P2-2002-119

Л. Ланцман[1], В. Н. Первушин[2]

МОНОПОЛЬНЫЙ ВАКУУМ В НЕАБЕЛЕВЫХ ТЕОРИЯХ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

[1]Permanent address: Wissenschaftliche Gesellschaft, bei Judische Gemeinde zu Rostock, Wilhelm-Külz Platz, 6, 18055, Rostock;
E-mail: llantsman@freenet.de
[2]E-mail: pervush@thsun1.jinr.ru

1 Введение

Вопросы: как выбрать в неабелевой теории физический вакуум и физические переменные, адекватно отражающие топологические свойства многообразия начальных данных для неабелевых полей [1, 2, 3] в пространстве Минковского, - до сих пор считаются наиболее актуальными.

Существует вера, что ответы на эти вопросы смогут объяснить в КХД природу конфайнмента и адронизации и спонтанное нарушение масштабной инвариантности в инфракрасной области.

Настоящая работа посвящена использованию монопольных решений [4] для конструкции топологически вырожденного вакуума неабелевой теории Янга - Миллса

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a \ , \qquad G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\varepsilon_{abc} A^b_\mu A^c_\nu \ . \tag{1}$$

С математической точки зрения основная проблема теории калибровочных полей есть однозначное решение уравнений теории

$$D^{ab}_\mu G^{\mu\nu}_b = 0 \qquad (D^{ab}_\mu = \delta^{ab}\partial_\mu + g\varepsilon_{acb} A^c_\mu) \tag{2}$$

в пространстве Минковского в классе функций, убывающих на пространственной бесконечности как $O(1/r^{1+l})$. Решения с $l = 0$ называются монополями, а $l \geq 1$ мультиполями. Именно этот класс функций природа выбрала для объяснения физических явлений в КЭД.

Решение дифференциальных уравнений в теоретической физике предполагает задание начальных данных. Начальные данные измеряются набором физических приборов, который отождествляется с *системой отсчета*, т.е. с выбором единичного времениподобного вектора $l_\mu = (1, 0, 0, 0)$.

Группы преобразований дифференциальных уравнений калибровочной теории разделяются на два типа: релятивистские преобразования, которые меняют начальные данные, т.е. *систему отсчета*, и калибровочные преобразования

$$\hat{A}^u_i := u(t, \vec{x}) \left(\hat{A}_\mu + \partial_i\right) u^{-1}(t, \vec{x}), \qquad \hat{A}_\mu = g\frac{\tau^a}{2i} A^a_\mu \ , \tag{3}$$

которые не меняют начальных данных и ассоциируются с *калибровкой* физических полей, от которой показания прибора не зависят. В каждой конкретной *системе отсчета* набор всех дифференциальных уравнений разделяется на *уравнения движения* $D^{ab}_\mu G^{\mu i}_b = 0$, для решения которых требуется измерение начальных данных, и на *уравнения связи* $D^{ab}_{\mu} G^{\mu 0}_{b} = 0$, которые связывают начальные данные временной компоненты поля с начальными данными пространственных компонент.

Нахождение релятивистски-ковариантных и калибровочно-инвариантных решений дифференциальных уравнений и релятивистски-ковариантное и калибровочно-инвариантное квантование калибровочных полей были генеральной линией развития теоретической физики, начиная с работ классиков [5, 6, 7] и кончая работами Швингера [8, 9], который называет это квантование *фундаментальным.* Стратегия этого *фундаментального квантования* следующая [10, 11]:

1) Использовать *уравнения связи* и калибровочную инвариантность, чтобы убрать нефизические степени свободы и построить калибровочно-инвариантные нелокальные переменные

$$\hat{A}^{D}_{k}[A] = v(\vec{x}) T \exp\left\{\int\limits_{t_0}^{t} d\bar{t} \hat{A}_0(\bar{t}, \vec{x})\right\} \left(\hat{A}_k + \partial_k\right) \left[v(\vec{x}) T \exp\left\{\int\limits_{t_0}^{t} d\bar{t} \hat{A}_0(\bar{t}, \vec{x})\right\}\right]^{-1} . \qquad (4)$$

В КЭД подобные переменные называют переменными Дирака [5]. Используя эти переменные, Дирак показал, что решения уравнений КЭД в классе функций КТП, с конечной плотностью энергии, однозначно ведут к *кулоновской калибровке*, или *калибровке излучения.*

2) Доказать релятивистскую ковариантность на уровне алгебры генераторов группы Пуанкаре для калибровочно-инвариантных наблюдаемых. Одно из первых таких доказательств принадлежит Б.Зумино [12]. Зависимость калибровочно - инвариантных наблюдаемых от параметров системы отсчета, в частности, оси времени, называется *неявной релятивистской ковариантностью.*

3) Построить релятивистски-ковариантную S-матрицу в терминах калибровочно-инвариантных наблюдаемых.

Целый ряд хорошо известных фактов и выводов КЭД интерпретировались классиками [5, 6, 7, 9] вовсе не так, как это принято в современной литературе. В частности, кулоновское поле рассматривалось как точное следствие решения одного из классических уравнений (уравнения Гаусса), а не приближения больших масс, и соответственно действие электродинамики в кулоновской калибровке трактовалось как однозначное следствие решения уравнения Гаусса в терминах калибровочно-инвариантных дираковских переменных [5], а не результат выбора одной из многих калибровок. Релятивистски движущийся атом описывался кулоновским полем, преобразованным в соответствующую лоренцевскую систему отсчета, а не дополнительно учтенными диаграммами Фейнмана [13, 14, 15, 16].

В настоящей работе мы приведем аргументы, что в неабелевой теории можно построить такую же схему "фундаментального квантования"в классе монопольных функций с топологическим вырождением начальных данных. В разделе 2 мы напомним известные монопольные решения. Разделы 3,4 посвящены описанию их топологического вырождения и нулевым модам уравнения Гаусса. В разделе 5 рассматривается предельный переход к чистой теории Янга - Миллса с монопольным вакуумом. Раздел 6 посвящен решению U(1)-проблемы.

2 БПС-монополь

Рассмотрим хрестоматийный пример взаимодействующих полей Янга - Миллса и скалярного поля со спонтанным нарушением симметрии в форме эффекта Хиггса [4]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a + \frac{1}{2}\left(D_\mu\varphi^a\right)\left(D^\mu\varphi_a\right) - \frac{\lambda}{4}\left(\frac{m^2}{\lambda} - \varphi^2\right)^2 . \tag{5}$$

Здесь

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g\varepsilon_{abc}A^b_\mu A^c_\nu - \tag{6}$$

тензор напряженности неабелевого поля, φ^a $a = 1, 2, 3$ – скалярное поле, образующее триплет присоединенного представления группы SU(2), потенциальная энергия зависит от квадрата вектора φ^a, а ковариантная производная поля имеет вид

$$D_\mu\varphi^a = \partial_\mu\varphi^a + g\varepsilon_{abc}A^b_\mu\varphi^c . \tag{7}$$

Лагранжиан обладает явной калибровочной инвариантностью относительно группы SU(2).

