

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ**

Дубна

P15-2001-3

И.Адам¹, А.Балабекян², В.С.Пронских, В.Г.Калинников,
Я.Мразек¹

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ
В СЛОЖНЫХ ЦЕПОЧКАХ РАСПАДА
АТОМНЫХ ЯДЕР**

Направлено в журнал «Applied Radiation and Isotopes»

¹Институт ядерной физики АН Чехии, Ржеж

²Ереванский государственный университет, Армения

Метод активационного анализа широко используется для определения поперечных сечений ядерных реакций. Время облучения мишеней (t_1), время "остывания" мишеней (время задержки (t_2)) и время измерений (t_3) часто изменяется в больших пределах. Нередко мишень облучается два или три раза, и обычно t_1 выбирается равным нескольким минутам и нескольким часам, t_2 меняется от нескольких минут до нескольких месяцев, и t_3 – от нескольких минут до нескольких десятков часов. Одна и та же мишень измеряется последовательно до нескольких десятков раз. Такая схема измерений позволяет с хорошей точностью проследить за изменением интенсивности γ -лучей в больших промежутках времени, что даёт возможность определить независимые поперечные сечения ($\sigma_A, \sigma_B \dots$) генетически связанных ядер.

В данной работе приведены соотношения между числом распадов цепочки распадающихся ядер А, В, С, D и независимым сечением их образования. Эти соотношения, с другой стороны, позволяют выбрать оптимальные значения t_1, t_2 и t_3 при исследовании структуры ядер в "on-line" режиме, например в рамках программы ЯСНАПП-2.

Рассмотрим общую схему распада четырех ядер (рис.1) (или четырех разных состояний ядер. Например, А может обозначать изомерное состояние, а В – основное состояние исследуемого ядра). Коэффициенты $f_{AB}, f_{AC} \dots$ определяют долю А-ядер, распадающихся в В-ядро, $-f_{AB}$, в С-ядро $-f_{AC}$, и т.д. Число генетически связанных ядер $N_A(\tau), N_B(\tau) \dots$, образовавшихся во время облучения τ , определяется системой дифференциальных уравнений:

$$dN_A(\tau)/d\tau = Q_A - \lambda_A N_A(\tau), \quad (1)$$

$$dN_B(\tau)/d\tau = Q_B - \lambda_B N_B(\tau) + f_{AB} \lambda_A N_A(\tau), \quad (2)$$

$$dN_C(\tau)/d\tau = Q_C - \lambda_C N_C(\tau) + f_{AC} \lambda_A N_A(\tau) + f_{BC} \lambda_B N_B(\tau), \quad (3)$$

$$dN_D(\tau)/d\tau = Q_D - \lambda_D N_D(\tau) + f_{AD} \lambda_A N_A(\tau) + f_{BD} \lambda_B N_B(\tau) + f_{CD} \lambda_C N_C(\tau), \quad (4)$$

удовлетворяющих начальным условиям $N_A(\tau = 0) = N_B(\tau = 0) = N_C(\tau = 0) = N_D(\tau = 0) = 0$. Q_A – число ядер вещества А, образующихся в единицу времени. λ_A – постоянная распада ядер А ($\lambda_A = \ln 2/T_{1/2}(A)$).

Решение этой задачи удобно искать в виде,

$$\lambda_A N_A = a_A(1 - e^{-\lambda_A \tau}), \quad (5)$$

$$\lambda_B N_B = a_B(1 - e^{-\lambda_A \tau}) + b_B(1 - e^{-\lambda_B \tau}), \quad (6)$$

$$\lambda_C N_C = a_C(1 - e^{-\lambda_A \tau}) + b_C(1 - e^{-\lambda_B \tau}) + c_C(1 - e^{-\lambda_C \tau}), \quad (7)$$

$$\lambda_D N_D = a_D(1 - e^{-\lambda_A \tau}) + b_D(1 - e^{-\lambda_B \tau}) + c_D(1 - e^{-\lambda_C \tau}) + d_D(1 - e^{-\lambda_D \tau}). \quad (8)$$

В первую очередь решается уравнение (1). Найденное решение $N_A(\tau)$ подставляется во второе уравнение. Сумма коэффициентов, стоящих перед одинаковыми показательными функциями $e^{-\lambda_A \tau}$ и $e^{-\lambda_B \tau}$, и сумма простых членов приравняется нулю. Найденные решения $N_A(\tau)$, $N_B(\tau)$ подставляем в третье уравнение (3) и т.д. Вычисленные таким образом коэффициенты указаны в табл.1. Для краткости записи введём обозначение

$$l_{jm} = \frac{\lambda_j}{\lambda_j - \lambda_m},$$

$j = B, C, D$; $m = A, B, C$ или $j = A, B, C$; $m = B, C, D$, $j \neq m$.
Когда $j < m$,

$$L_{jm} \equiv l_{jm}(f_{jm} + \sum_{z=j+1}^{m-1} f_{jz} f_{zm} l_{zm} + f_{j,j+1} f_{j+1,j+2} f_{j+2,j+3} l_{j+1,m} l_{j+2,m}),$$

