

P2-2002-215

В. В. Скоков, Д. В. Винник¹, С. А. Смолянский²,
В. Д. Тонеев

**РЕЛАКСАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПЛАЗМЕ,
РОЖДЕННОЙ ИЗ ВАКУУМА СИЛЬНЫМ ПОЛЕМ**

¹Институт теоретической физики, Университет г. Тюбинген,
Германия

²Саратовский государственный университет, Россия

1 Введение

Настоящая работа посвящена рассмотрению релаксационных процессов в сильно неравновесной релятивистской плазме частиц и античастиц, генерируемых из вакуума в результате действия сильных сверхкритических полей не гравитационной природы (т.е. электромагнитных или хромоэлектромагнитных). В первую очередь здесь подразумевается описание процессов рождения и предравновесной эволюции кварк-глюонной плазмы (КГП) в условиях столкновения ультрарелятивистских тяжелых ионов. Эти исследования приобретают особую актуальность в связи с планируемыми экспериментами по обнаружению КГП на суперколлайдерах нового поколения. К этому кругу проблем относится также задача о генерации и релаксации электрон-позитронной плазмы, образующейся в экстремальных условиях в ряде астрофизических (в конусах аккреции нейтронных звезд, при взрыве сверхновых) и космологических объектов, а также в экспериментальных условиях, например на установках типа рентгеновских лазеров на свободных электронах (XFEL), строительство которых планируется в ближайшем будущем в Германии (DESY) и США (SLAC)[1].

Описание таких сильно неравновесных систем основано, как правило, на релятивистской кинетической теории. В последующем мы будем различать начальную, сильно неравновесную стадию и последующую, локально равновесную (или квазиравновесную), когда для описания системы достаточно сокращенного набора переменных гидродинамического типа, таких как температура, химический потенциал, гидродинамическая скорость и т.д. [2, 3]. Мы ограничимся рассмотрением пространственно-однородных систем, что позволяет, в частности, игнорировать диссипативные эффекты, обусловленные пространственной дисперсией (например, затухание Ландау).

В приближении пространственной однородности задачи основное кинетическое уравнение (КУ), одновременно учитывающее как процессы вакуумного рождения частиц и их аннигиляцию, так и процессы столкновений, может быть записано в виде

$$\frac{df(\vec{p}, t)}{dt} = C(\vec{p}, t) + S(\vec{p}, t), \quad (1.1)$$

где $f(\vec{p}, t)$ – одночастичная функция распределения, $C(\vec{p}, t)$ – интеграл столкновений (ИС), обеспечивающий перераспределение частиц по энергии и импульсу в результате столкновений; наконец, $S(\vec{p}, t)$ – ”источник”, описывающий изменение числа частиц в результате вакуумного туннелирования в сильном нестационарном поле (нестационарный механизм Швингера). Динамическому обоснованию квантовой релятивистской кинетической теории

посвящено большое количество обзорных работ (например, [4, 5]). Спецификой систем, рассматриваемых в настоящей работе, является необходимость учета сверхкритических нестационарных квазиклассических полей (внешних и/или внутренних), способных вызвать вакуумное рождение частиц. В принципе, введение столь сильных полей может привести к неаддитивному действию механизмов рассеяния и вакуумного туннелирования. Действительно, хорошо известно [3, 6], что введение сильных полей может оказать заметное влияние на процесс рассеяния частиц. Ниже столь сложные ситуации не рассматриваются. Более того, аддитивное действие этих механизмов в правой части КУ (1.1) в настоящее время имеет лишь полуфеноменологическое обоснование: функционалы $S(\vec{p}, t)$ и $C(\vec{p}, t)$ удается получить на строгой динамической основе в рамках определенных модельных предположений только порознь. Совместный динамический учет этих механизмов в КУ представляет собой одну из актуальных задач релятивистской кинетической теории.

Структура источника $S(\vec{p}, t)$ обсуждается в разделе 2. В разделе 3 рассмотрен релятивистский аналог ИС Ландау (квантовый вариант ИС Беляева – Будкера), а также его свойства и модификации для ряда частных случаев. Именно этот ИС будет положен ниже в основу изучения диссипативных процессов релятивистской плазмы в сверхкритических полях. Использование этого ИС предполагает, что плотность порожденной из вакуума плазмы не очень велика. Особенно подробно в этом разделе исследован случай, соответствующий геометрии модели цветковых трубок (ФТМ), в которой до настоящего времени использовалось лишь приближение времени релаксации, выбор которого оставался произвольным [7-11]. В данной работе сделан первый шаг на пути решения этой проблемы на уровне количественной теории, обоснованной динамически.

В разделе 4 обсуждается проблема устранения расходимостей ИС в инфракрасной области. В разделе 5 получена регуляризованная система обыкновенных дифференциальных уравнений, к которой сводится исходное КУ. На основе полученной системы уравнений в разделе 6 проведено численное исследование диссипативных процессов в простейшей модели КГП, состоящей из безмассовых глюонов и кварков. В заключении обсуждаются основные результаты и особенности предложенного подхода.

