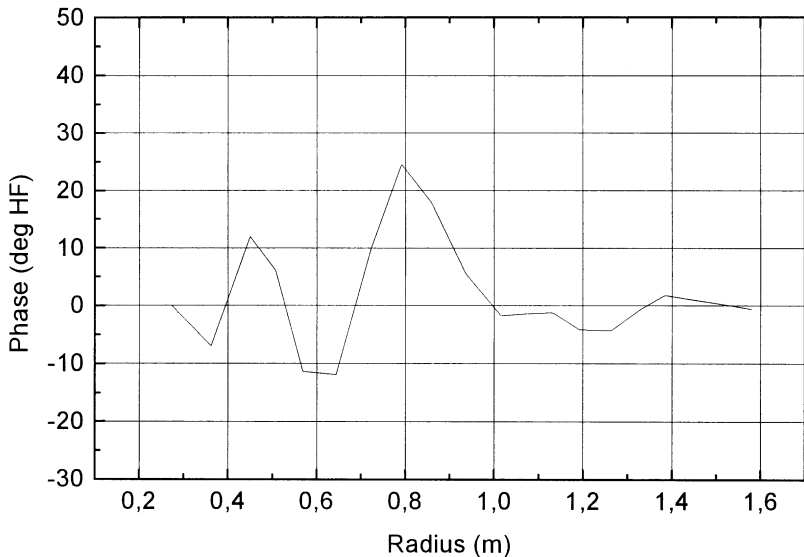


Рис. 5. Фазовое движение центральной частицы

На рис. 6 дана зависимость энергии центральной частицы от радиуса. На рис. 7 – частоты свободных колебаний.

