P2-2001-263

Р. Ледницки*, В. В. Любошиц, В. Л. Любошиц

УГЛОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ ПРИ РАСПАДАХ ДВУХ НЕСТАБИЛЬНЫХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ С БЛИЗКИМИ ИМПУЛЬСАМИ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

*Институт физики Академии наук Чешской Республики

1. Ранее в наших работах [1-7] был проведен теоретический анализ спиновых корреляций в системе двух частиц со спином 1/2. В связи с этим были исследованы угловые корреляции в не сохраняющих пространственную четность распадах пар Λ-гиперонов [5-7] (см. также [8]), нестабильных лептонов и t-кварков [7]. В работе [7] было показано, что изучение угловых корреляций в асимметричных распадах двух нестабильных частиц дает уникальную возможность экспериментальной проверки следствий квантово-механической когерентности для двухчастичных систем, связанных, в частности, с нарушением "классических" неравенств Белла [9,10].

В настоящей статье исследуются угловые корреляции между направлениями вылета продуктов распада двух неполяризованных тождественных частиц с близкими импульсами при произвольных значениях их спина. Эти угловые корреляции возникают как следствие эффекта квантовой статистики - симметризации или антисимметризации двухчастичных волновых функций, - а также взаимодействия нестабильных частиц в конечном состоянии [11].[1] В приложении получены общие формулы для угловых корреляций при распадах двух любых, тождественных или нетождественных, произвольно поляризованных частиц (см. также [5]).

2. Нормированное на единицу угловое распределение направления $\vec{n}$ вылета одной из частиц, образовавшейся в результате двухчастичного распада нестабильной частицы со спином j, или направления нормали к плоскости трехчастичного распада, или направления какого-либо вектора, характеризующего многочастичный распад, имеет общую структуру [13]

$$dW(\vec{n}) = \frac{1}{4\pi}\sum_{m}\sum_{m'}\sum_{\Lambda}(2j+1)D^{(j)}_{\Lambda m}(\vec{n})D^{*(j)}_{\Lambda m'}(\vec{n})R_{\Lambda}\,\rho_{mm'}d\Omega_{\vec{n}}. \qquad (1)$$

Здесь $\vec{n}$ - единичный вектор, заданный в системе покоя распадающейся частицы, $d\Omega_{\vec{n}}$ - элемент телесного угла вдоль направления $\vec{n}$,

$$D^{(j)}_{\Lambda m}(\vec{n}) \equiv D^{(j)}_{\Lambda m}(\phi,\theta,0) = d^{(j)}_{\Lambda m}(\theta)e^{im\phi} \quad -$$

элементы матрицы конечных вращений (обобщенные сферические функции Вигнера [13-15]),[2] θ и ϕ -полярный и азимутальный углы вектора

[1] Обычно рассматривается взаимодействие стабильных частиц. Нестабильность приводит к некоторому ослаблению взаимодействия в конечном состоянии [12]. Обсуждение этого вопроса выходит за рамки нашей работы.

[2] В работе [13], а также в статьях [5,16] в качестве обобщенных сферических функций рассматри-

$\vec{n}$ в системе координат с осью z, совпадающей с осью квантования спина, $\rho_{mm'}$ - элементы спиновой матрицы плотности нестабильной частицы

(m и m' - проекции спина на ось z), R_Λ - неотрицательные параметры (вероятности того, что проекции спина распадающейся частицы на вектор $\vec{n}$ принимают значения Λ); при этом

$$\sum_{\Lambda=-j}^{j} R_\Lambda = 1. \tag{2}$$

Заметим, что если $\vec{n}$ -полярный вектор, то при сохранении пространственной четности выполняется равенство $R_\Lambda = R_{-\Lambda}$. В этом случае угловое распределение при распадах нестабильной частицы со спином 1/2 будет изотропным при любой поляризации; анизотропия (асимметрия) возникает только в "слабых" распадах типа $\Lambda \to p + \pi^-$, идущих с нарушением P-инвариантности ($R_{1/2} \neq R_{-1/2}$). При этом не сохраняющий четность распад играет роль анализатора спина распадающейся частицы [5-7]. Если же $\vec{n}$ - аксиальный вектор, направленный, например, вдоль нормали к плоскости трехчастичного распада, анизотропия может иметь место и при распадах частиц со спином 1/2, сохраняющих пространственную четность. При $j \geq 1$ двухчастичные и многочастичные распады являются, вообще говоря, анизотропными независимо от симметрии относительно пространственной инверсии.