когда $j > m$,

$$L_{jm} \equiv l_{jm}(f_{mj} + \sum_{z=m+1}^{j-1} f_{mz} f_{zj} l_{zm} +$$

$$f_{m,m+1} f_{m+1,m+2} f_{m+2,m+3} l_{m+1,m} l_{m+2,m}).$$

В этой таблице для распада четырех ядер приведены и рекуррентные формулы для a_D, b_D, c_D и d_D , которые подсказывают

вид коэффициентов для распада любой цепочки радиоактивных ядер. Для ядер, распадавшихся после облучения мишени, их количество связано системой дифференциальных уравнений:

$$dN_A(t)/dt = -\lambda_A N_A(t), \quad (9)$$

$$dN_B(t)/dt = -\lambda_B N_B(t) + f_{AB} \lambda_A N_A(t), \quad (10)$$

$$dN_C(t)/dt = -\lambda_C N_C(t) + f_{AC} \lambda_A N_A(t) + f_{BC} \lambda_B N_B(t), \quad (11)$$

$$dN_D(t)/dt = -\lambda_D N_D(t) + f_{AD} \lambda_A N_A(t) + f_{BD} \lambda_B N_B(t) + f_{CD} \lambda_C N_C(t). \quad (12)$$

В этом случае должны выполняться начальные условия $N_A(t=0) = N_A(\tau_1)$, $N_B(t=0) = N_B(\tau_1)$, $N_C(t=0) = N_C(\tau_1)$, $N_D(t=0) = N_D(\tau_1)$. Разное обозначение времени: τ – когда происходит облучение мишени и t – когда имеет место распад образовавшихся ядер в конце облучения – выбрано для того, чтобы различить вид решения системы уравнений (1)-(4)– $N_A(\tau)$ и (5)-(8)– $N_A(t)$.

Решение уравнений (3) находим как:

$$\lambda_A N_A(t) = \lambda_A \alpha_A e^{-\lambda_A t}, \quad (13)$$

$$\lambda_B N_B(t) = \lambda_A \alpha_B e^{-\lambda_A t} + \lambda_B \beta_B e^{-\lambda_B t}, \quad (14)$$

$$\lambda_C N_C(t) = \lambda_A \alpha_C e^{-\lambda_A t} + \lambda_B \beta_C e^{-\lambda_B t} + \lambda_C \gamma_C e^{-\lambda_C t}, \quad (15)$$

$$\lambda_D N_D(t) = \lambda_A \alpha_D e^{-\lambda_A t} + \lambda_B \beta_D e^{-\lambda_B t} + \lambda_C \gamma_D e^{-\lambda_C t} + \lambda_D \delta_D e^{-\lambda_D t}. \quad (16)$$

Значения коэффициентов $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \dots, \delta_D$ находим аналогичным образом, как при решении системы уравнений (1)-(4). Оказывается, что они имеют тот же вид, как и коэффициенты a_A, b_B, \dots, d_D с тем только, что Q_A заменяется на $N_A(0)$, $Q_B \rightarrow N_B(0)$, $Q_C \rightarrow N_C(0)$ и $Q_D \rightarrow N_D(0)$, т.е. $c_D(Q_A, Q_B, Q_C) = \gamma_D(N_A(0), N_B(0), N_C(0))$.

Дальше необходимо подсчитать число распавшихся ядер А,В, С,Д за время измерения t_3 . Обозначим эти величины $\mathfrak{R}_A(t_3)$, $\mathfrak{R}_B(t_3)$, $\mathfrak{R}_C(t_3)$ и $\mathfrak{R}_D(t_3)$, соответственно. Величина изменения

числа, например С-ядер, за время измерения t_3 равна разности $N_C(t_2) - N_C(t_3)$, где $N_C(t_2)$ – число С-ядер в конце периода задержки и $N_C(t_3)$ – число этих ядер в конце измерения. Разность $N_C(t_2) - N_C(t_3)$ складывается из числа распавшихся С-ядер – $\mathfrak{R}_C(t_3)$ и числа образовавшихся С-ядер после распада В- и А-ядер, т.е. выполняются соотношения:

$$\mathfrak{R}_A(t_3) = N_A(t_2) - N_A(t_3), \quad (17)$$

$$\mathfrak{R}_B(t_3) = N_B(t_2) - N_B(t_3) + f_{AB}\mathfrak{R}_A(t_3), \quad (18)$$

$$\mathfrak{R}_C(t_3) = N_C(t_2) - N_C(t_3) + f_{AC}\mathfrak{R}_A(t_3) + f_{BC}\mathfrak{R}_B(t_3), \quad (19)$$

$$\mathfrak{R}_D(t_3) = N_D(t_2) - N_D(t_3) + f_{AD}\mathfrak{R}_A(t_3) + f_{BD}\mathfrak{R}_B(t_3) + f_{CD}\mathfrak{R}_C(t_3). \quad (20)$$