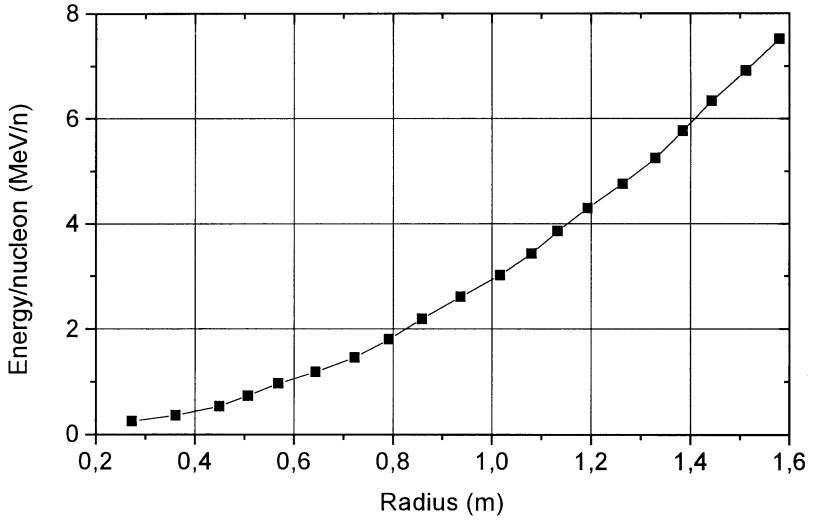


Рис. 6. Зависимость энергии центральной частицы от радиуса

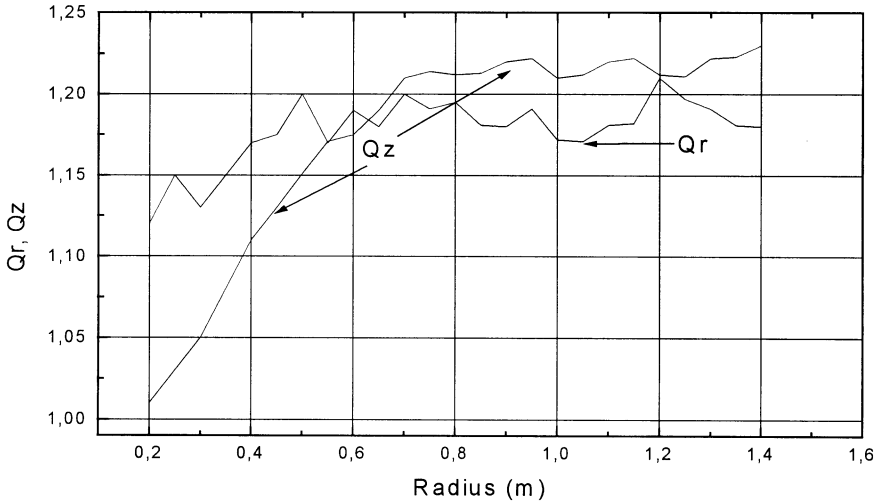


Рис. 7. Частоты свободных колебаний

Следует заметить, что в центре циклотрона ускорение происходит в непосредственной близости от резонанса $Q_z = 1$. Благодаря высокой интенсивности

набора энергии, резонанс не окажет влияния на движение частиц, однако в дальнейшем следует провести дополнительные расчеты, проверяющие данное утверждение.

3.3.1. Центр

На рис.8 представлены зависимости эффективных аксиальных эмиттансов от энергии дейтронов в отсутствие пространственного заряда и для тока 20 мА. Из рисунка видно, что действие поперечных сил пространственного заряда приводит к резкому увеличению эффективного аксиального эмиттанса в центре ускорителя, однако аксиальный разброс при этом не превышает апертуры ускорителя. Следует заметить, что расчеты по данной программе дают более оптимистичное значение аксиального акцептанса $-50 \mu\text{л}\cdot\text{мм}\cdot\text{мрад}$, чем было получено выше, что объясняется различным представлением ускоряющего поля в программах и указывает на необходимость тщательных расчетов центральной области циклотрона.

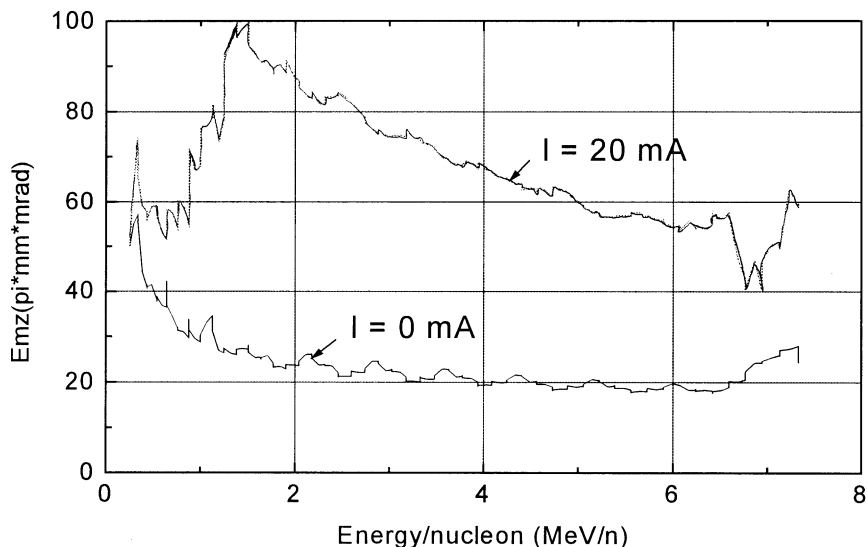
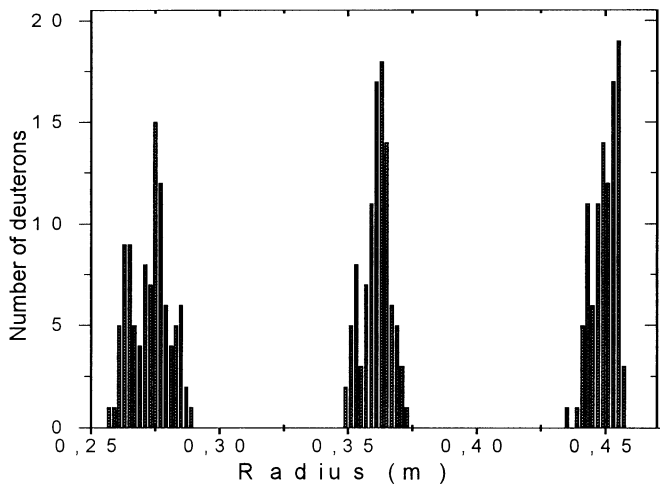