Классический вакуум определяется как асимптотическое решение

$$r = |\vec{x}| \to \infty , \qquad E \to \min E ,$$

обеспечивающее минимум энергии полей E.

При $m^2 \geq 0,\ \lambda \geq 0$ вакуум теряет SU(2)-симметрию лагранжиана

$$r = |\vec{x}| \to \infty , \qquad \varphi^a \to n^a\frac{m}{\sqrt{\lambda}} ,$$

где n^a – некоторый произвольно выбранный единичный вектор, $|\vec{n}| = 1$, в изопространстве. Выбор конкретного вакуума сводится к выбору определенного направления $\vec{n}$, что нарушает группу SU(2). Это явление носит название спонтанного нарушения симметрии.

Точно так описывают возникновение массы у неабелева векторного поля в Стандартной Модели. Квантовая теория поля обычно строится затем как теория возмущения над вакуумом

$$\varphi^a = n^a \frac{m}{\sqrt{\lambda}} \tag{8}$$

в классе функций с конечной плотностью энергии.

Кроме тривиального вакуума (8) в системе, описываемой лагранжианом (5), существуют монопольные решения, т.е., решения, исчезающие на пространственной бесконечности как $O(1/r)$

$$r \to \infty : \qquad \varphi^a - n^a \frac{m}{\sqrt{\lambda}} = O(1/r), \qquad A_i^a = O(1/r) \ . \tag{9}$$

Монопольным решением уравнений Янга - Миллса, которое имеет минимальную конечную энергию и нарушает SU(2)-симметрию, является решение Богомольного, Прасада, Соммерфилда (БПС) [4]

$$\varphi^a = \frac{x^a}{gr} f_0^{BPS}(r) \ , \qquad f_0^{BPS}(r) = \left[\frac{1}{\epsilon \tanh(r/\epsilon)} - \frac{1}{r}\right] \ , \tag{10}$$

$$A_i^a(t,\vec{x}) \equiv \Phi_i^{aBPS}(\vec{x}) = \epsilon_{iak} \frac{x^k}{gr^2} f_1^{BPS}(r), \qquad f_1^{BPS} = \left[1 - \frac{r}{\epsilon \sinh(r/\epsilon)}\right] \ , \tag{11}$$

полученное в пределе

$$\lambda \to 0, \qquad m \to 0 : \qquad \frac{1}{\epsilon} \equiv \frac{gm}{\sqrt{\lambda}} \neq 0 \ . \tag{12}$$

Решение БПС в этом пределе имеет конечную минимальную энергию

$$E \sim \int d^3x [B_i^a(\Phi_k^{BPS})]^2 = 4\pi \frac{gm}{g^2 \sqrt{\lambda}} = \frac{4\pi}{g^2 \epsilon} \ . \tag{13}$$

Минимальность этой энергии обеспечивается требованием потенциальности магнитного поля

$$B_i^a(\Phi_k^{BPS}) = \epsilon_{ijk} \left(\partial_j \Phi_k^{aBPS} + \frac{g}{2} \epsilon^{abc} \Phi_j^{bBPS} \Phi_k^{cBPS}\right) = D_i^{ab}(\Phi^{BPS}) \varphi_b \ . \tag{14}$$

Именно это условие потенциальности магнитного поля, которое называется уравнением Богомольного, будет играть важную роль в рассмотренной ниже конструкции стабильного вакуума неабелевой теории.

3 Топологическое вырождение начальных данных

Покажем, что уравнение потенциальности магнитного поля означает существование топологического вырождения начальных данных калибровочных полей относительно стационарных калибровочных преобразований

$$\hat{A}_i^{(n)}(t_0,\vec{x}) = v^{(n)}(\vec{x})\left[\hat{A}_i^{(0)}(t_0,\vec{x}) + \partial_i\right] v^{(n)}(\vec{x})^{-1} . \tag{15}$$

Динамические поля могут быть представлены в форме суммы БПС-монополя $\Phi_i^{BPS}(\vec{x})$ и возмущений $\bar{A}_i^{(0)}$

$$\hat{A}_i^{(0)}(t,\vec{x}) = \hat{\Phi}_i^{BPS}(\vec{x}) + \hat{\bar{A}}_i^{(0)}(t,\vec{x}) . \tag{16}$$

Возмущения рассматриваются как слабые квантованные поля, заданные в классе мультиполей [17]

$$\bar{A}_i(t,\vec{x})|_{\text{asymptotics}} = O(\frac{1}{r^{1+l}}) \quad (l>1) . \tag{17}$$

Эти возмущения $\bar{A}_i$ в низшем порядке теории удовлетворяют уравнениям Гаусса

$$\left[D^2\,(\Phi^{BPS})\right]^{ac} A_0^c = \partial_0[D^{ac}{}_i\,(\Phi^{BPS} A_i^{c(0)}] , \tag{18}$$

которые в переменных Дирака $A_0^{Dc} = 0$ принимают форму временной производной от ковариантной кулоновской калибровки

$$\partial_0 C[A_i^{c(0)}] = 0 , \qquad C[A_i^{c(0)}] = [D^{ac}{}_i\,(\Phi^{BPS}) A_i^{c(0)}] . \tag{19}$$

Ковариантная кулоновская калибровка

$$[D^{ac}{}_i\,(\Phi^{BPS}) A_i^{c(0)}] = 0 \tag{20}$$

задает начальные данные на продольные поля и означает, что продольных полей нет в начальный момент времени. Возникает вопрос, насколько однозначно ковариантная кулоновская калибровка определяет дираковские переменные неабелевых возмущений, которые определены с точностью до стационарных калибровочных преобразований?

Чтобы ответить на этот вопрос, сделаем эти преобразования

$$\hat{A}_i^{(n)} = v^{(n)}(\vec{x})(\hat{A}_i^{(0)} + \partial_i) v^{(n)}(\vec{x})^{-1} , \qquad v^{(n)}(\vec{x}) = \exp[n\Phi_0(\vec{x})] , \tag{21}$$

и потребуем, чтобы преобразованные поля тоже не имели продольных компонент, т.е., удовлетворяли той же ковариантной кулоновской калибровке. Тогда, из условия сохранения калибровки

$$D_i^{ab}(\Phi_k^{BPS(n)})\bar{A}_i^{(n)b} = 0 \tag{22}$$

немедленно получаем так называемое уравнение Грибова [18] на фазу калибровочных преобразований

$$[D_i^2(\Phi_k^{BPS})]^{ab}\Phi_0^b = 0 \; . \tag{23}$$

Уравнение Грибова (23) в точности совпадает с уравнением БПС на скалярное поле, которое следует из условия потенциальности БПС-монополя (14). Поэтому уравнение Грибова (23) имеет нетривиальное решение в форме БПС-монополя (10)

$$\hat{\Phi}_0 = -i\pi\frac{\tau^a x^a}{r}\left[\frac{1}{\tanh(r/\epsilon)} - \frac{\epsilon}{r}\right] \; . \tag{24}$$

Таким образом, калибровочные физические поля в рассматриваемой теории имеют грибовские копии в форме топологического вырождения.