Так, например, для вычисления $\mathfrak{R}_C(t_3)$ необходимо в формулу (19) подставить величины $N_C(t_3)$, $N_C(t_2)$, ... $N_A(t_2)$, где

$$N_C(t_3) = a_C(N_A(t_2))\frac{\lambda_A}{\lambda_C}e^{-\lambda_A t_3} + b_C(N_A(t_2), N_B(t_2))\frac{\lambda_B}{\lambda_C}e^{-\lambda_B t_3} + c_C(N_A(t_2), N_B(t_2), N_C(t_2))e^{-\lambda_C t_3}, \quad (21)$$

$$N_C(t_2) = a_C(N_A(\tau_1))\frac{\lambda_A}{\lambda_C}e^{-\lambda_A t_2} + b_C(N_A(\tau_1), N_B(\tau_1))\frac{\lambda_B}{\lambda_C}e^{-\lambda_B t_2} + c_C(N_A(\tau_1), N_B(\tau_1), N_C(\tau_1))e^{-\lambda_C t_2}, \quad (22)$$

$$N_B(t_2) = a_B(N_A(\tau_1))\frac{\lambda_A}{\lambda_B}e^{-\lambda_A t_2} + b_B(N_A(\tau_1), N_B(\tau_1))\frac{\lambda_B}{\lambda_C}e^{-\lambda_B t_2}, \quad (23)$$

$$N_A(t_2) = a_A(N_A(\tau_1))e^{-\lambda_A t_2} \quad (24)$$

$$N_C(\tau_1) = a_C(Q_A)(1 - e^{-\lambda_A \tau_1}) + b_C(Q_A, Q_B)(1 - e^{-\lambda_B \tau_1}) + c_C(Q_A, Q_B, Q_C)(1 - e^{-\lambda_C \tau_1}), \quad (25)$$

$$N_B(\tau_1) = a_B(Q_A)(1 - e^{-\lambda_A \tau_1}) + b_B(Q_A, Q_B)(1 - e^{-\lambda_B \tau_1}) \quad (26)$$

$$N_A(\tau_1) = a_A(Q_A)(1 - e^{-\lambda_A \tau_1}). \quad (27)$$

Используя таблицу 1 и подставляя (22),...(27) в соотношение

(21), можно показать, что (19) преобразуется в выражение

$$\begin{aligned} \Re_C(t_3) = a_C(Q_A)e(\lambda_A) + b_C(Q_A, Q_B)e(\lambda_B) + \\ c_C(Q_A, Q_B, Q_C)e(\lambda_C), \end{aligned} \quad (28)$$

где $e(\lambda_j) = (1 - e^{-\lambda_j \tau_1})e^{-\lambda_j t_2}(1 - e^{-\lambda_j t_3})/\lambda_j$ Аналогично для $\Re_D(t_3)$ получим соотношение

$$\begin{aligned} \Re_D(t_3) = a_D(Q_A)e(\lambda_A) + b_D(Q_A, Q_B)e(\lambda_B) + \\ c_D(Q_A, Q_B, Q_C)e(\lambda_C) + d_D(Q_A, Q_B, Q_C, Q_D)e(\lambda_D). \end{aligned} \quad (29)$$

Для полноты изложения ниже приводим и формулы для $\Re_A(t_3)$ и $\Re_B(t_3)$, которые мы уже рассматривали в работе [1].

$$\Re_A(t_3) = a_A(Q_A)e(\lambda_A), \quad (30)$$

$$\Re_B(t_3) = a_B(Q_A)e(\lambda_A) + b_B(Q_A, Q_B)e(\lambda_B). \quad (31)$$

Число зарегистрированных в i -м измерении γ -квантов $S_\gamma(E_\gamma(x_j), i)$ с энергией $E_\gamma(x_j)$ соответствующих распаду j -ядер ($j=A, B, C, D$), с учетом мертвого времени спектрометра, дается формулой (32).

$$S_\gamma(E_\gamma(x_j), i) = \Re_j(t_3(i)) \frac{t_3(live, i)}{t_3(real, i)} \epsilon_\gamma^{abs}(E_\gamma(x_j)) I_\gamma(E_\gamma(x_j)). \quad (32)$$

$\epsilon_\gamma^{abs}(E_\gamma(x_j))$ - абсолютная эффективность регистрации γ -квантов с энергией $E_\gamma(x_j)$. $I_\gamma(E_\gamma(x_j))$ - интенсивность распада γ -лучей с энергией E_γ для x_j - разных γ -переходов, соответствующих распаду j -ядер. Реальное время измерения $t_3(real, i)$ выбирается экспериментатором, и тогда время $t_3(live, i)$ обычно определяется автоматически регистрирующей аппаратурой.