Рис. 8. Зависимость эффективных аксиальных эмиттансов от энергии дейтронов для $I=0 \text{ мА}$ и $I=20 \text{ мА}$

Таким образом, предельный ток можно было бы считать равным 20 мА, что согласуется с аналитическими оценками. Однако следует заметить, что в расчетах эмиттанс вычислялся как функция среднеквадратичного отклонения, то есть не все частицы попадают в эмиттанс, следовательно, реальный предел по поперечному пространственному заряду находится ниже, чем 20 мА.

На рис.9а,б представлены радиальные распределения частиц для первых трех оборотов (а - 100 частиц, б – 200 частиц). Видно, что разделение орбит составляет около 8 см и практически не зависит от количества частиц, поэтому все дальнейшие расчеты проводились для 100 частиц.

а



б

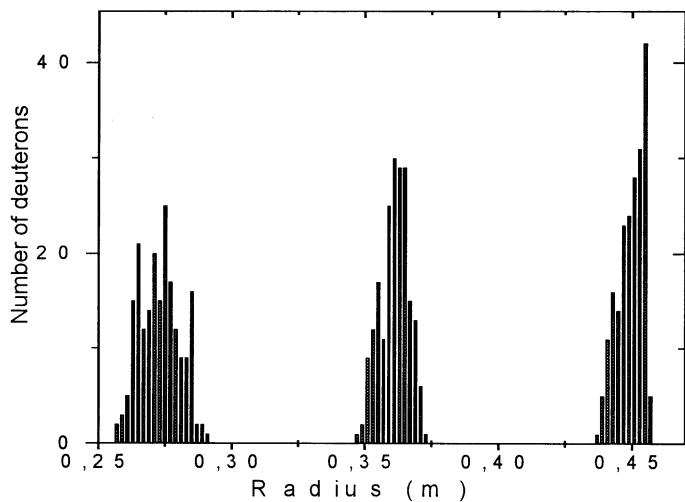


Рис. 9а,б. Радиальные распределения частиц для первых трех оборотов
(а - 100 частиц б - 200 частиц).

3.3.2. Зона вывода

Для получения четкого разделения орбит в зоне вывода необходим интенсивный набор энергии (чтобы минимизировать действие продольного пространственного заряда). При этом нужно обеспечить сохранение надлежащего качества пучка в процессе ускорения, а именно не допускать роста радиального эмиттанса. В наших расчетах набор энергий позволил ускорить пучок дейтронов до энергии 15 МэВ за 20 оборотов. При этом напряжение на резонаторах менялось линейно от 100 до 350 кВ. На рис.10а представлены последние три оборота пучка дейтронов. Расстояние между оборотами около 5 см, при этом наблюдается существенное уширение пучка, приводящее к уменьшению зоны, свободной от частиц, до 2 см. Использование flatter-резонатора приводит к некоторому улучшению качества пучка (рис.10б) и, следовательно, к увеличению предельного тока. На рис.11а представлены радиальные распределения частиц последних трех оборотов для интенсивности 10 мА. Действие линейной части сил продольного пространственного заряда скомпенсировано соответствующим значением фазы flatter-резонатора. Видно, что разделение орбит сохраняется. На рис. 12 представлены фазовые портреты пучка для первых и последних трех оборотов. Наблюдается существенное уширение пучка по энергии в процессе ускорения. Для 20 мА не удалось получить разделенных орбит (рис.11б). Возможно (согласно аналитическим оценкам) увеличить предельный ток, уменьшив число оборотов, однако попытки увеличить напряжение привели к росту радиального эмиттанса.