3. Рассмотрим теперь систему двух нестабильных частиц со спинами j_1 и j_2. Двумерное распределение направлений вылета продуктов распада такой системы представляется в виде

$$d^2W(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{(2j_1+1)(2j_2+1)}{16\pi^2} \sum_{m_1}\sum_{m_1'}\sum_{m_2}\sum_{m_2'}\sum_{\Lambda_1}\sum_{\Lambda_2} D^{(j_1)}_{\Lambda_1 m_1}(\vec{n}_1) D^{*(j_1)}_{\Lambda_1 m_1'}(\vec{n}_1) \cdot$$

$$\cdot D^{(j_2)}_{\Lambda_2 m_2}(\vec{n}_2) D^{*(j_2)}_{\Lambda_2 m_2'}(\vec{n}_2) R_{\Lambda_1} \widetilde{R}_{\Lambda_2}\, \rho^{(1,2)}_{m_1 m_1'; m_2 m_2'} d\Omega_{\vec{n}_1} d\Omega_{\vec{n}_2}, \tag{3}$$

где $d\Omega_{\vec{n}_1}$ и $d\Omega_{\vec{n}_2}$ - элементы телесных углов, соответствующих направлениям $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$, заданным в системах покоя первой и второй распадающихся частиц; $\rho^{(1,2)}_{m_1 m_1'; m_2 m_2'}$ - элементы спиновой матрицы плотности системы двух нестабильных частиц.

Свойства спиновой матрицы плотности двух тождественных частиц с близкими импульсами обсуждались в работах [1,2]. В рамках модели

вались элементы матрицы, обратной матрице конечных вращений $D^{(j)}$ в книгах [14,15] и настоящей статье.

независимых одночастичных источников, которая обычно применяется для описания узких парных импульсных корреляций [17], при испускании источниками частиц со спином j и спиновой матрицей плотности $\hat{\rho}$ элементы спиновой матрицы плотности двух тождественных частиц $\hat{\rho}^{(1,2)}$, удовлетворяющей условию $Sp\,(\hat{\rho}^{(1,2)}) = 1$, при отсутствии кулоновского взаимодействия имеют структуру [1]

$$\rho^{(1,2)}_{m_1 m_1'; m_2 m_2'} = \frac{1}{P(p,q)}\{\rho_{m_1 m_1'}\rho_{m_2 m_2'}[1 + B_{int}(p,q)] +$$

$$+ (-1)^{2j}\rho_{m_1 m_2'}\rho_{m_2 m_1'}[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)]\}, \qquad (4)$$

где p и q - полусумма и разность 4-импульсов рассматриваемых тождественных частиц,

$$P(p,q) = 1 + B_{int}(p,q) + (-1)^{2j} Sp\,(\hat{\rho}^2)[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)] \quad - \qquad (5)$$

функция корреляции импульсов [1,2], величина $\mid F(p,q) \mid^2$ описывает эффект бозе-статистики (при целых j) или ферми-статистики (при полуцелых j), а $B_{int}(p,q)$ - вклад s-волнового сильного взаимодействия в конечном состоянии [11,18][3]. Обе функции F и B_{int} зависят от пространственно-временных параметров области множественной генерации частиц и стремятся к нулю при достаточно больших значениях относительного импульса q ; функция $F(p,q)$ представляет собой фурье-компоненту распределения 4-координат источников [17,18]:

$$F(p,q) = \int W(p,x) e^{iqx} d^4x; \qquad F(p,0) = 1.$$

В случае испускания неполяризованных частиц, когда

$$\rho_{mm'} = \frac{\delta_{mm'}}{2j+1},$$

формулы (4) и (5) приводят к результату

$$\rho^{(1,2)}_{m_1 m_1'; m_2 m_2'} = \frac{1}{(2j+1)^2}\cdot\frac{1}{P_0(p,q)}\{\delta_{m_1 m_1'}\delta_{m_2 m_2'}[1 + B_{int}(p,q)] +$$

$$+ (-1)^{2j}\delta_{m_1 m_2'}\delta_{m_2 m_1'}[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)]\}, \qquad (6)$$

[3]Полный спин S и орбитальный момент L системы двух тождественных частиц в их с.ц.и. связаны соотношением $(-1)^{L+S} = 1$ (см., например, [14]). В связи с этим s-волновое взаимодействие двух тождественных частиц (как бозонов, так и фермионов) проявлется только в состояниях с четным спином S. Формула (4) написана в предположении, что потенциал взаимодействия не зависит от спиновых квантовых чисел, так что при $j \geq 1$ функция $B_{int}(p,q)$ одинакова для всех состояний с четными значениями S (при $j = 1/2$ полный спин принимает только одно четное значение : $S = 0$).

$$P_0(p,q) = 1 + B_{int}(p,q) + \frac{(-1)^{2j}}{2j+1}[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)] \qquad (7)$$

(здесь $\delta_{mm'}$ - символ Кроникера). Подчеркнем, что формулы (4) - (7) содержат нарушающие статистическую независмость обменные члены со знаком "плюс" для тождественных бозонов и со знаком "минус" для тождественных фермионов.