Подставляя в (32) выражение (28)-(31) и используя известное соотношение для независимого поперечного сечения σ_j

$$Q_j = \sigma_j N_p N_{targ}, \quad (33)$$

где N_p - поток частиц, падающих на мишень, N_{targ} - число ядер на 1см^2 поверхности мишени, см. [1], получим систему линейных уравнений для σ_j для всех ядер-продуктов, связанных взаимно

в рассматриваемой цепочке распада. Коэффициенты $A_j(i)$, $B_j(i)$, $C_j(i)$ и $D_j(i)$ рассчитываются по формулам, приведенным в таблице 2.

$$\begin{aligned}
 S_\gamma(E_\gamma(x_A), i) \frac{t_3(\text{real}, i)}{t_3(\text{live}, i)} K_{x_A} &= A_A(i) \sigma_A, \\
 S_\gamma(E_\gamma(x_B), i) \frac{t_3(\text{real}, i)}{t_3(\text{live}, i)} K_{x_B} &= A_B(i) \sigma_A + B_B(i) \sigma_B, \quad (34) \\
 S_\gamma(E_\gamma(x_C), i) \frac{t_3(\text{real}, i)}{t_3(\text{live}, i)} K_{x_C} &= A_C(i) \sigma_A + B_C(i) \sigma_B + C_C(i) \sigma_C, \\
 S_\gamma(E_\gamma(x_D), i) \frac{t_3(\text{real}, i)}{t_3(\text{live}, i)} K_{x_D} &= A_D(i) \sigma_A + B_D(i) \sigma_B. \\
 &+ C_D(i) \sigma_C + D_D(i) \sigma_D
 \end{aligned}$$

$i=1, 2, \dots$ – номер измерения, в котором обнаружены γ -кванты $x_j = 1, 2, \dots$ с энергией $E_\gamma(x_j)$, соответствующие распаду j -ядер. Коэффициент K_{x_j} определяется соотношением

$$K_{x_j} = \frac{1}{\epsilon_\gamma^{abs}(E_\gamma(x_j)) I_\gamma(x_j) N_p N_{targ}}. \quad (35)$$

Система линейных уравнений (34) решается методом наименьших квадратов.

Когда цепочка распадающихся ядер состоит из трех и больше ядер, для определения независимых сечений описанным выше способом нужно провести тщательные и многократные измерения. Однако, когда не удается определить независимые сечения, тогда измеряем кумулятивные сечения $\sigma_{j, \text{кум.}}$, которые в общем виде определяются с помощью соотношений (28)-(31).

$$\sigma_{j, \text{кум.}} = \frac{\Re_j(t_3)}{e(\lambda_j) N_p N_{targ}}, \quad (36)$$

где $j = A, B, C, D$, и в явном виде получим

$$\sigma_{A, \text{кум.}} = \sigma_A, \quad (37)$$

$$\sigma_{B,\text{кум.}} = \sigma_B + [L_{BA} \frac{\lambda_B e(\lambda_A)}{\lambda_A e(\lambda_B)} + L_{AB}] \sigma_A, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{C,\text{кум.}} = \sigma_C + [L_{CB} \frac{e(\lambda_B)}{e(\lambda_C)} + L_{BC}] \sigma_B + \\ [L_{CA} \frac{e(\lambda_A)}{e(\lambda_C)} + L_{CB} L_{AB} \frac{e(\lambda_B)}{e(\lambda_C)} + L_{AC}] \sigma_A, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{D,\text{кум.}} = \sigma_D + [L_{DC} \frac{e(\lambda_C)}{e(\lambda_D)} + L_{CD}] \sigma_C + \\ [L_{DB} \frac{e(\lambda_B)}{e(\lambda_D)} + L_{DC} L_{BC} \frac{e(\lambda_C)}{e(\lambda_D)} + L_{BD}] \sigma_B \\ + [L_{DA} \frac{e(\lambda_A)}{e(\lambda_D)} + L_{DB} L_{AB} \frac{e(\lambda_B)}{e(\lambda_D)} + L_{DC} L_{AC} \frac{e(\lambda_C)}{e(\lambda_D)} + L_{AD}] \sigma_A. \end{aligned} \quad (40)$$

Когда получено лишь экспериментальное значение $\sigma_{j,\text{кум.}}$ (эксп.), мы можем сравнить с расчетным $\sigma_{j,\text{кум.}}$ (теор.) подставляя теоретические значения σ_j (теор.) в формулу (38) или (39), или (40).

В литературе встречаются приближенные формулы для определения соотношения между кумулятивными и независимыми сечениями. Так, например, если периоды полураспада ядер A, B, C намного меньше времени выдержки t_2 т.е.

$$\lambda_j t_2 \gg 1 \text{ для } j = A, B, C \text{ и если } \lambda_D t_2 \simeq 1, \quad (41)$$