4. Заключение

Увеличение энергии инъекции и уменьшение кратности ускорения привели к существенному увеличению аксептанса циклотрона.

Силы пространственного заряда допускают работу ускорителя в режиме разделенных орбит с предельным током пучка 10 мА.

Так как в центре циклотрона ускорение происходит в непосредственной близости от резонансов $Q_r - Q_z = 0$, $Q_z = 1$, следует изменить магнитную систему ускорителя или в сторону усиления аксиальной фокусировки до $Q_z = 1.2 \div 1.3$, или в сторону уменьшения Q_z до $0.9 \div 0.95$, а также провести дополнительные расчеты, с целью исследования влияния резонансов на движение частиц.

Авторы выражают свою глубокую признательность Е.М.Сырину за поддержку при проведении работы.

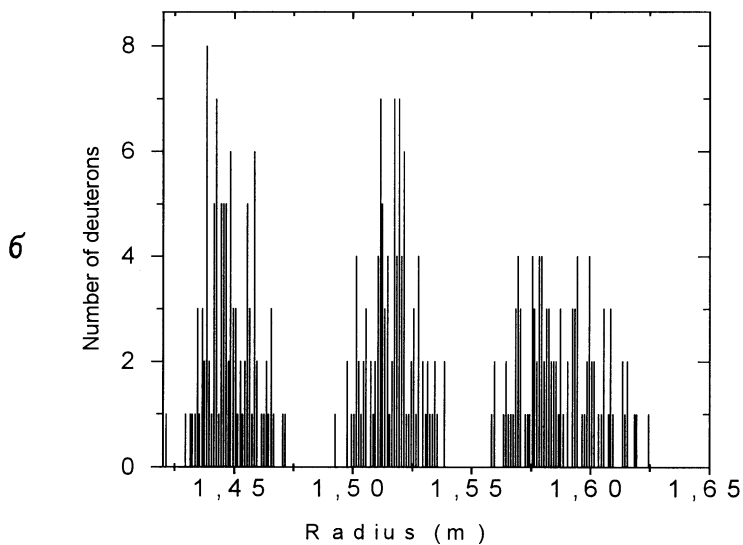
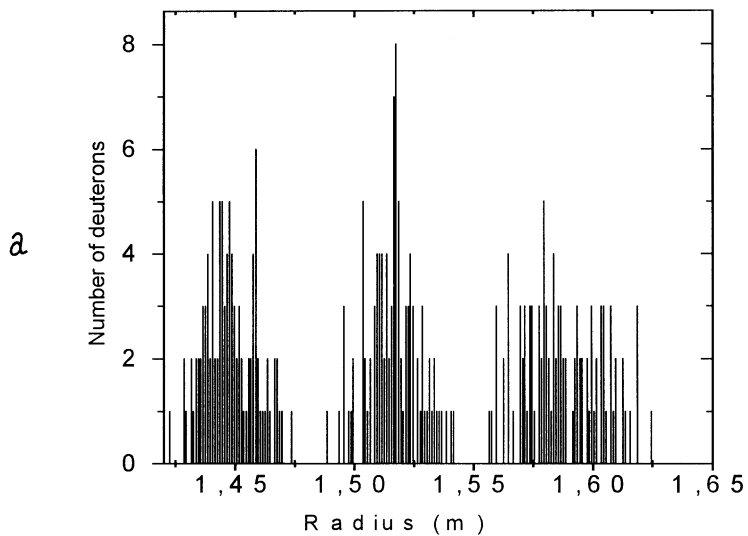


Рис. 10 а,б. Радиальные распределения частиц для последних трех оборотов при $I = 0\text{mA}$ (а - без flattop-резонатора, б - с flattop-резонатором)