2 Нестационарный швингеровский источник

В настоящее время единственным точно решаемым примером нестационарного швингеровского источника, полученного на строгой динамической основе, является случай КЭД-системы заряженных массивных частиц со

спином 0 или $1/2$, находящейся в пространственно-однородном нестационарном квазиклассическом электрическом поле, неизменно направленном вдоль оси x^3 , т.е. (в гамильтоновой калибровке $A^0 = 0$)

$$A^\mu = (0, 0, 0, A^3(t) = A(t)). \quad (2.1)$$

На этом этапе можно пренебречь взаимодействием между частицами, имея в виду то обстоятельство, что взаимодействие с сильным полем (2.1) много больше взаимодействия частиц между собой. В этих предположениях функция источника равна [12, 13]:

$$S^{(\pm)}(\vec{p}, t) = \frac{1}{2} W^{(\pm)}(\vec{p}, t) \int_{-\infty}^t dt' W^{(\pm)}(\vec{p}, t, t') [1 \pm 2f(\vec{p}, t')] \cos \theta(\vec{p}, t, t'), \quad (2.2)$$

где введена амплитуда, описывающая вакуумное туннелирование,

$$W^{(\pm)}(\vec{p}, t) = \frac{eE(t) P_3(t)}{\omega^2(\vec{p}, t)} \left(\frac{\epsilon_\perp}{P_3(t)} \right)^{\sigma-1} \quad (2.3)$$

с $\sigma = 1$ для бесспиновых частиц и $\sigma = 2$ для фермионов со спином $1/2$. Одночастичные полная и поперечная энергии определяются как

$$\omega^2(\vec{p}, t) = \epsilon_\perp^2 + P_3^2(t), \quad \epsilon_\perp^2 = m^2 + p_\perp^2 \quad (2.4)$$

с кинематическим импульсом $\vec{P}(t) = \vec{p} - e\vec{A}(t)$ и массой частицы m . Амплитуда $W^{(\pm)}(\vec{p}, t)$ в выражении (2.3) соответствует $W^{(\pm)}(\vec{p}, t, t')$ в соотношении (2.2) с заменой $P_3(t, t')$ на $P_3(t)$, где

$$P_3(t, t') = p_3 - e \int_{t'}^t E(\tau) d\tau \quad (2.5)$$

и $E(t) = -\dot{A}(t) \equiv -dA(t)/dt$ – напряженность электрического поля. Наконец,

$$\theta(\vec{p}, t, t') = 2 \int_{t'}^t d\tau \omega(\vec{p}, \tau) \quad (2.6)$$

представляет собой разность динамических фаз в моменты времени t и t' .

Обзор свойств и некоторых приложений КУ (1.1) в бесстолкновительном приближении с источником (2.2) можно найти в работах [14, 15].

Для последующего исследования важно заметить, что источник (2.2) и соответствующая функция распределения $f(\vec{p}, t)$ инвариантны относительно замены $p_3 \rightarrow -p_3$ и $A(t) \rightarrow -A(t)$, а в поперечном направлении не зависят от ориентации вектора \vec{p}_\perp , т.е.

$$f(\vec{p}, t) = f(p_\perp, p_3, t). \quad (2.7)$$

Использование источника (2.2) для описания рождения КГП при столкновении ультрарелятивистских тяжелых ионов привело к обнадеживающим результатам [15]. Некоторым объяснением эффективности источника, полученного в рамках КЭД, может служить метод абелевых проекций [16, 17], который в квантовой $SU(N)$ глюодинамике приводит к струноподобным решениям (см. также [18], где непертурбативными методами получен линейный qq -потенциал).

3 Аналог интеграла столкновений Ландау

Аналог ИС Ландау описывает парные столкновения частиц с медленно убывающим на больших расстояниях взаимодействием, что для большинства рассеивающихся частиц позволяет ограничиться столкновениями с малыми изменениями импульса [19]. Помимо хрестоматийного случая плазмы электрически заряженных частиц сюда же можно отнести и некоторые режимы КГП. Например, в пертурбативном приближении сечение глюон-глюонного упругого рассеяния равно [20]:

$$\frac{d\sigma^{gg \rightarrow gg}}{dt} = \frac{N_c^2}{N_c^2 - 1} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{4\pi^3}{s^2} \left(3 - \frac{ut}{s^2} - \frac{us}{t^2} - \frac{st}{u^2} \right), \quad (3.1)$$

где α – бегущая константа связи, s, t, u – переменные Мандельштама; N_c – число цветовых состояний. Через число цветовых состояний можно выразить фактор вырождения в виде [21]

$$g_{gg} = 2(N_c^2 - 1). \quad (3.2)$$

Если квадрат переданного импульса

$$t = (p - p')^2 = \omega^2 - q^2 \quad (3.3)$$

мал, то доминирует третье слагаемое в правой части (3.1), обеспечивая аналогию с кулоновским рассеянием [19, 21]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = - \left(\frac{\alpha N_c}{\pi} \right)^2 \frac{(2\pi)^3}{2(N_c^2 - 1)} \frac{1}{t^2}. \quad (3.4)$$

В этом случае кварк-глюонное и кварк-кварковое сечения рассеяния соответственно в $4N_c^2/(N_c^2 - 1)$ и $8N_c^4/(N_c^2 - 1)^2$ (т.е. в 4, 5 и ≈ 10 для $SU(3)$ симметрии) раз меньше, чем глюон-глюонное сечение рассеяния [22]. Отметим, что, по результатам некоторых работ, поправки к кулоновскому потенциалу $q\bar{q}$ -взаимодействия имеют антиэкранирующий характер [23].