Топологическое вырождение определяется индексом Понтрягина, или функционалом Черна - Саймонса [1]

$$\nu[A] = \frac{g^2}{16\pi^2}\int\limits_{t_{in}}^{t_{out}} dt \int d^3x F^a_{\mu\nu}\widetilde{F}^{a\mu\nu} = X[A_{out}] - X[A_{in}] \; , \tag{25}$$

где

$$X[A] = -\frac{1}{8\pi^2}\int\limits_V d^3x \epsilon^{ijk} Tr\left[\hat{A}_i\partial_j\hat{A}_k - \frac{2}{3}\hat{A}_i\hat{A}_j\hat{A}_k\right] \tag{26}$$

является топологическим функционалом калибровочных полей. Значение этого функционала меняется на целое число n

$$X[A^{(n)}] = X[A^{(0)}] + n \; . \tag{27}$$

Множество всех стационарных калибровочных преобразований в неабелевой теории представляет собой множество трехмерных путей, находящихся на трехмерном пространстве группы $SU_c(2)$. Гомотопическая группа

$$\pi_{(3)}(SU_c(2)) = Z \tag{28}$$

означает, что все множество трехмерных путей разбито на топологические классы с целыми числами (степенями отображения), определенными выражениями

$$\mathcal{N}[n] = -\frac{1}{24\pi^2}\int d^3x\; \epsilon^{ijk}\; Tr[L^n_i L^n_j L^n_k] = n\;, \tag{29}$$

где

$$L^n_i = v^{(n)}(\vec{x})\partial_i v^{(n)}(\vec{x})^{-1}\;. \tag{30}$$

Степень отображения указывает, сколько раз трехмерный путь $v(\vec{x})$ оборачивается вокруг $SU(2)$, когда координата x_i обегает все трехмерное пространство, где эта координата задана. Теория с топологическим вырождением начальных данных, где источники физических полей содержат грибовские факторы

$$\mathrm{tr}[\hat{J}_i v^{(n)}(\vec{x})\hat{\hat{A}}_i^{(0)} v^{(n)}(\vec{x})^{-1}]\;, \tag{31}$$

отличается от теории без вырождения

$$\mathrm{tr}[\hat{J}_i \hat{\hat{A}}_i^{(0)}]\;. \tag{32}$$

Как показывает пример ротатора $H = P_N^2/2I,\; i[P_N, N] = \hbar$, в теории с вырождением начальных данных $N(t_0) = N_0, N_0 \pm 1, N_0 \pm 2, ...$ необходимо усреднять амплитуды $\Psi = \exp iP_N N$ по параметрам вырождения с дополнительным фазовым фактором $e^{i\theta}$. Такое усреднение

$$\Psi_{\mathrm{rot.}}(N) = \lim_{L\to\infty}\frac{1}{2L}\sum_{n=-L}^{n=-L} e^{in\theta}\exp iP_N(N+n) = \exp\{i(2\pi k+\theta)N\} \tag{33}$$

ведет к исчезновению целого ряда физических состояний, именно тех, собственное значение импульса которых не совпадает со спектром импульса ротатора $(2\pi k+\theta)$, где k целое число.

В работах [19, 20] показано, что существует такое же исчезновение амплитуд рождения физических цветных частиц вследствие деструктивной интерференции фазовых факторов топологического вырождения. В этом случае закон сохранения вероятности для S-матричных элементов $< i|S = I + iT|j >$ в форме

$$\sum_f < i|T|f >< f|T^*|j >= 2\mathrm{Im} < i|T|j > \tag{34}$$

насыщается только рождением бесцветных состояний (адронов) $f = h$. Сумма по всем адронным каналам в силу закона сохранения вероятности становится равной мнимой части бесцветной амплитуды $2\mathrm{Im} < i|T|j >$. В свою очередь, в бесцветной амплитуде зависимость от факторов топологического вырождения полностью сокращается. Благодаря калибровочной инвариантности гамильтониан теории $H[A^{(n)}] = H[A^{(0)}]$ зависит только от полей нулевого топологического сектора $A^{(0)}$, которые играют роль партонов Фейнмана. В партонной области высоких энергий, где для вычисления мнимой части бесцветной амплитуды $\mathrm{Im} < i|T|j >$ можно применять теорию возмущений, из закона сохранения вероятности возникает кварк-адронная дуальность как метод прямого измерения квантовых чисел партонов, которые совпадают с квантовыми числами физических цветных частиц.

Таким образом, существование нетривиальной гомотопической группы (28) множества всех стационарных калибровочных преобразований в неабелевой теории представляет собой критерий удержания цвета.

4 Существование нулевой моды и электрического монополя

Грибовские копии свидетельствуют о существовании нулевой моды $N(t)$ уравнения Гаусса для временной компоненты поля [21]

$$\frac{\delta W}{\delta A_0^a} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \left[D^2(A)\right]^{ac} A_0^c = D^{ac}{}_i(A)\partial_0 A_i^c \tag{35}$$

с начальными данными

$$\partial_0 A_i^c = 0 \quad \Longrightarrow \quad A_i(t, \vec{x}) = \Phi_i^{BPS}(\vec{x}) \ . \tag{36}$$

Общее решение неоднородного уравнения (35) представляет собой сумму решений однородного уравнения $\mathcal{Z}^a$

$$(D^2(A))^{ab}\mathcal{Z}^b = 0 \tag{37}$$

и частного решения неоднородного уравнения $\tilde{A}_0^a$

$$A_0^a = \mathcal{Z}^a + \tilde{A}_0^a \ . \tag{38}$$

Решение однородного уравнения $\mathcal{Z}^a$ в теории возмущений можно представить в форме произведения нулевой моды как новой переменной $\dot{N}(t)$ и фазы топологического вырождения $\Phi_0(\vec{x})$

$$\hat{\mathcal{Z}}(t,\vec{x}) = \dot{N}(t)\hat{\Phi}_0(\vec{x}) \ . \tag{39}$$

Решение однородного уравнения $\mathcal{Z}^a$ уже нельзя бесследно убрать из индекса Понтрягина переходом к дираковским переменным с помощью калибровочного преобразования

$$\hat{A}_i^*(N|A^{(0)}) \equiv \hat{A}_i^{(N)} = \exp[N(t)\hat{\Phi}_0(\vec{x})][\hat{A}_i^{(0)} + \partial_i]\exp[-N(t)\hat{\Phi}_0(\vec{x})] \ . \tag{40}$$

Можно проверить, что для БПС-монополя выполняется соотношение $X[A^{(N)}] = N + X[A^{(0)}]$, и индекс Понтрягина

$$\nu[A^*] = \frac{g^2}{16\pi^2}\int\limits_{t_{in}}^{t_{out}} dt \int d^3x G^a_{\mu\nu}\tilde{G}^{a\mu\nu} = N(t_{out}) - N(t_{in}) \ . \tag{41}$$

зависит только от разности конечных и начальных значений топологической переменной.