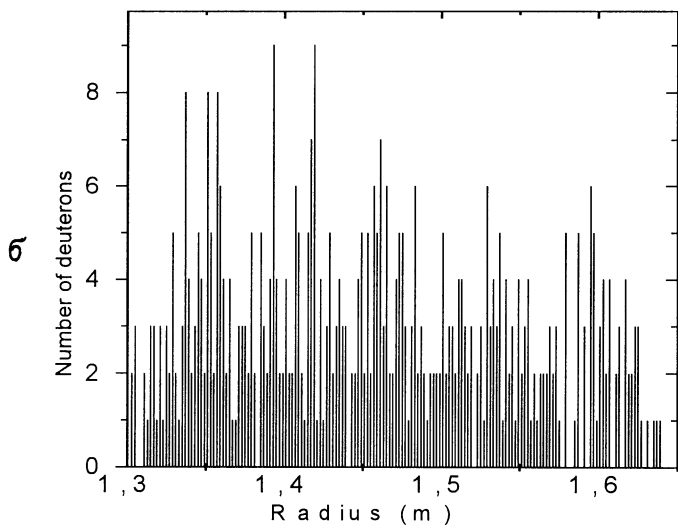
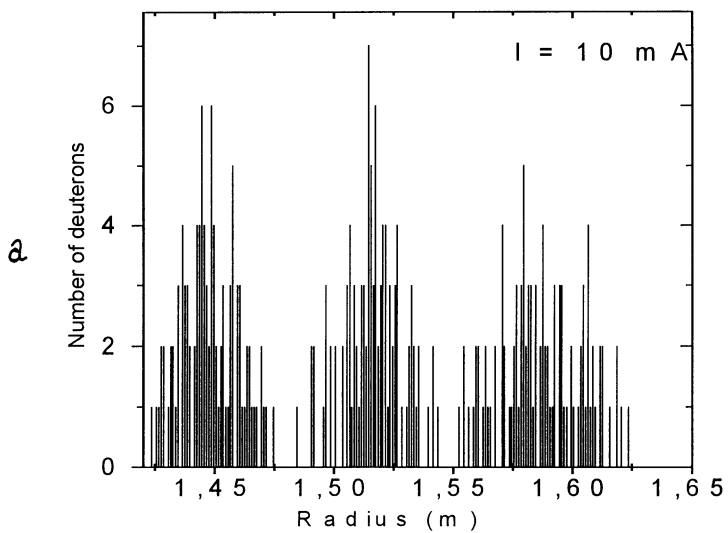


Рис. 11а,б. Радиальные распределения частиц для последних трех оборотов

(а - при $I = 10 \text{ mA}$, б - при $I = 20 \text{ mA}$)