тогда выражение $\frac{1}{e^{(\lambda_j - \lambda_D)t_2}} \simeq 0$, и отсюда $\frac{e(\lambda_j)}{e(\lambda_D)} \simeq 0$, и формулу (40) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{D,\text{кум.}} = \sigma_D + \frac{\lambda_C}{(\lambda_C - \lambda_D)} f_{CD} \sigma_C + [\frac{\lambda_B}{(\lambda_B - \lambda_D)} f_{BD} + \\ \frac{\lambda_C \lambda_B}{(\lambda_C - \lambda_D)(\lambda_B - \lambda_D)}] \sigma_B + [\frac{\lambda_A}{(\lambda_A - \lambda_D)} f_{AD} + \\ \frac{\lambda_B \lambda_A}{(\lambda_A - \lambda_D)(\lambda_B - \lambda_D)} f_{AB} f_{BD} + \frac{\lambda_C \lambda_A}{(\lambda_A - \lambda_D)(\lambda_C - \lambda_D)} f_{AC} f_{CD} \\ + \frac{\lambda_C \lambda_B \lambda_A f_{AB} f_{BC} f_{CD}}{(\lambda_C - \lambda_D)(\lambda_B - \lambda_D)(\lambda_A - \lambda_D)}] \sigma_A. \end{aligned} \quad (42)$$

Если кроме условия (41) выполняется и неравенство $\lambda_C \ll \lambda_B \ll \lambda_A$, тогда (42) приближенно запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_{D, \text{кум}} = & \sigma_D + f_{CD}\sigma_C + (f_{BD} + f_{BC}f_{CD})\sigma_B + \\ & (f_{AD} + f_{AB}f_{BD} + f_{AC}f_{CD} + f_{AB}f_{BC}f_{CD})\sigma_A. \end{aligned} \quad (43)$$

В работе [2] рассчитаны систематические ошибки, которые возникают, когда вместо точного соотношения (38) используем приближенные значение

$$\sigma_{B, \text{кум}} = \sigma_A + \sigma_B. \quad (44)$$

Для некоторых отношений $\frac{\sigma_A}{\sigma_B}$ и $\frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ в зависимости от значения $\lambda_A t_2$ систематические ошибки достигают 30%.

При экспериментальных исследованиях короткоживущих ядер, распадающихся с испусканием β – (в том числе и электронным захватом) и (или) α -частиц, возникает задача оптимизировать условия проведения эксперимента, т.е., кроме других параметров, выбрать наилучшим образом значения t_1, t_2, t_3 . По аналогии с работой [3], где рассматриваются параметры, определяющие качество Ge-детектора, мы определим величину чувствительности эксперимента и обратно пропорциональную ей величину качества эксперимента (K_3). Естественно, что основным критерием успеха эксперимента является измерение нужного эффекта (площади пика) с наименьшей относительной ошибкой. Величина пика N , соответствующего распаду j -ядер (например, В-ядер), пропорциональна числу распавшихся j -ядер за время измерения t_3 , т.е. $N = k\mathfrak{R}_j(t_3)$. Остальные ядра (например, А,С, D) создают мешающий фон - $\mathfrak{R}_f(t_3)$ (например, $\mathfrak{R}_f(t_3) = \mathfrak{R}_A(t_3) + \mathfrak{R}_C(t_3) + \mathfrak{R}_D(t_3)$). Число зарегистрированных фоновых событий будет $\phi = k\mathfrak{R}_f(t_3)$, и полное число зарегистрированных событий $T = N + \phi$. Так как распады j - и f -ядер статистически независимы, то ошибки в числе зарегистрированных событий складываются следующим образом:

$$\Delta_N^2 = \Delta_T^2 + \Delta_\phi^2; \quad (45)$$

при этом $\Delta_T = \sqrt{k[\mathfrak{R}_j(t_3) + \mathfrak{R}_f(t_3)]c}$, $\Delta_\phi = \sqrt{k\mathfrak{R}_f(t_3)c}$ где c – число циклов измерений. Относительная ошибка измерения равна

Δ_N/N , и коэффициент качества эксперимента

$$K_{\alpha} = \frac{\Re_j(t_3)}{\sqrt{\Re_j(t_3) + 2\Re_f(t_3)}} \sqrt{c} \sqrt{k}. \quad (46)$$