Здесь нулевая мода $N(t)$ может описывать "инстантонную"интерполяцию между полями с различными топологическими числами $n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ в пространстве Минковского, где эти числа дают классификацию топологического вырождения начальных данных. Требуя, чтобы физические результаты не зависели от параметров вырождения, мы получаем область физических значений нулевой моды $0 \le N(t) \le 1$.

Точно так же решение однородного уравнения $\mathcal{Z}^a$, которое описывает электрический монополь

$$G^a_{i0}(\mathcal{Z}) = D^{ab}_i(\Phi^{BPS})\mathcal{Z}^b = N(t)D^{ab}_i(\Phi^{BPS})\Phi^b_0 \ , \tag{42}$$

нельзя бесследно убрать из действия теории переходом к дираковским переменным с помощью калибровочного преобразования (40). Действие теории содержит электрический монополь и описывает динамику нулевой моды как топологической переменной $N(t)$ в форме рассмотренного выше свободного ротатора

$$W_{\mathcal{Z}}[N] = \int dt d^3x \frac{1}{2}[G^b_{i0}(\mathcal{Z})]^2 = \int dt \frac{\dot{N}^2 I}{2} \ , \tag{43}$$

где

$$I = \int\limits_V d^3x (D^{ac}_i(\Phi_k)\Phi^c_0)^2 = \frac{4\pi}{g^2}(2\pi)^2\epsilon \ - \tag{44}$$

момент ротатора, а $\epsilon = \sqrt{\lambda}/gm$ - размер БПС-монополя.

Топологическое вырождение всех полей превращается для дираковских переменных (40) в вырождение только одной топологической глобальной переменной $N(t)$ относительно изменения этой переменной на целые числа: ($N \Rightarrow N+n,\ n=\pm1,\pm2,...$). Волновая функция топологического движения ротатора, как мы видели выше, в пространстве Минковского имеет вид волновой функции свободного ротатора

$$\Psi_N = \exp\{iP_N N\}\ , \qquad P_N = \dot{N} I = 2\pi k + \theta\ , \tag{45}$$

где k - номер зоны Бриллюэна, и θ – θ-угол. Для нефизических значений топологического импульса $P_N = \pm i8\pi^2/g^2$ эта функция представляет собой волновую функцию инстантона

$$\exp(iW[A_{\text{instanton}}]) = \exp(-\frac{8\pi^2}{g^2}[n_{\text{out}} - n_{\text{in}}])\ , \tag{46}$$

указывая тем самым истинный смысл инстантонных решений как нефизических в пространстве Минковского. Уравнения (45) определяют спектр напряженности электрического поля

$$G^b_{i0} = \dot{N}[D_i(\Phi^{(0)})A_0]^b = \alpha_s\left(\frac{\theta}{2\pi}+k\right)B^b_i(\Phi^{(0)})\ . \tag{47}$$

Это аналог спектра напряженности электрического поля

$$G_{10} = \dot{N}\frac{2\pi}{e} = e\left(\frac{\theta}{2\pi}+k\right) \tag{48}$$

в двумерной электродинамике [22, 23, 24] с той же топологией вырождения начальных данных $\pi_1(U(1)) = \pi_3(SU(2)) = Z$.

5 Вакуум теории Янга - Миллса

В настоящей работе мы используем регулярное решение БПС-монополя с конечной плотностью массы

$$\frac{1}{\epsilon} = \frac{m}{\sqrt{\lambda}} \equiv V < B^2 > \frac{g^2}{4\pi}\ , \tag{49}$$

в конечном объеме $V = \int d^3x$ для описания физического вакуума квантовой теории Янга - Миллса (1).

В пределе бесконечного объема $V \to \infty$ скалярное поле исчезает из спектра физических возбуждений, а регулярное решение БПС-монополя плавно переходит в монополь Ву -

Янга [25], определенный в классе функций с конечной плотностью энергии:

$$\int d^3x[B_i^a]^2 \equiv V < B^2 > \ . \tag{50}$$

Монополь Ву - Янга [25] является точным решением классических уравнений чистой теории Янга - Миллса всюду, за исключением малой окрестности начала координат, исчезающей в пределе бесконечного объема (50) $V \to \infty$. Здесь необходимо отметить, что в квантовой теории поля предел $V \to \infty$ совершается после вычисления физических наблюдаемых величин, таких, как сечений рассеяния, вероятностей распадов, которые нормированы на единицу времени и единицу объема. Поэтому для любой конечной величины объема остаются все особенности рассмотренной выше теории, включая топологическое вырождение начальных данных и электрический монополь.

С другой стороны, в самой теории Янга - Миллса имеются прямые указания о спонтанном нарушении симметрии вакуума решениями типа монополя Ву - Янга [25]. В частности, топологическая классификация классических решений чистой теории Янга - Миллса определяет класс решений с нулевым топологическим индексом $n = 0$

$$X[A = \Phi^{(0)}] = 0 \ , \qquad \frac{\delta X[A]}{\delta A_i^c}|_{A=\Phi^{(0)}} \neq 0 \tag{51}$$

в форме

$$\hat{\Phi}_i^{(0)} = -i\frac{\tau^a}{2}\epsilon_{iak}\frac{x^k}{r^2}f(r) \ , \tag{52}$$

которая содержит только одну неизвестную функцию $f(r)$. Эта функция удовлетворяет уравнению

$$D_k^{ab}(\Phi_i^{(0)})G_{kj}^b(\Phi_i^{(0)})) = 0 \implies \frac{d^2f}{dr^2} + \frac{f(f^2-1)}{r^2} = 0 \ . \tag{53}$$

В области $(r \neq 0)$ существует три решения этого уравнения

$$f_1^{PT} = 0, \qquad f_1^{WY} = \pm 1 \ . \tag{54}$$

Первое тривиальное решение $f_1^{PT} = 0$ соответствует обычной теории возмущений с формулой асимтотической свободы. Как хорошо известно [26, 27], такая теория возмущения нестабильна. Два нетривиальных решения $f_1^{WY} = \pm 1$ - это как раз те самые монополи Ву - Янга, которые мы получили выше из БПС-монополей в пределе бесконечной массы

Хиггса. Таким образом, мы показали выше, что существует такая инфракрасная регуляризация монополя Ву - Янга в конечном объеме, для которой этот монополь может рассматриваться как **точное классическое решение уравнений Янга - Миллса с конечной плотностью энергии**. Напомним, что в качестве нетривиального вакуума теории Янга - Миллса обычно рассматривались или нестабильные поля [26], которые вообще не являются решениями классических уравнений, или сингулярные классические решения, которые включают и инстантоны [1].

Существует ряд аргументов в пользу того, что монополи Ву - Янга являются стабильным вакуумом полей Янга - Миллса. Приведем эти аргументы.