4. Подставляя выражение (6) в формулу (3) при $j_1 = j_2 = j$ и учитывая, что в силу унитарности матрицы конечных вращений справедливы равенства [14,15]

$$\sum_{m_1} D^{(j)}_{\Lambda_1 m_1}(\vec{n}_1) D^{*(j)}_{\Lambda_1 m_1}(\vec{n}_1) = 1, \qquad \sum_{m_2} D^{(j)}_{\Lambda_2 m_2}(\vec{n}_2) D^{*(j)}_{\Lambda_2 m_2}(\vec{n}_2) = 1,$$

находим двумерное распределение направлений вылета продуктов распада (осей спиновых анализаторов) двух неполяризованных тождественных нестабильных частиц с коррелированными спинами:

$$\frac{d^2W(\vec{n}_1,\vec{n}_2)}{d\Omega_{\vec{n}_1} d\Omega_{\vec{n}_2}} = \frac{1}{16\pi^2 P_0(p,q)}[1 + B_{int}(p,q) + (-1)^{2j} A\,(\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q))], \qquad (8)$$

где $P_0(p,q)$ определяется согласно (7),

$$A = \sum_{\Lambda_1}\sum_{\Lambda_2} R_{\Lambda_1} \widetilde{R}_{\Lambda_2} \mid \sum_m D^{(j)}_{\Lambda_2 m}(\vec{n}_2) D^{*(j)}_{\Lambda_1 m}(\vec{n}_1)\mid^2 . \qquad (9)$$

Далее мы можем представить оператор $\hat{D}^{(j)}(\vec{n}_2)$ как произведение операторов последовательных вращений, переводящих сначала ось z в вектор $\vec{n}_1$, а затем $\vec{n}_1$ в вектор $\vec{n}_2$ [14,15]:

$$D^{(j)}_{\Lambda_2 m}(\vec{n}_2) = \sum_\mu d^{(j)}_{\Lambda_2 \mu}(\beta) e^{i\mu\psi} D^{(j)}_{\mu m}(\vec{n}_1), \qquad (10)$$

где β - угол между векторами $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$, ψ - азимутальный угол поворота вектора $\vec{n}_2$ вокруг вектора $\vec{n}_1$. С учетом условия унитарности для операторов конечных вращений

$$\sum_m D^{(j)}_{\mu m}(\vec{n}) D^{*(j)}_{\Lambda_1 m}(\vec{n}) = \delta_{\mu\Lambda_1}$$

находим

$$\sum_m D^{(j)}_{\Lambda_2 m}(\vec{n}_2) D^{*(j)}_{\Lambda_1 m}(\vec{n}_1) = d^{(j)}_{\Lambda_2\Lambda_1}(\beta) e^{i\Lambda_1\psi}.$$

В итоге мы приходим к формуле

$$A \equiv A(\beta) = \sum_{\Lambda_1}\sum_{\Lambda_2} R_{\Lambda_1}\widetilde{R}_{\Lambda_2}\left(d^{(j)}_{\Lambda_1\Lambda_2}(\beta)\right)^2 . \qquad (11)$$

Заметим, что без потери общности мы можем рассматривать элемент телесного угла $d\Omega_{\vec{n}_1}$ в системе координат, в которой задана двухчастичная спиновая матрица плотности, а элемент телесного угла $d\Omega_{\vec{n}_2}$ - в системе координат с осью z, параллельной вектору $\vec{n}_1$. Тогда

$$d\Omega_{\vec{n}_2} = \sin\beta\, d\beta\, d\psi. \tag{12}$$

После интегрирования двумерного распределения (8) по телесному углу $\Omega_{\vec{n}_1}$ и азимутальному углу ψ получаем следующее выражение для угловой корреляции между направлениями $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$:

$$dN(\beta) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1 + B_{int}(p,q) + (-1)^{2j}A(\beta)[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)]}{1 + B_{int}(p,q) + ((-1)^{2j}/(2j+1))\,[\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)]}d\cos\beta. \tag{13}$$

Формулу (13) можно переписать в виде

$$dN(\beta) = \frac{1}{2}\left[1 + 2K\left(A(\beta) - \frac{1}{2j+1}\right)\right]\sin\beta\, d\beta, \tag{14}$$

где

$$K = (-1)^{2j}\cdot\frac{\mid F(p,q)\mid^2 + B_{int}(p,q)}{2P_0(p,q)}. \tag{15}$$

В рамках модели независимых одночастичных источников, испускающих неполяризованные частицы, суммарные относительные "веса" (fractions) состояний двух тождественных частиц с четными полными спинами (четными орбитальными моментами) и нечетными полными спинами (нечетными орбитальными моментами) за счет эффектов симметризации или антисимметризации двухчастичных волновых функций и s-волнового взаимодействия в конечном состоянии становятся равными:

$$\rho_{even} = \frac{1}{2}\left(1 + (-1)^{2j}\frac{1}{2j+1}\right)\cdot\frac{1 + \mid F(p,q)\mid^2 + 2B_{int}(p,q)}{P_0(p,q)}, \tag{16}$$

$$\rho_{odd} = \frac{1}{2}\left(1 - (-1)^{2j}\frac{1}{2j+1}\right)\cdot\frac{1 - \mid F(p,q)\mid^2}{P_0(p,q)}; \tag{17}$$