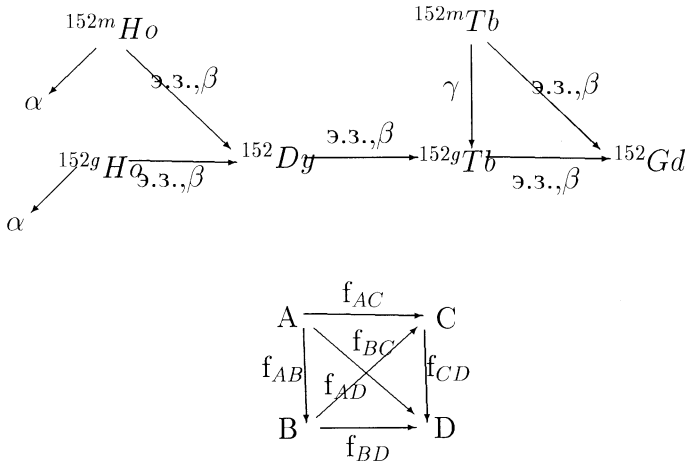
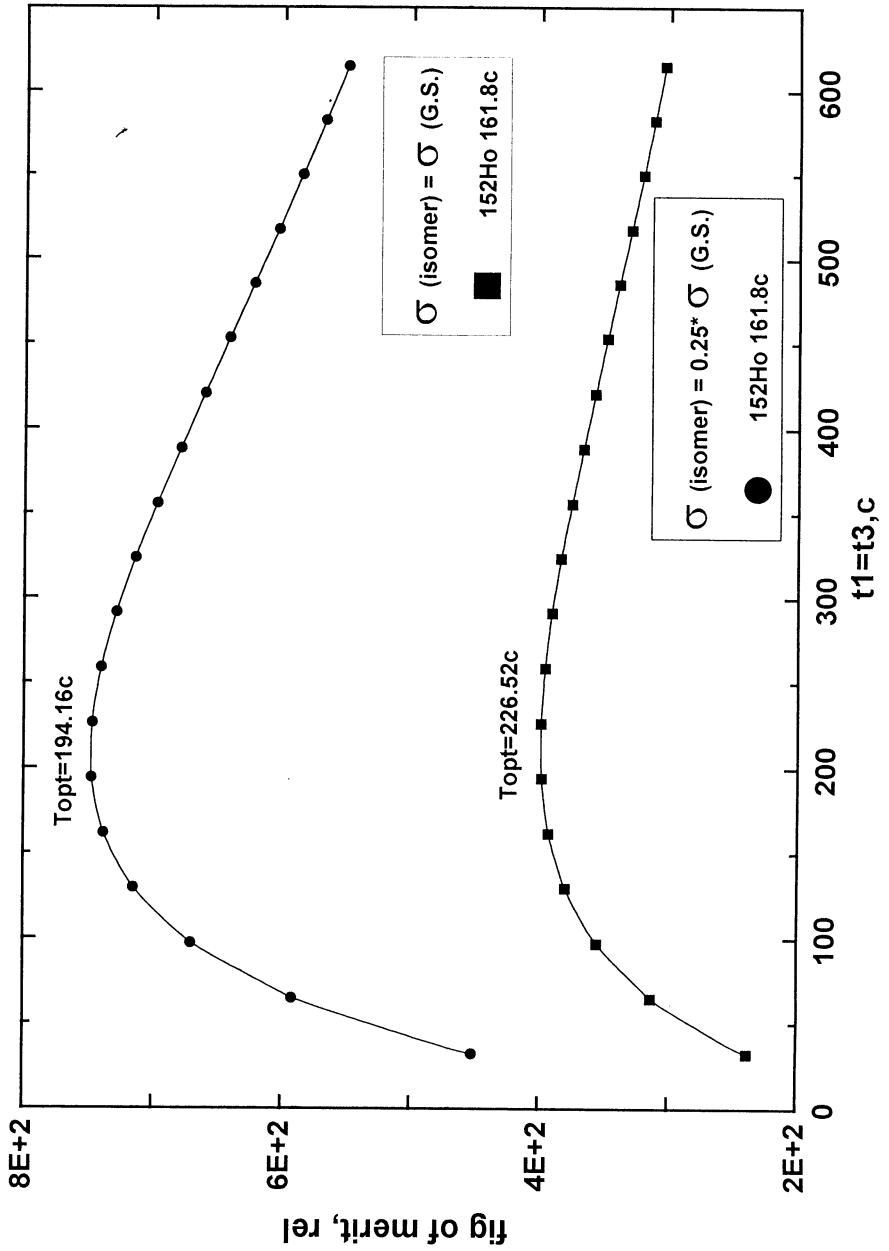


Рис.1

В "on-line" экспериментах обычно радиоактивные ядра собираются на магнитную ленту и с её помощью транспортируются к месту измерения, (см., например, [4]). Транспортные устройства могут работать в разных режимах, которым соответствует разное число циклов облучения при выбранном t_T – полном времени проведения эксперимента. Предположим, что мы выбрали последовательный режим работы, т.е. облучение за время $t_1 \rightarrow$ задержка $t_2 \rightarrow$ время измерения t_3 , тогда