Релятивистский аналог ИС Ландау для невырожденной разряженной электродинамической плазмы был получен Беляевым и Будкером [19, 24]. Соответствующее обобщение для вырожденной плазмы можно найти в большом числе работ. Эти обобщения не всегда приводят к идентичным результатам (напр., [25]). Больцмановский ИС общего вида может быть записан как¹

$$C_a(\vec{p}_a, t) = \sum_b \int [dp_b][dp_c][dp_d] W_{ab \rightarrow cd} \left([1 \pm f_a(\vec{p}_a)] [1 \pm f_b(\vec{p}_b)] f_c(\vec{p}_c) f_d(\vec{p}_d) - f_a(\vec{p}_a) f_b(\vec{p}_b) [1 \pm f_c(\vec{p}_c)] [1 \pm f_d(\vec{p}_d)] \right), \quad (3.5)$$

где \pm соответствует статистикам Бозе или Ферми, квантовая амплитуда перехода имеет вид

$$W_{ab \rightarrow cd} = s \sigma^{ab \rightarrow cd}(s, t, u) \delta^{(4)}(p_a + p_b - p_c - p_d) \quad (3.6)$$

и использованы обозначения $[dp] = g(2\pi)^{-3} d^3 p$ с соответствующим фактором вырождения g .

Ниже мы ограничимся рассмотрением упругих столкновений следующих типов:

$$\frac{d\sigma^{gq \rightarrow gq}}{dt} = \frac{d\sigma^{g\bar{q} \rightarrow g\bar{q}}}{dt} = \pi \frac{\alpha_s^2}{s^2} (s^2 + u^2) \left[\frac{1}{t^2} - \frac{N_c^2 - 1}{2 N_c^2 s u} \right], \quad (3.7)$$

$$\frac{d\sigma^{qq \rightarrow qq}}{dt} = \frac{d\sigma^{\bar{q}\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}}}{dt} = \frac{\pi N_c^2 - 1}{2} \frac{\alpha_s^2}{N_c^2} \frac{s^2}{s^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} - \frac{2s^2}{3tu} \right] \quad (3.8)$$

и уже приведенного глюон-глюонного сечения (3.1), которые вносят лидирующий вклад в приближении малых переданных импульсов.

Мы будем следовать общепринятому варианту трактовки ИС (например, [26]). Это приводит к аналогу ИС Ландау для частиц сорта a . Сохраняя в сечении лишь доминирующие по переданному импульсу члены (сравни с (3.4)), ИС можно преобразовать к следующему виду:

$$C_a(\vec{p}, t) = \frac{\partial}{\partial p_\alpha} \sum_b \int [dp_b] B_{\alpha\beta}(\vec{p}, \vec{p}_b) \left[\frac{\partial f_a(\vec{p})}{\partial p_\beta} f_b(\vec{p}_b) (1 \pm f_b(\vec{p}_b)) - \frac{\partial f_b(\vec{p}_b)}{\partial p_{b\alpha}} f_a(\vec{p}) (1 \pm f_a(\vec{p})) \right]. \quad (3.9)$$

Ядро ИС (3.9) равно

$$B_{\alpha\beta}(\vec{p}_a, \vec{p}_b) = \xi_{ab} \frac{\gamma_a \gamma_b (1 - \vec{v}_a \vec{v}_b)^2}{[\gamma_a^2 \gamma_b^2 (1 - \vec{v}_a \vec{v}_b)^2 - 1]^{3/2}} \left\{ [\gamma_a^2 \gamma_b^2 (1 - \vec{v}_a \vec{v}_b)^2 - 1] \delta_{\alpha\beta} - \gamma_a^2 v_{a\alpha} v_{a\beta} - \gamma_b^2 v_{b\alpha} v_{b\beta} + \gamma_a^2 \gamma_b^2 (1 - \vec{v}_a \vec{v}_b) (v_{a\alpha} v_{b\beta} + v_{b\alpha} v_{a\beta}) \right\}, \quad (3.10)$$

¹Здесь для упрощения записи опущена явная зависимость функции распределения от времени, а суммирование проводится по всем b сортам частиц, включая сорт a .

где

$$\gamma = \omega(\vec{p}, t)/m = (1 - v^2)^{-1/2}, \quad v_\alpha = P_\alpha/\omega(\vec{p}, t). \quad (3.11)$$

Структура фактора ξ_{ab} определяется константой связи в амплитуде рассеяния частиц и логарифмическим множителем, учитывающим экранировку зарядов:

$$\xi_{ab} = 2\pi\alpha^2 G_{ab} L, \quad (3.12)$$

где коэффициент G_{ab} определяется из соответствующего сечения упругого рассеяния:

$$G_{gg} = \frac{N_c^2}{N_c^2 - 1}, \quad G_{qq} = \frac{1}{4}, \quad G_{qg} = \frac{N_c^2 - 1}{8N_c^2}. \quad (3.13)$$

Обсуждение "кулоновского" фактора L будет проведено в разделе 4.

Отметим важное соотношение: тензор $B_{\alpha\beta}$ поперечен вектору относительной скорости сталкивающихся частиц [19], т.е.

$$B_{\alpha\beta}(\vec{p}_a, \vec{p}_b) \cdot (v_{a\alpha} - v_{b\alpha}) = 0. \quad (3.14)$$

В частности, этим условием обеспечивается зануление ИС в случае равновесного состояния, когда температуры и гидродинамические скорости подсистем одинаковы (см. раздел 5). Другим важным следствием соотношения (3.14) является отсутствие "саморассеяния" частиц одного сорта в случае локально-равновесного состояния. В неравновесном состоянии эффекты "саморассеяния" могут оказаться существенными, а в случае, когда вся система состоит из частиц и античастиц одного сорта (как в случае электрон-позитронной плазмы), "саморассеяние" является единственным механизмом, обеспечивающим стремление системы к равновесию.