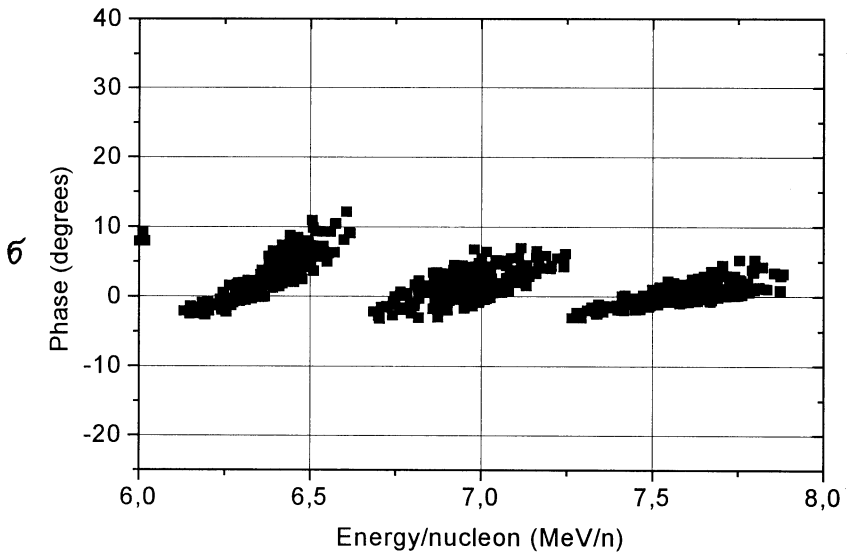
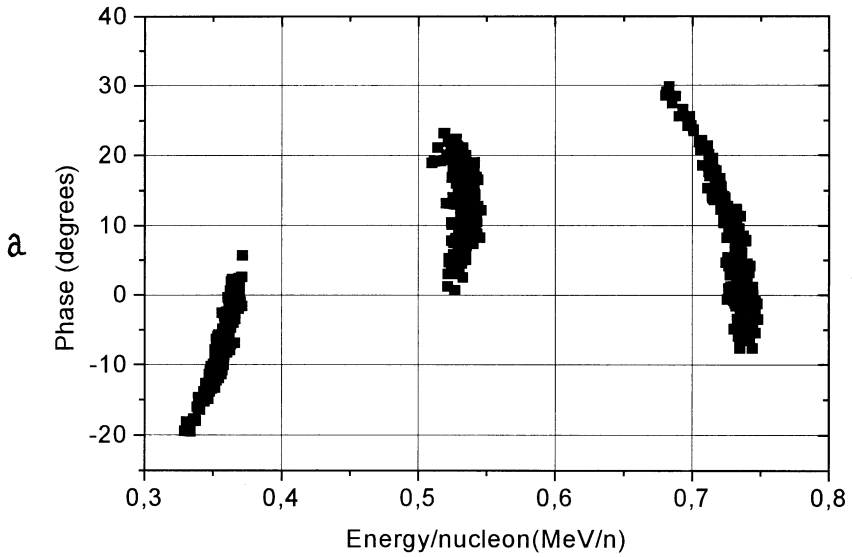


Рис. 12 а,б. Фазовые портреты пучка при $I = 10$ мА (а – первые три оборота, б – последние три оборота)

Литература

1. Самсонов Е.В. Ворожцов С.Б., Карамышева Г.А., Расчет динамики частиц в циклотроне ЦИ-10, Сообщение ОИЯИ Р9-99-126, Дубна, 1999.
2. Аленицкий Ю.Г. и др., “Секторный циклотрон инжектор ДЦ-1”, Международное совещание по циклотронам и их применению, Дубна, 1989, с.96.
3. Joho W., “Space Charge Effects in Cyclotrons”, Труды Международной школы молодых учёных по проблемам ускорителей заряженных частиц, Дубна, 1989, с.94.
4. Ворожцов С.Б. и др. Комплекс аппаратных и программных средств для анализа динамики пучка циклотрона, Сообщение ОИЯИ Р9-88-416, Дубна, 1988.
5. Chabert A., Prome M., In: Proc. of the Conf. on Accel. Design and Oper., Berlin, 1984, p.164.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 ноября 2000 года.

Ворожцов С.Б. и др.

P9-2000-274

Динамика частиц с учетом влияния пространственного заряда
в сильноточном циклотроне
(Дейтронный вариант)

Приведены результаты численных расчетов основных характеристик сильноточного циклотрона, предназначенного для получения пучка дейтронов с конечной энергией 15 МэВ. Представлены аналитические и численные оценки эффектов пространственного заряда на динамику частиц. Показано, что силы пространственного заряда допускают работу ускорителя в режиме разделенных орбит с предельным током пучка 10 мА.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В.П.Джелепова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2000

Перевод авторов

Vorozhtsov S.B. et al.

P9-2000-274

Beam Dynamics Taking into Account Space Charge Effects
in a High-Current Cyclotron
(Deuteron Version)

The calculations of beam dynamic characteristics of High-Current Cyclotron for deuteron beam of 15 MeV energy are presented. Analytical and numerical estimations of space charge effects are given. Current limit due to space charge forces is calculated to be about 10 mA.

The investigation has been performed at the Dzheleпов Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2000

Редактор Е.Ю.Шаталова. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 25.01.2001

Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 1,61

Тираж 280. Заказ 52468. Цена 1 р. 93 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области