$$c = \frac{t_T}{t_1 + t_2 + t_3}, \quad (47)$$



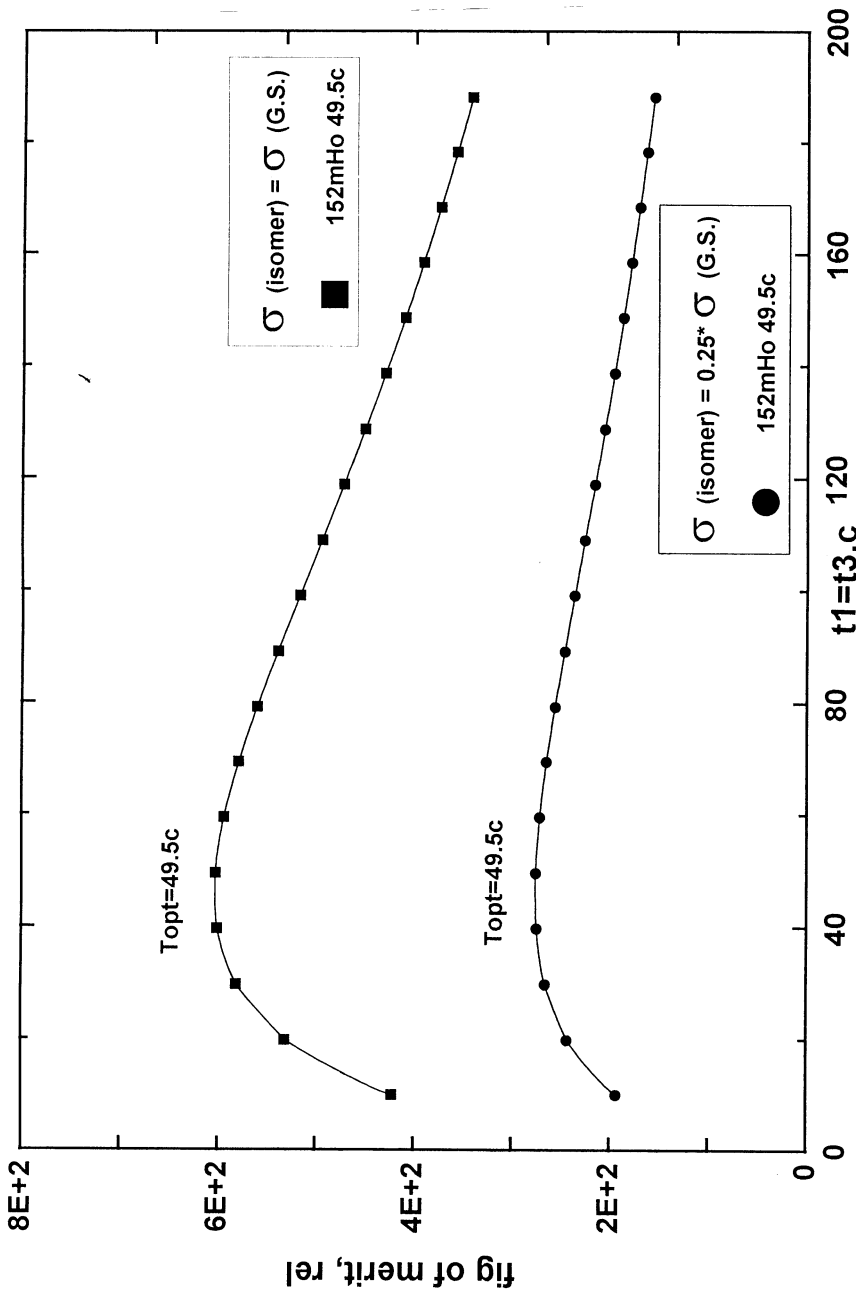


Рис.2.

$$K_3 = \frac{\mathfrak{R}_j(t_3)}{\sqrt{\mathfrak{R}_j(t_3) + 2\mathfrak{R}_f(t_3)}} \times \frac{1}{\sqrt{t_1 + t_2 + t_3}} \times \sqrt{kt_T}. \quad (48)$$

Качество эксперимента должно быть наилучшим, т.е. значение K_3 максимальным. Так как в данном эксперименте k и t_T фиксированы, мы должны найти такие значения t_1 , t_2 , t_3 , которые соответствуют максимальной величине K_3 . Создана программа "OPTIMUM" для вычисления K_3 , при этом t_1 , t_2 , t_3 меняются постепенно, например, каждый из них от $0, 2T_{1/2}(j)$ до $4T_{1/2}(j)$ с шагом $0, 2T_{1/2}(j)$.

Для примера рассмотрим цепочку распада пяти ядер, образующихся в реакции $W(p, xpyu)$ при энергии протонов 660 МэВ. Предположим, что нам нужно оптимизировать параметры измерения ^{152m}Tb , ^{152g}Ho и ^{152m}Ho . Основные коэффициенты, использованные при расчете, приведены в таблице 3, они взяты из работы [5], кроме значений сечений реакции глубокого расщепления, полученных в работе [6]. Расчеты показали, что максимум коэффициента K_3 во всех трех случаях имеется для $t_2 = 0$ и для $t_1 = t_3$. На рис.2 представлена зависимость K_3 от времени в предположении, что σ имеет значение, указанное в таблице 3 или в четыре раза меньше. Несмотря на такое большое изменение величины сечения, положение максимума K_3 сдвигается лишь на 10%.