Очевидными свойствами ИС (3.9) являются также сохранение числа частиц

$$\int [dp] C_a(\vec{p}, t) = 0 \quad (3.15)$$

и сохранение энергии-импульса системы

$$\int [dp] \vec{p} C_a(\vec{p}, t) = \vec{0}, \quad \int [dp] \omega(\vec{p}, t) C_a(\vec{p}, t) = 0. \quad (3.16)$$

ИС (3.9) описывает изменение числа частиц в импульсном пространстве как в результате диффузии, так и вследствие действия сил трения:

$$C_a(\vec{p}_a, t) = \frac{\partial}{\partial p_{a\alpha}} \left[D_{\alpha\beta}^a(\vec{p}_a, t) \frac{\partial f_a}{\partial p_{a\beta}} \right] - \frac{\partial}{\partial p_{a\alpha}} [A_\alpha^a(\vec{p}_a, t) f_a(1 \pm f_a)], \quad (3.17)$$

где тензор диффузии и сила трения равны соответственно¹

$$D_{\alpha\beta}^a(\vec{p}_a, t) = \sum_b \int [dp_b] B_{\alpha\beta}(\vec{p}_a, \vec{p}_b) f_b (1 \pm f_b), \quad (3.18)$$

$$A_\alpha^a(\vec{p}_a, t) = \sum_b \int [dp_b] B_{\alpha\beta}(\vec{p}_a, \vec{p}_b) \frac{\partial f_b}{\partial p_{b\beta}}. \quad (3.19)$$

Прямая подстановка в КУ (1.1) источника (2.2) и аналога ИС Ландау в форме (3.9) или (3.17) приводит к серьезным трудностям при попытке численного анализа процессов, основанных на использовании КУ (1.1). По этой причине представляют интерес различные частные случаи ИС (3.9) с ядром (3.10).

3.1 Рассеяние безмассовых глюонов

В безмассовом для обоих партнеров пределе имеем $v, v' \rightarrow 1$; $\gamma^{-1}, (\gamma')^{-1} \rightarrow 0$. При этом ядро (3.10) факторизуется:

$$B_{\alpha\beta}^{gg}(\vec{p}, \vec{p}') = \xi_{gg} [(1 - \vec{v}\vec{v}')\delta_{\alpha\beta} + v_\alpha v'_\beta + v'_\alpha v_\beta]. \quad (3.20)$$

Дополнительные упрощения можно получить в случаях, когда функция распределения глюонов обладает той или иной симметрией.

В случае сферической симметрии в силу соотношения (3.14), которое остается справедливым для ядра (3.20), ИС обращается в нуль (отсутствие саморассеяния в локально-равновесном состоянии). При понижении симметрии функции распределения ядро (3.20) формирует нетривиальный ИС. В ФТМ при действующем продольном поле (2.1) функция распределения имеет структуру (2.7). Тогда компоненты тензора диффузии (3.18) будут выражаться как

$$D_{ik}(\vec{p}, t) = \delta_{ik} D_\perp, \quad (3.21)$$

$$D_\perp(\vec{p}, t) = D^{(+)}(t) - v_3 D_3^{(+)}(t), \quad D_{33}(\vec{p}, t) = D^{(+)}(t) + v_3 D_3^{(+)}(t), \quad (3.22)$$

$$D_{k3}(\vec{p}, t) = v_k D_3^{(+)}(t), \quad (3.23)$$

где

$$D^{(+)} = \xi_{gg} \int d^3 p' f' (1 + f'), \quad (3.24)$$

$$D_3^{(+)} = \xi_{gg} \int d^3 p' v'_3 f' (1 + f'). \quad (3.25)$$

Здесь $i, k = 1, 2$ соответствуют поперечному направлению и $v_\alpha = p_\alpha/p$, так как $\omega(\vec{p}, t) = p$. Сила трения (3.19) пропорциональна скорости и равна

$$A_\alpha(\vec{p}, t) = -v_\alpha \mathcal{A}(t), \quad \mathcal{A}(t) = 2\xi_{gg} \int [dp'] \frac{f'}{p'}. \quad (3.26)$$

¹Ниже используется очевидное сокращенное обозначение для функции распределения $f_b \equiv f_b(\vec{p}_b, t)$.

В итоге ИС (3.17) принимает вид

$$C_{gg}(\vec{p}, t) = D_{\perp}(\vec{p}, t)\Delta_{\perp}f + D_{33}(\vec{p}, t)\frac{\partial^2 f}{\partial p_3^2} + \frac{2}{p}D_3^{(+)}(t)\left[\frac{\partial f}{\partial p_3} + p_{\perp}\frac{\partial^2 f}{\partial p_{\perp}\partial p_3}\right] + \\ + \mathcal{A}(t)\frac{1}{p}\left[2 + p_{\perp}\frac{\partial}{\partial p_{\perp}} + p_3\frac{\partial}{\partial p_3}\right]f(1+f), \quad (3.27)$$

где

$$\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial p_{\perp}^2} + \frac{1}{p_{\perp}}\frac{\partial}{\partial p_{\perp}}. \quad (3.28)$$