при этом, в согласии с соотношением (7) для $P_0(p,q)$, $\rho_{even} + \rho_{odd} = 1$. В результате находим: при целых j

$$K = \frac{2j+1}{4}\left(\frac{\rho_{even}}{j+1} - \frac{\rho_{odd}}{j}\right), \tag{18}$$

а при полуцелых j

$$K = -\frac{2j+1}{4}\left(\frac{\rho_{even}}{j} - \frac{\rho_{odd}}{j+1}\right). \tag{19}$$

При разности импульсов q, стремящейся к нулю, состояния двух тождественных частиц с ненулевыми орбитальными моментами L в с.ц.и. пары "вымирают", и остаются только состояния с $L = 0$ и четными полными спинами S [14] (см. также примечание [3]). В этом предельном случае $K = (2j+1)/4(j+1)$ при целых спинах j , и $K = -(2j+1)/4j$ при полуцелых j.

Легко видеть, что с учетом нормировки d-функций [14]

$$\int\limits_0^\pi \left(d^{(j)}_{\Lambda_1\Lambda_2}(\beta)\right)^2 \sin\beta\, d\beta = \frac{2}{2j+1}$$

и нормировки параметров R_{Λ_1} и R_{Λ_2} на единицу (см. формулу (2)) функция $A(\beta)$ удовлетворяет равенству

$$\int\limits_0^\pi A(\beta) \sin\beta\, d\beta = \frac{2}{2j+1}. \qquad (20)$$

В силу (20) угловая корреляция (13) - (14) нормирована на единицу.

5. Подчеркнем, что речь может идти как об одинаковых, так и о разных модах распада тождественных нестабильных частиц. В общем случае под $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ понимаются направления осей анализаторов, отбирающих проекции спина нестабильных частиц (резонансов) по их распадам. Ниже рассмотрены некоторые пары распадов.

а) В случае распадов $\omega \to \pi^0\gamma$ и $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$ роль вектора $\vec{n}_1$ играет направление импульса γ-кванта (или π^0-мезона) в системе покоя ω-мезона, а роль вектора $\vec{n}_2$ - направление нормали к плоскости распада ω-мезона на три π-мезона. При этом $j = 1$, а ненулевые параметры R_{Λ_1} и $\widetilde{R}_{\Lambda_2}$ принимают значения [13]

$$R_{+1} = R_{-1} = \frac{1}{2}; \qquad \widetilde{R}_0 = 1.$$

Тогда, согласно (11)

$$A(\beta) = \frac{1}{2}\left[\left(d^{(1)}_{10}(\beta)\right)^2 + \left(d^{(1)}_{-10}(\beta)\right)^2\right] = \frac{\sin^2\beta}{2}. \qquad (21)$$

б) $\omega \to \pi^0\gamma, \quad \omega \to \pi^0\gamma;$
$V \to e^+e^-, \quad V \to \mu^+\mu^- \quad (V = \rho^0, \omega, \phi, J/\psi, \Upsilon$; предполагается, что $m^2_{e,\mu} \ll m^2_V); \quad j = 1:$

$$R_{+1} = R_{-1} = \widetilde{R}_{+1} = \widetilde{R}_{-1} = \frac{1}{2};$$

$$A(\beta)=\frac{1}{4}\left[\left(d^{(1)}{}_{11}(\beta)\right)^2+\left(d^{(1)}_{1-1}(\beta)\right)^2+\left(d^{(1)}_{-11}(\beta)\right)^2+\left(d^{(1)}_{-1-1}(\beta)\right)^2\right]=$$
$$=\frac{1}{4}(1+\cos^2\beta). \qquad (22)$$

в) $\phi\to K^+K^-$, $\phi\to K^0_S K^0_L$; $\omega\to\pi^+\pi^-\pi^0$, $\omega\to\pi^+\pi^-\pi^0$; $j=1$:

$$R_0=\widetilde{R}_0=1;$$
$$A(\beta)=\left(d^{(1)}_{00}(\beta)\right)^2=\cos^2\beta. \qquad (23)$$

г) $f_2(1270)\to\pi^+\pi^-$, $f_2(1270)\to K^+K^-$; $j=2$:

$$R_0=\widetilde{R}_0=1;$$
$$A(\beta)=\left(d^{(2)}_{00}(\beta)\right)^2=\frac{1}{4}(3\cos^2\beta-1)^2. \qquad (24)$$

Рассмотрим теперь с этой точки зрения угловую корреляцию при распадах двух неполяризованных Λ-частиц с близкими импульсами по каналу $\Lambda\to p+\pi^-$ с несохранением пространственной четности [5-8]. В этом случае $j=1/2$,

$$R_{1/2}=\widetilde{R}_{1/2}=\frac{1+\alpha}{2}, \qquad R_{-1/2}=\widetilde{R}_{-1/2}=\frac{1-\alpha}{2},$$