Приложение

Таблица 1

$$\begin{aligned}
 a_A &= Q_A \\
 a_B &= L_{BA}Q_A, \quad b_B = Q_B + L_{AB}Q_A \\
 a_C &= L_{CA}Q_A, \quad b_C = L_{CB}(Q_B + L_{AB}Q_A), \\
 c_C &= Q_C + L_{BC}Q_B + L_{AC}Q_A \\
 a_D &= L_{DA}Q_A, \quad b_D = L_{DB}(Q_B + L_{AB}Q_A), \\
 c_D &= L_{DC}(Q_C + L_{BC}Q_B + L_{AC}Q_A), \\
 d_D &= Q_D + L_{CD}Q_C + L_{BD}Q_B + L_{AD}Q_A
 \end{aligned}$$

Рекуррентное соотношение

$$\begin{aligned}
 a_D &= \frac{\lambda_D}{(\lambda_D - \lambda_A)}(f_{AD}a_A + f_{BD}a_B + f_{CD}a_C) \\
 b_D &= \frac{\lambda_D}{(\lambda_D - \lambda_B)}(f_{BD}b_B + f_{CD}b_C) \\
 c_D &= \frac{\lambda_D}{(\lambda_D - \lambda_C)}f_{CD}c_C \\
 d_D &= Q_D - \frac{\lambda_A}{(\lambda_D - \lambda_A)}(f_{AD}a_A + f_{BD}a_B + f_{CD}a_C) - \\
 &\quad \frac{\lambda_B}{(\lambda_D - \lambda_B)}(f_{BD}b_B + f_{CD}b_C) - \frac{\lambda_C}{(\lambda_D - \lambda_C)}f_{CD}c_C
 \end{aligned}$$

Таблица 2

$$\begin{aligned}
 A_A(i) &= e(\lambda_A, i) \\
 A_B(i) &= L_{BA}e(\lambda_A, i) + L_{AB}e(\lambda_B, i) \\
 B_B(i) &= e(\lambda_B, i) \\
 A_C(i) &= L_{CA}e(\lambda_A, i) + L_{CB}L_{AB}e(\lambda_B, i) + L_{AC}e(\lambda_C, i) \\
 B_C(i) &= L_{CB}e(\lambda_B, i) + L_{BC}e(\lambda_C, i) \\
 C_C(i) &= e(\lambda_C, i) \\
 A_D(i) &= L_{DA}e(\lambda_A, i) + L_{DB}L_{AB}e(\lambda_B, i) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& L_{DC}L_{ACE}(\lambda_C, i) + L_{ADE}(\lambda_D, i) \\
B_D(i) &= L_{DBE}(\lambda_B, i) + L_{DC}L_{BCE}(\lambda_C, i) + L_{BDE}(\lambda_D, i) \\
C_D(i) &= L_{DCE}(\lambda_C, i) + L_{CDE}(\lambda_D, i) \\
D_D(i) &= e(\lambda_D, i)
\end{aligned}$$

Таблица 3

j	Ядро	$\lambda_j[sec^{-1}]$	$f_{j,j+1}$	$f_{j,j+2}$	$\sigma_j[mb]$
A	$^{152m}Ho(9^+)$	1.386E-2		0.892	0.075
B	$^{152g}Ho(2^-)$	4.284E-3	0.88		0.3
C	$^{152}Dy(0^+)$	8.090E-5		0.999	2.7
D	$^{152m}Tb(8^+)$	2.751E-3	0.788	0.212	1.875
E	$^{152g}Tb(2^-)$	1.100E-5	1.0		7.5

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Адам И., Пронских В.С., Балабежян А., Калининков В.Г., Мразек Я, Приемшев А.Н., Франа Я. – Препринт ОИЯИ, P10-2000-28, Дубна, 2000 .
- [2] Skakun E.A., Batiĭ V.G. – Int. J.Appl.Radiat.Isot., 1984, V.35, P.689.
- [3] Cooper J.A. – Nucl.Instr. Meth., 1970, V.82, P.273.
- [4] Адам И., Венос Д., Гонусек М., Морозов В.А., Пражек Ф., Форет И., Чалоун П. – Сообщение ОИЯИ, 1987, P13-87-682, Дубна.
- [5] Fireston R.B., Baglin C.M.(editors) – Table of Isotopes, Eight Edition, 1998 Update.
- [6] Рупп Э., Фенеш Т. – Препринт ОИЯИ, 6-4-998, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 января 2001 года.

Адам И. и др.
Определение сечения ядерных реакций
в сложных цепочках распада атомных ядер

P15-2001-3

Рассматривается распад генетически связанных ядер и определяются независимые сечения образования этих ядер. Приводится параметр оптимизации эксперимента, в котором методом активационного анализа исследуются спектры остаточных ядер. Этот параметр связан со временем облучения, задержки и измерения спектров.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В.П.Джелепова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2001

Перевод авторов

Adam J. et al.
Determination of Nuclear Reactions Cross-Sections
in Complex Nuclear Decay Chains

P15-2001-3

In the present paper decays of genetically bound nuclei are considered and equations for their independent cross-sections are defined. The optimisation parameter is proposed for an experiment where spectra of the residual nuclei are studied by the induced activity method. This parameter depends on irradiation time, delay time and spectrum measurement time.

The investigation has been performed at the Dzheleпов Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2001

Редактор М.И.Зарубина. Макет Н.А.Киселевой

Подписано в печать 23.02.2001

Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. листов 0,81

Тираж 280. Заказ 52517. Цена 98 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области