В случае отсутствия продольного поля симметрия задачи повышается: система сохраняет инвариантность относительно отражения $p_3 \rightarrow -p_3$. В геометрии ФТМ этому соответствует анизотропное аксиально-симметричное распределение (ср. (2.7))

$$f(\vec{p}, t) = f(p_{\perp}, p_{\parallel}, t) \quad (3.29)$$

с $p_{\parallel} = |p_3|$. При этом коэффициент диффузии (3.26) обращается в нуль, что приводит к значительному упрощению ИС (3.27):

$$C_{gg}(\vec{p}, t) = D^{(+)}(t)\Delta(p_{\perp}, p_{\parallel})f + \mathcal{A}(t)\frac{1}{p}\left[2 + p_{\perp}\frac{\partial}{\partial p_{\perp}} + p_{\parallel}\frac{\partial}{\partial p_{\parallel}}\right]f(1+f), \quad (3.30)$$

где

$$\Delta(p_{\perp}, p_{\parallel}) = \Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial p_{\parallel}^2}. \quad (3.31)$$

ИС (3.30) совпадает с ИС, полученным в работе [27] и исследованным в работе [21]. Приближение времени релаксации для ИС (3.30) рассмотрено в работе [28]. Отметим, что ИС (3.27) и (3.30) точно следуют из соотношений (3.9), (3.10) для общего ИС.

3.2 Рассеяние кварков и безмассовых глюонов

В случае gq -рассеяния ($\gamma^{-1} = 0, (\gamma')^{-1} \neq 0$) ядро (3.10) также значительно упрощается:

$$B_{\alpha\beta}^{gq}(\vec{p}, \vec{p}', t) = \xi_{gq}\left[(1 - \vec{v}\vec{v}')\delta_{\alpha\beta} + v_{\alpha}v'_{\beta} + v'_{\alpha}v_{\beta} - \frac{v_{\alpha}v_{\beta}}{\gamma'^2(1 - \vec{v}\vec{v}')}\right], \quad (3.32)$$

где теперь $v_{\alpha} = p_{\alpha}/p$ и $v'_{\alpha} = p'_{\alpha}/\omega'$. Ядро $B_{\alpha\beta}^{gq}(\vec{p}, \vec{p}', t)$, соответствующее рассеянию кварков на глюонах, можно теперь получить из ядра (3.32) заменой $\vec{v} \leftrightarrow \vec{v}'$. В обоих случаях последнее слагаемое в правой части (3.32) нарушает факторизацию ядра, что сильно затрудняет проведение численных

исследований. Зависимость тензора диффузии и силы трения от скорости перестает быть полиномиальной.

В приложении А ИС с ядром (3.32) записан в цилиндрической системе координат, что позволило аналитически выполнить интегрирование по азимутальному углу.

Чтобы упростить ситуацию, можно факторизовать ядро приближенно. Если, например, система состоит из двух сортов частиц, сильно различающихся по массе, то можно ожидать, что в неравновесных условиях это приведет к заметному различию среднеквадратичных скоростей частиц разного сорта, т.е.

$$\overline{v^2} \gg \overline{v'^2}, \quad (3.33)$$

если $m \ll m'$. В частности, для ядра (3.32) в линейном по v'_α приближении получим

$$B_{\alpha\beta}^{gq}(\vec{p}, \vec{p}', t) = \xi_{gq} [(1 - \vec{v}\vec{v}')\delta_{\alpha\beta} + v_\alpha v'_\beta + v'_\alpha v_\beta - v_\alpha v_\beta (1 + \vec{v}\vec{v}')]. \quad (3.34)$$

На этой основе запишем компоненты тензора диффузии в низшем неисчезающем по v'_α приближении:

$$\begin{aligned} D_{\perp}^{gq}(\vec{p}, t) &= (1 - \frac{1}{2}v_{\perp}^2) D^{(-)}(t), \\ D_{33}^{gq}(\vec{p}, t) &= (1 - v_3^2) D^{(-)}(t), \\ D_{k3}^{gq}(\vec{p}, t) &= -v_3 v_k D^{(-)}(t), \end{aligned} \quad (3.35)$$

где теперь

$$D^{(-)}(t) = \xi_{gq} \int d^3p' f'_q (1 - f'_q) \quad (3.36)$$

с функцией распределения кварков f_q . Сила трения по-прежнему линейно зависит от скорости по формуле типа (3.26):

$$A^{gq}(t) = 4\xi_{gq} \int [dp'] \frac{f'_q}{\omega(p')}. \quad (3.37)$$

Подстановка (3.35)-(3.37) в (3.17) приводит к следующему gq -ИС:

$$\begin{aligned} C_{gq}(\vec{p}, t) &= \frac{1}{p^2} D(t) \left[(p^2 - \frac{1}{2}p_{\perp}^2) \Delta_{\perp} f_g - 2p_3 p_{\perp} \frac{\partial^2 f_g}{\partial p_{\perp} \partial p_3} + p_{\perp}^2 \frac{\partial^2 f_g}{\partial p_3^2} - \right. \\ &\quad \left. - p_3 \left(3 - \frac{p_3^2}{p^2} \right) \frac{\partial f_g}{\partial p_3} - p_{\perp} \frac{f_g}{p_{\perp}} \right] + \frac{1}{p} A^{gq}(t) \left[2f_g(1 + f_g) + p_{\alpha} \frac{\partial}{\partial p_{\alpha}} f_g(1 + f_g) \right]. \end{aligned} \quad (3.38)$$