где $\alpha=0,642$ - коэффициент P-нечетной асимметрии в угловом распределении протонов при распаде поляризованной Λ-частицы.[4] Тогда

$$A(\beta)=\frac{(1+\alpha)^2}{4}\left(d^{(1/2)}_{1/2\,1/2}(\beta)\right)^2+\frac{(1-\alpha)^2}{4}\left(d^{(1/2)}_{-1/2\,-1/2}(\beta)\right)^2+$$
$$+\frac{1-\alpha^2}{4}\left[\left(d^{(1/2)}_{1/2\,-1/2}(\beta)\right)^2+\left(d^{(1/2)}_{-1/2\,1/2}(\beta)\right)^2\right]=$$
$$=\frac{1+\alpha^2}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}+\frac{1-\alpha^2}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}=\frac{1}{2}(1+\alpha^2\cos\beta). \qquad (25)$$

Подставляя выражение (25) в формулу (14) при $j=1/2$, находим (ср. с [6]):

$$dN(\beta)=\frac{1}{2}(1+K\alpha^2\cos\beta)\sin\beta\,d\beta, \qquad (26)$$

где

$$K=-\frac{\mid F(p,q)\mid^2+B_{int}(p,q)}{2-\mid F(p,q)\mid^2+B_{int}(p,q)}. \qquad (27)$$

[4]Это угловое распределение имеет вид $dW(\vec{n})=(1+\alpha\vec{P}\vec{n})\,d\Omega_{\vec{n}}/4\pi$, где $\vec{P}$ - вектор поляризации, $\vec{n}$ - единичный вектор вдоль импульса протона в системе покоя Λ-частицы.

Следует заметить, что если каналы распада двух тождественных частиц или резонансов одинаковы (или различны, но среди конечных частиц есть тождественные), то в результате симметризации или антисимметризации по импульсам конечных тождественных частиц от двух распадов возникают дополнительные обменные поправки к соотношениям для угловых корреляций, которые могут быть существенными в случае достаточно широких резонансов. Подчеркнем, что такие поправки при любой резонансной ширине полностью отсутствуют, если среди продуктов распада по обоим каналам нет тождественных частиц.

Анализ показывает, что относительный вклад обменных поправок к формулам (11), (13)-(15) максимален для одинаковых двухчастичных каналов распада и при $\beta = 0$, $q = 0$ составляет 100% независимо от ширины резонанса. При увеличении β и q этот вклад уменьшается. Но если каждый из параметров $\tilde{p}^2/m\Gamma$ и $\tilde{q}\tilde{p}/m\Gamma$ меньше или порядка единицы ($\tilde{p}$ - распадный импульс, $\tilde{q}$ - модуль разности импульсов двух резонансов в системе покоя одного из них, m и Γ - масса и ширина резонанса соответственно), то формулы (11), (13)-(15) становятся неприменимыми при любых углах β. В частности, это непосредственно относится к таким парам распадов, как $\rho^0 \to \pi^+\pi^-$, $\rho^0 \to \pi^+\pi$ $(\tilde{p}^2/m\Gamma \doteq 1,1)$ или $f_2 \to \pi^+\pi^-$, $f_2 \to \pi^+\pi^-$ $(\tilde{p}^2/m\Gamma \doteq 1,6)$.

В случае узких резонансов $(\tilde{p}^2/m\Gamma >> 1)$ дополнительные обменные поправки при углах $\beta >> \sqrt{m\Gamma}/\tilde{p}$ малы и имеют величину порядка

$$\epsilon = min\left[\left(\frac{\tilde{p}^2\beta^2}{m\Gamma}\right)^{-1}, \left(\frac{\tilde{q}\tilde{p}}{m\Gamma}\right)^{-1}\right].$$

Для рассмотренных выше распадов двух ω -мезонов по каналу $\omega \to \pi^0\gamma$ параметр $\tilde{p}^2/m\Gamma \doteq 21,8$, так что пренебрежение дополнительными обменными поправками можно считать оправданным в области углов $\beta > 0,2$ *рад*. В случае распадов двух J/ψ-резонансов по каналу $J/\psi \to e^+e^-$ (или $J/\psi \to \mu^+\mu^-$) параметр $\tilde{p}^2/m\Gamma \doteq 0,9 \cdot 10^4$, и вне узкой области углов $\beta \leq 10^{-2}$ *рад* угловая корреляция имеет такой же характер, как и для распадов двух J/ψ-резонансов по разным лептонным каналам (см. формулу (22) для функции $A(\beta)$).

Что касается распадов двух Λ-частиц по каналу $\Lambda \to p\pi^-$ $(\tilde{p}^2/m\Gamma \doteq 3.9 \cdot 10^{12})$, то вопрос о дополнительной симметризации по импульсам двух π^--мезонов (или антисимметризации по импульсам двух протонов) здесь вообще не возникает, поскольку фиксируемые экспериментально точки распадов долгоживущих частиц разделены макроскопическим расстоянием.