6 Наивная теория возмущения вокруг Ву - Янг монополя

Забудем на время о существовании нулевой моды (37) решения уравнения Гаусса (35). Тогда теория возмущения над монопольным вакуумом неабелевой теории качественно отличается от теории возмущения неабелевой теории в кулоновской калибровке [28] лишь присутствием монополя. Повторяя вычисления работы [28] (см. также [13]), можно получить в качестве производящего функционала такой теории возмущений фейнмановский интеграл по путям в системе отсчета с выделенной осью времени $l_\mu = (1,0,0,0)$

$$Z_F[l, J_{\rm parton}] = \int\int \prod_{c=1}^{c=3} [d^2 A^c_{\rm parton} d^2 E^c_{\rm parton}] e^{\{iW^*[A_{\rm parton}, E_{\rm parton}]\}} Z_C[J_{\rm parton} A_{\rm parton}] \ , \qquad (55)$$

где

$$Z_C[J_{\rm parton} A_{\rm parton}] = \exp\left\{-i\int d^4x [(J^c_k)_{\rm parton}\cdot (A^c_k)_{\rm parton}]\right\} \ , \qquad (56)$$

$$W^*[A^*, E^*] = \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{V_0} d^3x \left\{\sum_{i,a} E_i^{*a}\partial_t A_a^{*i} - \frac{1}{2}\left[\left(E_i^{*a} + D_i^{ab}(\Phi^{(WY)})\sigma^b\right)^2 - (B_i^a(A^*))^2\right]\right\} \quad (57)$$

есть эффективное действие на решениях уравнения Гаусса

$$\frac{\delta W}{\delta A_0} = 0 \Rightarrow D_i^{cd}(A) G^d_{0i} = 0 \qquad (58)$$

для неабелевой электрической напряженности G^d_{0i}, представленной в виде суммы поперечного импульса E^* и продольной части

$$G^d_{0i} = E_i^{*d} + D_i^{db}(\Phi)\sigma^b \qquad \left(D_i^{cd}(\Phi^{(WY)}) E_i^{*d} = 0\right) \ . \qquad (59)$$

в предположении, что независимые поля в теории возмущений удовлетворяют рассмотренным выше калибровочным условиям

$$D_i^{cd}(\Phi^{(WY)})A_i^{*d} = 0 \ . \tag{60}$$

В этом случае уравнение Гаусса (58) превращается в уравнение для функции σ^b

$$D_i^{cd}(A)D_i^{db}(\Phi^{(WY)})\sigma^b = j_0^c \ , \tag{61}$$

где справа стоит ток независимых неабелевых переменных

$$j_0^a = g\epsilon^{abc}[A_i^{*b} - \Phi_i^{a(WY)}]E_i^{*c} \ . \tag{62}$$

Уравнение (61) решается с помощью теории возмущения с функцией Грина кулоновского типа в присутствии монополя Ву - Янга

$$[D^2((\Phi^{WY})]^{ab}(\vec{x})G^{bc}(\vec{x},\mathbf{y}) = \delta^{ac}\delta^3(x-y) \ , \tag{63}$$

так что в низшем порядке теории возмущения получаем в гамильтониане мгновенное взаимодействие неабелевых токов

$$\frac{1}{2}\int_{V_0} d^3x \left(D_i^{ab}(\Phi^{WY})\sigma^b)\right)^2 = -\frac{1}{2}\int_{V_0} d^3x d^3y j_0^b(\vec{x})G^{bc}(\vec{x},\vec{y})j_0^c(\vec{y}) \ . \tag{64}$$

Решение уравнения на функцию Грина (63) в присутствии монополя Ву - Янга, где

$$[D^2((\Phi^{WY})]^{ab}(\vec{x}) = \delta^{ab}\Delta - \frac{n^a n^b + \delta^{ab}}{r^2} + 2(\frac{n_a}{r}\partial_b - \frac{n_b}{r}\partial_a) \ ,$$

$n_a(x) = x_a/r;\ r = |\vec{x}|$, было получено в работе [29] с помощью разложения G^{ab} по полному набору ортогональных векторов

$$G^{ab}(\vec{x},\vec{y}) = [n^a(x)n^b(y)V_0(z) + \sum_{\alpha=1,2} e_\alpha^a(x)e_\alpha^b(y)V_1(z)]; \quad (z = |\vec{x}-\vec{y}|) \ .$$

Подставляя это разложение в уравнение (63), можно получить уравнения для потенциалов

$$\frac{d^2}{dz^2}V_n + \frac{2}{z}\frac{d}{dz}V_n - \frac{n}{z^2}V_n = 0 \quad n = 0,\ 1 \ .$$

Решениями этих уравнений являются потенциалы

$$V_n(|\vec{x}-\vec{y}|) = d_n|\vec{x}-\vec{y}|^{l_1^n} + c_n|\vec{x}-\vec{y}|^{l_2^n} \ , \qquad n = 0,\ 1 \ , \tag{65}$$

где d_n, c_n - константы, а l_1^n, l_2^n есть корни уравнения $(l^n)^2 + l^n = n$, т.е.

$$l_1^n = -\frac{1+\sqrt{1+4n}}{2}; \quad l_2^n = \frac{-1+\sqrt{1+4n}}{2} . \tag{66}$$

Легко видеть, что для $n = 0$, $l_1^0 = -\frac{1+\sqrt{1}}{2} = -1$, $l_2^0 = \frac{-1+\sqrt{1}}{2} = 0$ мы получаем кулоновский потенциал

$$V_0(|\vec{x} - \vec{y}|) = -1/4\pi|\vec{x} - \vec{y}|^{-1} + c_0 , \tag{67}$$

а для $n = 1$, $l_1^1 = -\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx -1.618$; $l_2^1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx 0.618$ растущий потенциал с уравнением золотого сечения $(l^1)^2 + l^1 = 1$

$$V_1(|\vec{x} - \vec{y}|) = -d_1|\vec{x} - \vec{y}|^{-1.618} + c_1|\vec{x} - \vec{y}|^{0.618} . \tag{68}$$

Растущие потенциалы мгновенных взаимодействий цветных токов могут, как известно [30, 31], перестраивать ряды теории возмущений и вести к спонтанному нарушению киральной и масштабной инвариантностей.

В монопольном вакууме КХД роль матриц τ_1, τ_2, τ_3 играют антисимметричные матрицы Гелл-Манна $\lambda_2, \lambda_5, \lambda_7$. В КХД растущие потенциалы рассматриваются как причина "адронизации"кварков и глюонов [32]. Как показано в работах [30, 31, 32], мгновенное взаимодействие цветных токов с растущим потенциалом перестраивает ряды теории возмущений и ведет к конституэнтной массе глюонного партона, которая изменяет формулу асимптотической свободы в области малых переданных импульсов, так что константа связи становится конечной $\alpha_{\rm QCD}(q^2 \sim 0) \sim 0.24$.