В системе, состоящей из глюонов и кварков, полный ИС глюонной подсистемы содержит gg -ИС (3.27) и gq -ИС (3.38):

$$C_g(\vec{p}, t) = C_{gg}(\vec{p}, t) + C_{gq}(\vec{p}, t). \quad (3.39)$$

Аналогично конструируется полный ИС для кварков:

$$C_q(\vec{p}, t) = C_{gq}(\vec{p}, t) + C_{qq}(\vec{p}, t) \quad (3.40)$$

с кварк-глюонным qg -ИС $C_{gq}(\vec{p}, t)$, построенным по описанному выше рецепту на основе ядра (3.34), в котором необходимо выполнить замену $\vec{v} \leftrightarrow \vec{v}'$. В минимальном по v_α приближении имеем

$$B_{\alpha\beta}^{qq}(\vec{p}', t) = \xi_{qg} \Delta_{\alpha\beta}(\vec{v}'), \quad (3.41)$$

где $\Delta_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - v'_\alpha v'_\beta$ – проекционный оператор ($v'^2 = 1$). В результате получим

$$\begin{aligned} D_\perp^{qg}(t) &= \frac{1}{2} \xi_{qg} \int [dp'] (2 - v_\perp'^2) f'_g (1 + f'_g), \\ D_{33}^{qg}(t) &= \xi_{qg} \int [dp'] (1 - v_3'^2) f'_g (1 + f'_g), \\ D_{k3}^{qg}(t) &= 0. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Сила трения не зависит от скорости и направлена вдоль цветовой трубки,

$$\mathcal{A}_\alpha(t) = \delta_{\alpha 3} \mathcal{A}_3(t), \quad (3.43)$$

$$\mathcal{A}_3(t) = 2\xi_{qg} \int [dp'] \frac{f'_g}{p'} v'_3. \quad (3.44)$$

Окончательно qg -ИС принимает вид

$$C_{qg}(\vec{p}, t) = D_\perp^{qg}(t) \Delta_\perp f_g + D_{33}^{qg}(t) \frac{\partial^2 f_g}{\partial p_3^2} - \mathcal{A}_3(t) \frac{\partial}{\partial p_3} f_g (1 - f_g). \quad (3.45)$$

Последнее слагаемое в (3.40) описывает эффекты саморассеяния в кварковой подсистеме. Помимо упрощения, вводимого требованием (2.7), соответствующий ИС $C_{qq}(\vec{p}, t)$ уже не допускает упрощения и поэтому наиболее сложен для численного анализа.

3.3 Рассеяние в системе, состоящей из двух сортов кварков

Вакуумное рождение тяжелых кварков затруднено по сравнению с рождением легких кварков. Однако рассеяние тяжелых кварков интересно само по себе в связи с оценками потерь энергии c -кварков [29].

Запишем ядро ИС (3.10) в системе заряженных частиц, сильно различающихся по массе (например, в системе, состоящей из легких (l) и тяжелых (h) кварков). В линейном приближении к уравнению (3.31) получим

$$B_{\alpha\beta}^{lh} = \xi_{lh} \frac{1}{v} \left(\left[1 + \frac{\vec{v}\vec{v}'}{v^2} (1 - 2v^2) \right] \delta_{\alpha\beta} - \frac{v_\alpha v_\beta}{v^2} \left[1 + (3 - 2v^2) \frac{\vec{v}\vec{v}'}{v^2} \right] \right), \quad (3.46)$$

что приводит к следующему ИС для легких частиц:

$$C_{lh}(\vec{p}, t) = \frac{2}{v} D^{(-)}(t) \left[\frac{v_3^2}{v^2} \frac{\partial^2 f_l}{\partial p_1^2} - \frac{p_3}{p^2} \frac{\partial f_l}{\partial p_3} + \frac{v_1^2}{v^2} \frac{\partial^2 f_l}{\partial p_3^2} - 2v_1 v_3 \frac{\partial^2 f_l}{\partial p_3 \partial p_1} \right] + \quad (3.47)$$

$$+ \frac{2}{4p} \mathcal{A}^3(t) \left[2 + \frac{1}{v^2} (p_\perp \frac{\partial}{\partial p_\perp} + p_3 \frac{\partial}{\partial p_3}) \right] f_l (1 - f_l), \quad (3.48)$$

где введены обозначения (3.34), (3.35) с функциями распределения тяжелых частиц. ИС тяжелых кварков имеет вид

$$C_{hl}(\vec{p}, t) = D_\perp(t) \left[\frac{\partial^2 f_h}{\partial p_1^2} + \frac{1}{p_1} \frac{\partial f_h}{\partial p_1} \right] + D_3(t) \frac{\partial^2 f_h}{\partial p_3^2} - \mathcal{A}_3(t) \frac{\partial}{\partial p_3} f_h (1 - f_h), \quad (3.49)$$

где теперь

$$\begin{aligned} D_\perp(t) &= 2\xi_{lh} \int [dp] \frac{v_3^2}{v^3} f_l (1 - f_l), \\ D_3(t) &= 2\xi_{lh} \int [dp] \frac{v_1^2}{v^3} f_l (1 - f_l), \\ \mathcal{A}_3(t) &= 4\xi_{lh} \int [dp] \frac{v_3^2}{v^3} f_l. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Таким образом, в последнем случае сила трения не зависит от скорости в рассматриваемом приближении.