Мы рассмотрели наиболее простые угловые корреляции, связанные с тождественностью распадающихся неполяризованных частиц. Эти корреляции описываются формулами (13)-(15) с функцией $A(\beta)$, определенной согласно соотношению (11). Аналогичным образом может быть построена общая теория угловых корреляций при распадах двух любых произвольно поляризованных резонансов со спинами j_1 и j_2 (см. приложение A).

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (В.Л.Л. и В.В.Л., грант N 01-02-16230) и GA CR (Р.Л., грант N 202/01/0779).

ПРИЛОЖЕНИЕ A

Из разложения произведения обобщенных сферических функций (см. формулу (110.1) в книге [14]), соотношения

$$D^{*(j)}_{\Lambda m'}(\vec{n}) = (-1)^{\Lambda-m'} D^{(j)}_{-\Lambda -m'}(\vec{n})$$

и свойств коэффициентов Клебша - Гордана следуют равенства:

$$D^{(j)}_{\Lambda m}(\vec{n}) D^{*(j)}_{\Lambda m'}(\vec{n}) = (-1)^{\Lambda-m'} \sum_L C^{L0}_{j\Lambda\, j-\Lambda} C^{LM}_{jm\, j-m'} D^{(L)}_{0M}(\vec{n}) =$$

$$= \sum_L \frac{2L+1}{2j+1} C^{j\Lambda}_{j\Lambda\, L0} C^{jm}_{jm'\, LM} D^{(L)}_{0M}(\vec{n}). \qquad (A.1)$$

С учетом (A.1) общую формулу (3) для двумерного распределения направлений вылета продуктов распада двух нестабильных частиц можно переписать в виде [5, 16]

$$d^2W(\vec{n_1}, \vec{n_2}) = \frac{1}{16\pi^2} \sum_{L_1} \sum_{L_2} \sum_{M_1} \sum_{M_2} (2L_1+1)(2L_2+1) t_{L_1M_1;L_2M_2} T^{(1)}_{L_1 0} T^{(2)}_{L_2 0} \cdot$$

$$\cdot D^{(L_1)}_{0M_1}(\vec{n}_1) D^{(L_2)}_{0M_2}(\vec{n}_2) d\Omega_{\vec{n}_1} d\Omega_{\vec{n}_2}. \qquad (A.2)$$

Здесь

$$t_{L_1M_1;L_2M_2} = (-1)^{M_1+M_2} t_{L_1-M_1;L_2-M_2} =$$

$$= \sum_{m_1} \sum_{m_1'} \sum_{m_2} \sum_{m_2'} C^{j_1m_1}_{j_1m_1'\, L_1M_1} C^{j_2m_2}_{j_2m_2'\, L_2M_2} \rho^{(1,2)}_{m_1m_1';m_2m_2'} - \qquad (A.3)$$

мультипольные параметры рождения двух нестабильных частиц, а

$$T^{(1)}_{L_1 0} = \sum_{\Lambda_1} R_{\Lambda_1} C^{j_1 \Lambda_1}_{j_1 \Lambda_1 \, L_1 0}, \qquad T^{(2)}_{L_2 0} = \sum_{\Lambda_2} \widetilde{R}_{\Lambda_2} C^{j_2 \Lambda_2}_{j_2 \Lambda_2 \, L_2 0} - \tag{A.4}$$

мультипольные параметры их распадов [16].

Проинтегрируем теперь распределение (A.2) по углам, оставив фиксированным только угол β между векторами $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$. Согласно (12), мы можем написать

$$d\Omega_{\vec{n}_1} d\Omega_{\vec{n}_2} = d\Omega_{\vec{n}_1} \sin\beta \, d\beta \, d\psi.$$

В соответствии с формулой (10) имеем

$$D^{(L_2)}_{0M_2}(\vec{n}_2) = \sum_{\mu} d^{(L_2)}_{0\mu}(\beta) e^{i\mu\psi} D^{(L_2)}_{\mu M_2}(\vec{n}_1) =$$

$$= \sum_{\mu} d^{(L_2)}_{0\mu}(\beta) e^{i\mu\psi} (-1)^{\mu - M_2} D^{*(L_2)}_{-\mu - M_2}(\vec{n}_1). \tag{A.5}$$

Соотношение ортогональности для D-функций дает

$$\int D^{(L_1)}_{0M_1}(\vec{n}_1) D^{*(L_2)}_{-\mu - M_2}(\vec{n}_1) d\Omega_{\vec{n}_1} = \frac{4\pi}{2L_2 + 1} \delta_{L_1 L_2} \delta_{\mu 0} \delta_{M_1 - M_2}.$$

Таким образом,

$$\int D^{(L_1)}_{0M_1}(\vec{n}_1) D^{(L_2)}_{0M_2}(\vec{n}_2) d\Omega_{\vec{n}_1} \, d\psi = \frac{8\pi^2}{2L_2 + 1} \delta_{L_1 L_2} \delta_{M_1 \, -M_2} (-1)^{-M_2} d^{(L_2)}_{00}(\beta). \tag{A.6}$$

С учетом (A.6) мы приходим в итоге к следующей формуле для угловой корреляции между направлениями спиновых анализаторов, характеризующих распады двух нестабильных частиц (резонансов):

$$dN(\beta) = \frac{1}{2} \sum_L (2L+1) T^{(1)}_{L0} T^{(2)}_{L0} K_L P_L(\cos\beta) \sin\beta \, d\beta, \tag{A.7}$$

где

$$K_L = \sum_M (-1)^M t_{LM; L -M}, \tag{A.8}$$

$P_L(\cos\beta) = d^{(L)}_{00}(\beta)$ - обычный полином Лежандра.