7 Теория возмущения вокруг монополя с топологическим вырождением

Мгновенное взаимодействие токов как в абелевых (КЭД), так и неабелевых теориях возникает как неизбежное следствие решения уравнения Гаусса, осуществляемое для устранения нефизических компонент калибровочных полей. Мы видели, что такое устранение временной компоненты оставляет топологическое вырождение начальных данных как грибовских копий ковариантной кулоновской калибровки, которая вводится также в виде начальных данных решений уравнения Гаусса

Общее решение уравнения Гаусса в классе функций грибовских копий содержит нулевую моду как топологическую переменную $N(t)$ коллективного движения полей в пространстве Минковского. Это движение описывается неабелевым электрическим монополем с конечной плотностью энергии и действием типа свободного ротатора. В этом случае определение дираковских переменных (которое устраняет временную компоненту) переводит топологическое вырождение начальных данных для неабелевых полей в топологическое вырождение начальных данных для свободного ротатора $N(t)$.

Итак, возникают два отличия: электрический монополь со свободным ротатором $N(t)$, который участвует в аномальных взаимодействиях, и новые физические состояния всех неабелевых "цветных"полей, которые имеют грибовские копии с ненулевыми топологическими числами. Учитывая эти отличия, производящий функционал для теории возмущения с топологическим вырождением начальных данных можно записать в виде

$$Z^*[l, J^*] = \int\int \prod_{c=1}^{c=3} [d^2 A^{*c} d^2 E^{*c}] e^{\{iW^*[A^*,E^*]\}} Z_Q[J^* \cdot A^*] \tag{69}$$

$$= \int\int \prod_{c=1}^{c=3} [d^2 A^c_{\text{parton}} d^2 E^c_{\text{parton}}] e^{\{iW^*[A_{\text{parton}},E_{\text{parton}}]\}} Z_Q[J^* \cdot A^*(N|A_{\text{parton}})] \ ,$$

где

$$Z_Q[J^* \cdot A^*] = \int \prod_t dN(t) \exp\{iW_{\mathcal{Z}}[N]\} Z_C[J^* \cdot A^*] \ , \tag{70}$$

$W_{\mathcal{Z}}[N]$ есть действие свободного ротатора (43), $Z_C[J^* \cdot A^*] = \exp\{\int d^4x J^* \cdot A^*\}$,

$$\hat{A}^*(N|A_{\text{parton}}) = U_N[\hat{A}_{\text{parton}} + \partial]U_N^{-1}$$

есть физические поля, которые приобретают фазовые факторы топологического вырождения $U_N = \exp\left\{N(t)\hat{\Phi}_0(\mathbf{x})\right\}$. Эти факторы исчезают в калибровочно-инвариантном действии без аномалий, так что теорию возмущения можно сформулировать в терминах партонных полей с нулевыми топологическими числами.

Как мы видели выше, функции Грина партонных полей могут иметь полюсы, несмотря на растущие потенциалы, в то время как физические функции Грина исчезают, вследствие деструктивной интерференции фазовых факторов топологического вырождения.

Заменой переменных

$$\hat{A}_i^*(N|A) = U_N U^D[A] \left[\hat{A}_i + \partial_i\right] (U_N U^D[A])^{-1} \ , \tag{71}$$

где

$$U^D[A] = \exp\left\{\frac{1}{D^2(\Phi^{WY})} D_k(\Phi^{WY})\hat{A}^k\right\} \ - \tag{72}$$

дираковское "одевание"неабелевых полей, фейнмановский интеграл можно превратить в интеграл Фаддеева - Попова (ФП)

$$Z^*[l,J^*] = \int\int\prod_{c=1}^{c=3}[d^4A^c\delta(f(A))detM_{\rm FP}e^{\{iW[A]\}}Z_Q[J^*A^*(N|A)] \qquad (73)$$

в любой калибровке физических переменных $f(A)=0$, $f(e^{\Omega}(A+\partial)e^{-\Omega}) = M_{\rm FP}\Omega + O(\Omega^2)$, но со старой дираковской"калибровкой источников, которая была выбрана еще на стадии "фундаментального"квантования. Релятивистская ковариантность осуществляется лоренцевским поворотом вектора оси времени $l_\mu^{(0)}$ вдоль полного импульса каждого из физических состояний, т.е. переходом в систему отсчета, где измеряются начальные данные и спектр этих состояний [13, 14]. Информация о системах отсчета, монополях и начальных данных, включая их вырождение, на уровне интеграла ФП (73) содержится только в дираковских фазовых факторах в функционале $Z_Q[J^*A^*(N|A)]$.

Доказательство Фаддеева [28] независимости от выбора калибровки источников, т.е. замена

$$\begin{aligned} A^*(N|A) \quad &\Longrightarrow \quad A\ , \\ Z_Q[J^*\cdot A^*(N|A)] \quad &\Longrightarrow \quad e^{i\int d^4xA\cdot J}\ , \end{aligned} \qquad (74)$$

возможна лишь вблизи полюсов функций Грина, т.е. для амплитуд рассеяния свободных партонов.

7.1 Учет аномалий и U(1)-проблема

Для описания процесса с участием аномалий воспользуемся тем фактом, что теория возмущения для неабелевых партонных полей не отличается качественно от теории возмущения в КЭД$_{(3+1)}$.

Простейший процесс с участием аномалий в КЭД$_{(3+1)}$ есть распад парапозитрония на два гамма-кванта. Эффективное действие для описания этого процесса в КЭД$_{(3+1)}$ имеет вид

$$W_{eff} = \int dt\left\{\frac{1}{2}\left(\dot\eta_M^2 - M_P^2{\eta_M}^2\right)V + C_M\eta_P\dot X[A^{(N)}]\right\}\ , \qquad (75)$$

где C_M дается выражением

$$C_M = C_{\rm positronium} = \frac{\sqrt{2}}{m_e}8\pi^2\left(\frac{\psi_{Sch}(0)}{m_e^{3/2}}\right)\ , \qquad (76)$$

а $X[A]$ - топологический функционал в КЭД$_{(3+1)}$, который можно определить из формулы

$$\dot{X}_{\rm QED}[A] = \frac{e^2}{16\pi^2}\int d^3x G_{\mu\nu}{}^* G_{\mu\nu} \equiv \frac{e^2}{8\pi^2}\int d^3x \dot{A}_i B_i \ . \tag{77}$$

Выражение для эффективного аномального действия (75) является общим для всех калибровочных теорий.