4 Проблема инфракрасной расходимости в ИС

Рассмотрим теперь вопрос об определении кулоновского логарифма в (3.12), что физически соответствует учету влияния среды на сечения рассеяния партонов. В релятивистской области реализуется борновская ситуация, так что при малых константах связи имеем

$$\frac{\alpha^2}{v_{\text{отн}}} \ll 1, \quad (4.1)$$

если среднеквадратичная относительная скорость $v_{\text{отн}} \sim 1$. Тогда кулоновский логарифм будет равен [19]

$$L = \ln(p_T r_D), \quad (4.2)$$

где r_D – дебаевский радиус, а p_T – тепловой импульс

$$p_T^2 = g(2\pi)^{-3} \int d^3p p^2 f(\vec{p}, t). \quad (4.3)$$

До сих пор не вводилось никаких ограничений на структуру функций распределения, кроме общих свойств симметрии (2.7) или (3.29). По этой

причине полученные выше ИС пригодны для описания сильно неравновесных состояний, возникающих в условиях ФТМ в результате вакуумного туннелирования заряженных частиц в сверхкритических хромозлектрических полях. Подобный подход, по-видимому, является единственно возможным при описании начальной стадии эволюции рождающейся плазмы. Позднее формируется квазиравновесное распределение с равным нулю химическим потенциалом (локальное распределение Ютнера)

$$f_{eq}(\vec{p}, t) = [\exp(\beta(t) p^\mu u_\mu(t)) \pm 1]^{-1}, \quad (4.4)$$

где $\beta(t) = 1/T(t)$ – обратная температура, а u^μ – гидродинамическая скорость, которая в условиях ФТМ может быть представлена в виде

$$u^\mu = u^0(1, 0, 0, u), \quad u^0 = (1 - u^2)^{-1/2}. \quad (4.5)$$

Оба гидродинамических параметра $\beta(t)$ и $u(t)$ находятся из соответствующих условий самосогласования для энергии и импульса системы.

$$\varepsilon(t) \equiv \int [dp] \omega(\vec{p}, t) f_r(\vec{p}, t) = \int [dp] \omega(\vec{p}, t) f_{eq}(\vec{p}, t), \quad (4.6)$$

$$\Pi(t) \equiv \int [dp] P_3(t) f_r(\vec{p}, t) = \int [dp] P_3(t) f_{eq}(\vec{p}, t), \quad (4.7)$$

где $f_r(\vec{p}, t)$ – регуляризованная функция распределения (см. раздел 5). Подставив в (4.3) квазиравновесное распределение $f_{eq}(\vec{p}, t)$, получим

$$p_T = \frac{1}{\pi} T^2 \sqrt{\frac{1}{2} g T F_4^\pm(\beta m)}, \quad (4.8)$$

где¹

$$F_4^\pm(\beta m) = \int_0^\infty \frac{dx x^4}{\exp \sqrt{(\beta m)^2 + x^2} \pm 1}. \quad (4.9)$$

Радиус дебаевского экранирования в $SU(N)$ глюдинамике вычислялся во многих работах ([30]-[37]) и равен

$$r_D = \frac{1}{\sqrt{2} m_D} = \frac{1}{2T} \sqrt{\frac{3}{2\pi\alpha N_c}}, \quad (4.10)$$

где ”дебаевская масса” глюона m_D имеет динамическое происхождение и отражает влияние окружающих глюонов. Заметим, что помимо динамической массы глюоны, в принципе, также могут обладать собственной массой $m_g < 600$ МэВ (эта граница устанавливается как следствие отсутствия

¹Приведем значения этих интегралов в безмассовом пределе: в отсутствие вырождения $F_4^\pm = 4!$; при наличии вырождения $F_4^+ = \frac{45}{2}\zeta(5)$, $F_4^- = 24\zeta(5)$, где $\zeta(x) = \sum_{i=1}^\infty \frac{1}{i^x}$ ($\zeta(5) \simeq 1,036927755$).

прямого экспериментального проявления m_g ; возможные источники ее возникновения обсуждались в [38, 39]).

Подставив (4.8) и (4.11) в (4.2), получим значение кулоновского логарифма для глюонного газа

$$L_g = \ln \left(\frac{T}{4\pi} \sqrt{\frac{3(N_c^2 - 1) T F_4^-(0)}{N_c \pi \alpha}} \right). \quad (4.11)$$

ИС (3.9), (3.10) справедлив и для сильно неравновесных процессов. Однако его практическое использование нуждается либо в доопределении кулоновского логарифма, который теперь будет зависеть от самой функции распределения, либо в замене аналога ИС Ландау на более общий аналог ИС Ленарда – Балеску, учитывающий динамическую поляризацию плазмы [40-42]. Кроме того, известны примеры, когда значение L в сильно неравновесном состоянии фиксируется на основе модельных представлений, основанных на стремлении избежать расходимости в сечении рассеяния (3.1) в области предельно малых значений переданного импульса t [20, 27]. Этот выбор параметра L не имеет, однако, динамического обоснования, содержит в себе значительный произвол и является, по существу, подгоночным параметром.

Радиус дебаевского экранирования в неравновесном состоянии можно вычислить по кинетической теории по формуле (4.10), определяя массу "одетого" глюона соотношением [35-37]

$$m_D^2 = -\frac{\alpha_S N_c}{\pi^2} \lim_{|\vec{q}| \rightarrow 0} \int d^3 p \frac{|\vec{p}|}{\vec{q} \cdot \vec{p}} \vec{q} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} f(t, \vec{p}). \quad (4.12)$$

5 Регуляризованное уравнение для самосогласованной задачи

Кинетическое уравнение (1.1) с источником (2.2) и ИС (3.9) представляет собой нелинейное интегродифференциальное уравнение немарковского типа. Исследование КУ крайне затруднено вследствие сложной аналитической структуры источника (2.2), содержащего под интегралом быстро осциллирующую динамическую фазу (2.6). Для того чтобы преобразовать КУ с источником к дифференциальной форме, введем две вещественные функции [14]:

$$v(\vec{p}, t) = \int_{t_0}^t dt' W^{(\pm)}(\vec{p}, t) [1 \pm 2f(\vec{p}, t')] \cos(\theta(\vec{p}, t, t')), \quad (5.1)$$

$$u(\vec{p}, t) = \int_{t_0}^t dt' W^{(\pm)}(\vec{p}, t) [1 \pm 2f(\vec{p}, t')] \sin(\theta(\vec{p}, t, t')), \quad (5.2)$$

где использованы обозначения, определенные в разделе 2.