Подчеркнем, что коэффициенты K_L являются скалярами (инвариантами относительно поворотов системы координат в трехмерном пространстве). Действительно, ввиду унитарности матрицы конечных вращений имеем:

$$K'_L = \sum_{M'} (-1)^{M'} t_{LM'; L -M'} = \sum_{M'} \sum_{M_1} \sum_{M_2} (-1)^{M'} D^{(L)}_{M' M_1} D^{(L)}_{-M' M_2} t_{LM_1; LM_2} =$$

$$= \sum_{M_1}\sum_{M_2}\sum_{M'}(-1)^{M_2} D^{(L)}_{M'M_1} D^{*(L)}_{M'-M_2} t_{LM_1;LM_2} =$$

$$\sum_{M_1}\sum_{M_2}(-1)^{M_2}\delta_{M_1-M_2} t_{LM_1;LM_2} = K_L.$$

Мы видим, что коэффициенты K_L являются линейными комбинациями элементов двухчастичной спиновой матрицы плотности, инвариантными относительно преобразований группы вращений. То же самое относится к "весам" (fractions) ρ_S двухчастичных состояний с определенным полным спином S. Действительно, по определению

$$\rho_S = \sum_m \rho_{SS;mm}\,, \quad \sum_S \rho_S = 1\,, \tag{A.9}$$

где

$$\rho_{SS';mm'} = \sum_{m_1}\sum_{m'_1}\sum_{m_2}\sum_{m'_2} C^{Sm}_{j_1m_1\,j_2m_2} C^{S'm'}_{j'_1m'_1\,j'_2m'_2}\, \rho^{(1,2)}_{m_1m'_1;m_2m'_2} - \tag{A.10}$$

элементы двухчастичной матрицы плотности в представлении состояний с определенным полным спином S и проекцией полного спина m. Ясно, что след субматрицы $\hat{\rho}^{(S)}$, соответствующей значению $S' = S$, не меняется при унитарных преобразованиях группы вращений, так что "веса" ρ_S являются скалярами. Скаляры K_L и ρ_S должны быть, очевидно, связаны линейным соотношением. Используя алгебру $3j$- и $6j$- символов [14], можно показать, что

$$K_L = \sum_S a_{SL}\rho_S,$$

где коэффициенты a_{SL} пропорциональны $6j$-символам (коэффициентам Рака):

$$a_{SL} = \sqrt{(2j_1+1)(2j_2+1)}(-1)^{S-j_1-j_2} W(j_1j_2j_1j_2;SL). \tag{A.11}$$

В частности, $K_0 = 1$,

$$K_1 = \sum_S \frac{S(S+1) - j_1(j_1+1) - j_2(j_2+1)}{2\sqrt{j_1(j_1+1)j_2(j_2+1)}}\rho_S. \tag{A.12}$$

Для двух частиц со спином 1/2

$$K_1 = -\rho_0 + \frac{\rho_1}{3}\,,$$

а при $L \geq 2$ коэффициенты K_L равны нулю.

При распадах двух Λ-гиперонов по каналу $\Lambda \to p + \pi^-$ с несохранением пространственной четности имеем

$$T_{10}^{(1)} = T_{10}^{(2)} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}},$$

где $\alpha = R_{+1/2} - R_{-1/2}$ - коэффициент P-нечетной асимметрии в угловом распределении протонов. Формула (A.7) приводит в рассматриваемом случае к результату (ср. с формулой (15))

$$dN(\beta) = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\alpha^2}{3}(\rho_t - 3\rho_s)\cos\beta\right]\sin\beta\, d\beta\,, \qquad (A.13)$$

полученному ранее в работах [5 - 8]. Здесь $\rho_t \equiv \rho_1$ - относительный "вес" (fraction) триплетных состояний, $\rho_s \equiv \rho_0$ - относительный "вес" синглетного состояния.