Для электродинамики в двумерном пространстве-времени мы получаем такое же эффективное действие для связанного состояния Швингера $\eta_P = \eta_{\rm Sch.}$[23, 24], где $C_M = 2\sqrt{\pi}$ и

$$\dot{X}_{\rm QED}(A^{(N)}) = \frac{e}{4\pi}\int\limits_{-V/2}^{V/2} dx G_{\mu\nu}\epsilon^{\mu\nu} = \dot{N}(t) \ \Rightarrow \ G_{01} = \frac{2\pi\dot{N}}{eV} \ ,$$

В хромодинамике КХД$_{(3+1)}$ такое же действие для псевдоскалярного мезона $\eta_M = \eta_0$ было впервые предложено в работе [34], где

$$\dot{X}_{\rm QCD}[A^{(N)}] = \frac{g^2}{16\pi^2}\int d^3x G^a_{\mu\nu}{}^* G^a_{\mu\nu} = \dot{N}(t) + \dot{X}[A^{(0)}] \tag{78}$$

и

$$C_M = C_\eta = \frac{N_f}{F_\pi}\sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad (N_f = 3) \ .$$

Напомним, что в КХД$_{(3+1)}$ мы получили следующее хромоэлектрическое поле

$$G^a_{0i} = \dot{N} D^{ab}_i(\Phi)\Phi^b_0 = \dot{N} B^a_i(\Phi)\frac{2\pi}{\alpha_s V < B^2 >} \ ,$$

с нормировкой

$$\frac{g^2}{8\pi^2}\int d^3 D^{ab}_i(\Phi)\Phi^b_0 B^a_i(\Phi) = 1 \ .$$

В КЭД$_{(1+1)}$ и КХД$_{(3+1)}$ в эффективное действие должно быть добавлено действие топологической динамики нулевых мод

$$W_{\rm QED} = \frac{1}{2}\int dt \int\limits_{-V/2}^{V/2} dx F^2_{01} = \int dt \frac{\dot{N}^2 I_{\rm QED}}{2} \ ,$$

$$W_{\rm QCD} = \frac{1}{2}\int dt \int\limits_{V} d^3x G^2_{0i} = \int dt \frac{\dot{N}^2 I_{\rm QCD}}{2} \ ,$$

где

$$I_{\rm QED} = \left(\frac{2\pi}{e}\right)^2 \frac{1}{V} \ ,$$

$$I_{\rm QCD} = \left(\frac{2\pi}{\alpha_s}\right)^2 \frac{1}{V < B^2 >} \ .$$

Просто показать, что диагонализация полной функции Лагранжа типа

$$L = [\frac{\dot{N}^2 I}{2} + C_M \eta_M \dot{N}] = [\frac{(\dot{N} + C_M \eta_M / I)^2 I}{2} - \frac{C_M^2}{2IV} \eta_M^2 V]$$

ведет к дополнительной массе связанного псевдоскалярного состояния в обеих теориях КЭД$_{(1+1)}$ и КХД$_{(3+1)}$

$$\triangle M^2 = \frac{C_M^2}{IV} \ .$$

В КЭД$_{(1+1)}$ эта формула описывает известную массу швингеровского состояния

$$\triangle M^2 = \frac{C_M^2}{I_{\rm QED} V} = \frac{e^2}{\pi} \ ,$$

в то время как в КХД$_{(3+1)}$ мы получим дополнительную массу η_0-мезона

$$L_{eff} = \frac{1}{2}[\dot{\eta}_0^2 - \eta_0^2(t)(m_0^2 + \triangle m_\eta^2)]V \ , \qquad (79)$$

$$\triangle {m_\eta}^2 = \frac{C_\eta^2}{I_{\rm QCD} V} = \frac{N_f^2}{F_\pi^2} \frac{\alpha_s^2 < B^2 >}{2\pi^2}. \qquad (80)$$

Этот результат позволяет нам оценить значение вакуумного хромомагнитного поля в КХД$_{(3+1)}$

$$< B^2 >= \frac{2\pi^2 F_\pi^2 \triangle {m_\eta}^2}{N_f^2 \alpha_s^2} = \frac{0.06 V^4}{\alpha_s^2} \ .$$

(См. также [35].) После вычисления мы можем устранить инфракрасную регуляризацию $V \to \infty$.

Заключение

БПС-монополь является уникальным решением с конечной энергией для системы взаимодействующих скалярных и векторных полей. Мы показали здесь, что существует топологическое вырождение БПС-монополя, такое же, как вырождение классического вакуума в случае инстантонов в евклидовом пространстве. Вырождение нетривиальных физических полей в пространстве Минковского ведет к тому, что амплитуды рождения этих полей исчезают из-за полной деструктивной интерференции фазовых факторов вырождения.

Более того, мы показали, что существует аналог инстантонов в пространстве Минковского как электрический БПС-монополь в форме нулевой моды уравнения Гаусса, которая описывает динамику топологических переходов между состояниями полей с различными индексами указанного выше вырождения.

Было показано, что предел бесконечной массы хиггсовского бозона с условием конечной плотности энергии БПС-монополя ведет к стабильному несингулярному вакууму чистой неабелевой теории со спонтанным нарушением масштабной симметрии (которая определяется этой плотностью) и с сохранением описанных выше эффектов топологического "конфайнмента"и нулевой моды.

На основе этих результатов мы рассмотрели фундаментальное дираковское квантование неабелевой теории в терминах "одетых"дираковских переменных с топологическим вырождением начальных данных в пространстве Минковского и конфайнментом в форме деструктивной интерференции фазовых факторов вырождения. Мы показали, что теория возмущения в таком монопольном вакууме содержит растущий потенциал одновременного взаимодействия неабелевых токов. Такое взаимодействие используется в КХД-феноменологии для описания адронизации кварков и модификации формулы асимптотической свободы в области малых импульсов.

Переменные Дирака для калибровочных полей позволили нам описать на равных основаниях набор известных результатов по аномальным взаимодействиям псевдоскалярных связанных состояний во всех известных калибровочных теориях, включая распад позитрония в КЭД$_{(3+1)}$, массу Швингера КЭД$_{(1+1)}$ и выражение аномальной массы η_0-мезона КХД$_{(3+1)}$ в терминах вакуумного среднего от плотности квадрата хромомагнитной напряженности.

Найденный производящий функционал в виде интеграла Фейнмана по переменным Дирака может быть переписан (согласно теореме Фаддеева [28]) в виде интеграла Фаддеева - Попова [33] путем замены переменных и замены калибровки источников, справедливой в области описания локальных процессов типа рассеяния элементарных полей. Однако такая замена калибровки источников (74) устраняет оси времени физических состояний, начальные данные с их возможным вырождением и деструктивной интерференцией и все монопольные эффекты, включая мгновенные потенциалы, которые могут формировать нелокальные связанные состояния типа атомов в КЭД или адронов в КХД [13, 14]. Другими словами, можно сказать, что обобщение теоремы Фаддеева (74), справедливой при описании локальных процессов, на область нелокальных физических процессов устраняет начальные данные, а вместе с ними и саму возможность объяснения нелокальных эффектов типа адронизации и конфайнмента с помощью нелокализуемых монополей.

Авторы благодарны Б. М. Барбашову, Д. Бляшке и Э. А. Кураеву за дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Belavin A. A. et al.** – Phys.Lett.,1975, v. 59, p.85;
   Jackiw R., Rebbi C. – Phys. Lett.,1976, v.63B, p.172;
   Callan R., Dashen R., Gross D. – Phys. Rev., 1977, v.D 17, p. 2717;
2. **Faddeev L.D.**, – in Proceedings of the IV Int. Symposium on Nonlocal Quantum Field Theory (1976),JINR D1-9768, Dubna (1976), p.267.
   Jackiw R. – Rev. Mod. Phys., 1977, v.49, p.681.
3. **'t Hooft G.** – Phys.Rep., 1986, v.142, p.357; Monopoles, Instantons and Confinement, hep-th/0010225 (2000).
4. **Prasad M.K., Sommerfield C.M.**, – Phys. Rev. Lett., 1975, v.35, p.760;
   Bogomol'nyi E.B. – Yad. Fiz, 1976, v.24, p.449.
5. **Dirac P.A.M.** – Proc.Roy.Soc., 1927, v.A114, p.243; Can. J. Phys., 1955, v. 33, p.650.
6. **Heisenberg W., Pauli W.** – Z.Phys., 1929, v.56, p.1 ; Z.Phys., 1930, v.59, p. 166.
7. **Fermi E.** – Rev. Mod. Phys.,1932, v.4, 87.
8. **Schwinger J.** – Phys. Rev., 1948, v.74, p.1439.
9. **Schwinger J.** – Phys.Rev., 1962, v.127, p.324.
10. **Polubarinov I.V.**, Preprint JINR P2-2421, Dubna, 1965.
11. **Gogilidze S. A., Pervushin V.N., Khvedelidze A.M.** – Phys.Particles and Nuclei, 1999, v. 30, p.66.
12. **Zumino B.** – J. Math. Phys., 1960, v.1, p.1.
13. **Nguyen Suan Han, Pervushin V.N.** – Mod.Phys.Lett., 1987, v.A2, p.367.
14. **Ilieva N., Nguyen Suan Han, Pervushin V.N.** – Sov. J.Nucl.Phys., 1987, v.45, p.1169.

15. **Kalinovsky Yu. L., Kallies W., Kuranov B. N., Pervushin V. N., Sarikov N. A.** – Sov. J.Nucl.Phys., 1989, v.49, p.1709.

16. **Pervushin V. N.** – Nucl. Phys. (Proc.Supp.), 1990, v.15, p.197.

17. **Akhoury R., Jun J.-H., Golghaber A.S.** – Phys.Rev., 1980, v.D, p.21.

18. **Gribov V.N.** – Nucl.Phys., 1978, v.B 139, p.1.

19. **Pervushin V. N.** – Riv. Nuovo Cim., 1985, v. 8, N 10, p.1.

20. **Pervushin V.N., Nguyen Suan Han** – Can.J.Phys., 1991, v.69, p.684.

21. **Pervushin V. N.** – Teor. Mat. Fiz., 1980, v.45 p. 327, translation in English in Theor. Math. Phys., 1981, v.45, p. 1100.

22. **Coleman S.** – Ann. Phys. (N.Y.), 1975, v. 93, p.267; ibid., 1976, v.101, p239.

23. **Ilieva N., Pervushin V.N.** – Sov. J.Part.Nucl., 1991, v.22, p.573.

24. **Gogilidze S., Ilieva N., Pervushin V.** – Int. J. Mod. Phys., 1999, v.A 14, p.3531.

25. **Wu T.T., Yang C.N.** – Phys.Rev., 1975, v.D 12, p.3845.

26. **Matinyan S.G., Savidy G K.** – Nucl.Phys., 1978, v.B 134, p.539.

27. **Владимиров А.А., Ширков Д.В.** – УФН, 1979, т. 22, с.860.

28. **Фаддеев Л.Д.** – ТМФ, 1969, т.1, с. 3.

29. **Blaschke D., Pervushin V., Röpke G.** – Proc. of Int. Seminar *Physical variables in Gauge Theories* Dubna, September 21-25, 1999 (E2-2000-172, Dubna, 2000 Edited by A. Khvedelidze, M. Lavelle, D. McMullan, and V. Pervushin) p.49; hep-th/0006249.

30. **Bogolubskaya A.A. , Kalinovsky Yu.L., Kallies W., Pervushin V.N.** – Acta Phys. Polonica, 1990, v.B21, p.139.

31. **Kalinovsky Yu.L., Kallies W., Münhow L., Pervushin V.N., Sarikov N.A.** – Few Body System, 1991, v.10, p.87.

32. **Pervushin V.N., Kalinovsky Yu.L., Kallies W., Sarikov N.A.** – Fortschr. Phys.,1990, v.38, p.333.

33. **Faddeev L., Popov V.** – Phys. Lett., 1967, v.B25, p.29.

34. **Veneziano G.** – Nucl.Phys., 1979, v.B 195, p.213.

35. **Blaschke D. et al.** – Phys.Lett., 1997, v.B 397, p.129.

Получено 18 мая 2002 г.

Ланцман Л., Первушин В. Н. P2-2002-119
Монопольный вакуум в неабелевых теориях

Показано, что в теории взаимодействующих полей Янга–Миллса и скалярного поля Хиггса существует топологическое вырождение монополей Богомольного–Прасада–Соммерфилда (БПС) в форме их грибовских копий и возникает «изоэлектрический» монополь с новой топологической переменной как нулевой модой дифференциального оператора уравнения Гаусса, которая описывает переходы между различными грибовскими копиями.

Набор грибовских копий БПС-монополя с конечной плотностью массы поля Хиггса рассматривается как модель стабильного вакуума чистой теории Янга–Миллса с топологическим вырождением в пространстве с конечным объемом.

В пределе бесконечно большого объема всюду, за исключением бесконечно малой области начала координат, рассмотренный БПС-монополь превращается в точное решение теории Янга–Миллса типа Ву–Янг монополя с конечной плотностью энергии и с ненулевым гиббсовским средним от квадрата магнитной напряженности.

Показано, что в КХД с таким вакуумом могут решаться проблемы конфайнмента, адронизации и U(1)-проблема, и дается оценка вакуумного среднего от плотности квадрата хромомагнитной напряженности из значения массы изоскалярного мезона. Обсуждается связь найденного производящего функционала теории возмущения с интегралом Фаддеева–Попова.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Lantsman L., Pervushin V. N. P2-2002-119
Monopole Vacuum in Non-Abellian Theories

We show that in the Yang–Mills theory with the Higgs spontaneous symmetry breaking by a scalar field there are the topological degeneration of the Bogomol'nyi–Prasad–Sommerfield (BPS) monopole (in the form of its Gribov copies) and an electric monopole with a new topological variable as a zero mode of the Gauss constraint.

The set of the Gribov copies of BPS monopole with a finite density of the Higgs mass is considered as a model of a stable vacuum of the pure Yang–Mills theory in finite spatial volume. The limit of the infinite volume the BPS monopole transforms into the Wu–Yang monopole with the finite energy density. From the other hand, this Wu–Yang monopole vacuum in Yang–Mills theory is obtained by the spontaneous scale symmetry breaking in the class of functions with the zero value of a topological (magnetic) charge.

The consequences of the similar monopole vacuum in QCD are considered in the form of a rising potential, topological confinement and an additional mass of η_0 meson.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *М. И. Зарубина*
Макет *Е. В. Сабаевой*

ЛР № 020579 от 23.06.97.
Подписано в печать 24.06.2002.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,38. Уч.-изд. л. 1,32. Тираж 425 экз. Заказ № 53369.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.