Можно проверить,что при $j_1 = j_2 = j$ формулы (8) и (13) для неполяризованных тождественных частиц следуют из общих формул (A.2) и (A.7) после подстановки матрицы плотности (6) в выражение (A.3) для мультипольных параметров рождения. При этом следует учесть, что функция $A(\beta)$, определенная согласно (11), связана с мультипольными параметрами распадов соотношением

$$A(\beta) = \sum_L \frac{2L+1}{2j+1} T_{L0}^{(1)} T_{L0}^{(2)} P_L(\cos\beta).$$

Для рассмотренных выше распадов векторных мезонов и f_2–мезона ненулевые значения (кроме $T_{00} = 1$) принимают следующие мультипольные параметры:

$$T_{20}(\omega \to \pi^0\gamma, V \to e^+e^-, V \to \mu^+\mu^-) = \sqrt{1/10},$$

$$T_{20}(\omega \to 3\pi, \phi \to K\bar{K}) = -\sqrt{2/5},$$

$$T_{20}(f_2 \to 2\pi, f_2 \to K\bar{K}) = -\sqrt{2/7}, \qquad T_{40}(f_2 \to 2\pi, f_2 \to K\bar{K}) = \sqrt{2/7}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий, ЯФ, **59**, 476 (1996) [Phys. At. Nucl., **59**, 449 (1996)].

2. В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий, ЯФ, **60**, 45 (1997) [Phys. At. Nucl., **60**, 39 (1997)].

3. V.L.Lyuboshitz, Preprint No. **E2-98-274**, JINR, (Dubna, 1998); in Proceedings of the XIV International Seminar on High Energy Physics Problems "Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics". Ed. by A.M.Baldin and V.V.Burov (Dubna, 2000), p. 143.

4. В.В.Любошиц, В.Л.Любошиц, ЯФ, **63**, 837 (2000); [Phys. At. Nucl., **63**, 767 (2000)].

5. R.Lednicky, Preprint No. **99-10**, MPI-PhE (Munich,1999).

6. В.Л.Любошиц, в Материалах XXXIV Зимней школы Петербургского института ядерной физики "Физика атомного ядра и элементарных частиц (Санкт-Петербург, 2000), с. 402.

7. R.Lednicky, V.L.Lyuboshitz, Phys. Lett.,**B 508**, 146 (2001).

8. G.Alexander, H.J.Lipkin, Phys. Lett.,**B 352**, 162 (1995).

9. J.S.Bell, Physics, **1**, 195 (1964).

10. J.S.Bell, in Proceedings of Fermi International School, Course II "Foundation of Quantum mechanics" (Academic Press, New York, 1971), p.171.

11. Р.Ледницки, В.Л.Любошиц, ЯФ, **35**, 1316 (1982); [Sov. J. Nucl. Phys., **35**, 770 (1982)].

12. В.С.Фадин, В.А.Хозе, ЯФ, **48**, 487 (1988); [Sov.J.Nucl.Phys., **48**, 309 (1988)].

13. S.M.Berman, M.Jacob, Phys, Rev., **B 139**, 1023 (1965).

14. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика. Нерелятивистская теория (Наука, Москва, 1989), §§ 58, 106, 108, 110.

15. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский, Квантовая электродинамика (Наука, Москва, 1989), §§ 16, 68, 69.

16. Р.Ледницки, ЯФ, **43**, 1275 (1986).

17. М.И.Подгорецкий, ЭЧАЯ, **20**, 628 (1999); [Sov. J. Part. Nucl. **20** 628 (1989)].

18. В.Л.Любошиц, ЯФ, 48, 1501 (1988); [Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 956 (1988)].

Рукопись поступила в издательский отдел
18 декабря 2001 года.

Ледницки Р., Любошиц В. В., Любошиц В. Л. P2-2001-263
Угловые корреляции при распадах двух нестабильных
тождественных частиц с близкими импульсами

В рамках модели независимых одночастичных источников, испускающих нестабильные неполяризованные частицы с ненулевым спином, рассмотрены угловые корреляции между направлениями вылета продуктов распада двух тождественных частиц с близкими импульсами. Эти корреляции отражают корреляции спинов, обусловленные эффектами квантовой статистики и взаимодействия в конечном состоянии. Построена общая теория угловых корреляций при распадах двух любых произвольно поляризованных частиц (резонансов).

Работа выполнена в Лаборатории физики частиц, Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка и Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2001

Перевод авторов

Lednicky R., Lyuboshitz V. V., Lyuboshitz V. L. P2-2001-263
Angular Correlations in the Decays
of Two Unstable Identical Particles with Close Momenta

The angular correlations between the directions of flights of the decay products of two identical particles with close momenta are considered in the model of independent one-particle sources emitting unpolarized unstable particles with a nonzero spin. These angular correlations reflect the spin correlations conditioned by the effects of the quantum statistics and the final state interaction. The general theory of the angular correlations in the decays of any two arbitrarily polarized particles (resonances) is constructed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Particle Physics, at the Frank Laboratory of Neutron Physics, and at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2001

Редактор М. И. Зарубина. Макет Н. А. Киселевой

Подписано в печать 24.01.2002
Формат 60 × 90/16. Офсетная печать. Уч.-изд. л. 0,9
Тираж 425. Заказ 53078. Цена 90 к.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
Дубна Московской области