Используя эти обозначения, на основе КУ (1.1) с источником (2.2) получим замкнутую систему дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций f, v, u :

$$\begin{aligned}\frac{df(\vec{p}, t)}{dt} &= \frac{1}{2}W^{(\pm)}(\vec{p}, t) v(\vec{p}, t) + C(\vec{p}, t), \\ \frac{dv(\vec{p}, t)}{dt} &= W^{(\pm)}(\vec{p}, t) (1 \pm 2f(\vec{p}, t)) - 2\omega(\vec{p}, t) u(\vec{p}, t), \\ \frac{du(\vec{p}, t)}{dt} &= 2\omega(\vec{p}, t) v(\vec{p}, t).\end{aligned}\tag{5.3}$$

Таким образом, введение ИС сводится к аддитивной добавке ИС (3.9) в первое уравнение системы (5.3). При этом \vec{p} следует рассматривать как параметр.

Во многих задачах (например, при столкновении ультрарелятивистских тяжелых ионов) внешнее (хромо)электрическое поле выполняет роль иницирующего импульса, вызывающего вакуумное рождение частиц. Процессы рождения становятся причиной возникновения в системе тока вакуумной поляризации и тока проводимости, что влечет за собой появление внутреннего (хромо)электрического поля. Для описания таких процессов требуется рассматривать самосогласованную задачу. Мы воспользуемся простейшим методом – приближением среднего поля [43].

Уравнение Максвелла для внутреннего поля имеет вид

$$\dot{E}_{in}(t) = -j(t).\tag{5.4}$$

Внутренний ток $j(t)$ определяется суммой тока проводимости и тока вакуумной поляризации:

$$j(t) = j_{cond}(t) + j_{pol}(t),\tag{5.5}$$

где

$$j_{cond} = 2ge \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{P_3(t)}{\omega(\vec{p}, t)} f(\vec{p}, t),\tag{5.6}$$

$$j_{pol} = ge \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{P_3(t)}{\omega(\vec{p}, t)} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{P_3(t)} \right)^{\sigma-1} v(\vec{p}, t).\tag{5.7}$$

Хорошо известно, что вакуумные средние содержат в себе ультрафиолетовые расходимости и для их устранения необходимо воспользоваться процедурой регуляризации [15]. Процедура построения контрчленов осуществляется разложением функций f, v, u в асимптотические ряды по отри-

цательным степеням импульса. Выполнив регуляризацию в системе уравнений (5.3), получим следующие лидирующие вклады:

$$f^c = \left[eE(t) \frac{P_3(t)}{4p^3} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{P_3(t)} \right)^{\sigma-1} \right]^2, \quad v^c = e\dot{E}(t) \frac{P_3(t)}{4p^4} \left(\frac{\epsilon_{\perp}}{P_3(t)} \right)^{\sigma-1}. \quad (5.8)$$

Интеграл столкновений Ландау не дает вклада в лидирующий член f_4 в отличие от модельного интеграла столкновений в приближении времени релаксации [11]. Это является следствием того, что асимптотика ядра (3.10)

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} B_{\alpha\beta} \sim p^0. \quad (5.9)$$

Поэтому лидирующий вклад интеграла столкновений определяется производной $\partial f / \partial p$. В этом смысле он эквивалентен силовому члену в левой части КУ, который не дает вклада в f_4 . Таким образом, для устранения ультрафиолетовой расходимости в вакуумных средних (4.6), (4.7), (5.6), (5.7) достаточно вычесть соответствующий лидирующий вклад, т.е. провести замену $f \rightarrow f - f^c$ и $v \rightarrow v - v^c$, что эквивалентно перенормировке константы связи [43].

6 Численное исследование предравновесной эволюции в абелевой модели КГП

В общем случае численный анализ диссипативных процессов в релятивистской плазме, основанный на использовании аналога ИС Ландау, оказывается очень сложным и в настоящее время либо допускает монте-карловские методы оценок [44], либо основывается на некоторых модельных ситуациях, частично рассмотренных выше. В обсуждаемом подходе ситуация дополнительно осложняется необходимостью учета источника (2.2) вакуумного рождения частиц. Рассмотрим некоторые частные случаи.

6.1 Однокомпонентная глюонная плазма без источника

Наиболее простой случай был проанализирован в работе [21] при рассмотрении релаксации в глюонной плазме от заданного начального сильно неравновесного состояния. Начальное распределение выбиралось в виде экспоненциальной аппроксимации распределения Краснитца - Венугопалана

$$f(\vec{p}, t = 0) = c \delta(p_3) \theta(Q_s^2 - p_{\perp}^2),$$

где $c = 0, 1$, а $Q_s = 2$ ГэВ. Если признаком достижения равновесия считать изотропизацию функции распределения системы, то, как было показано

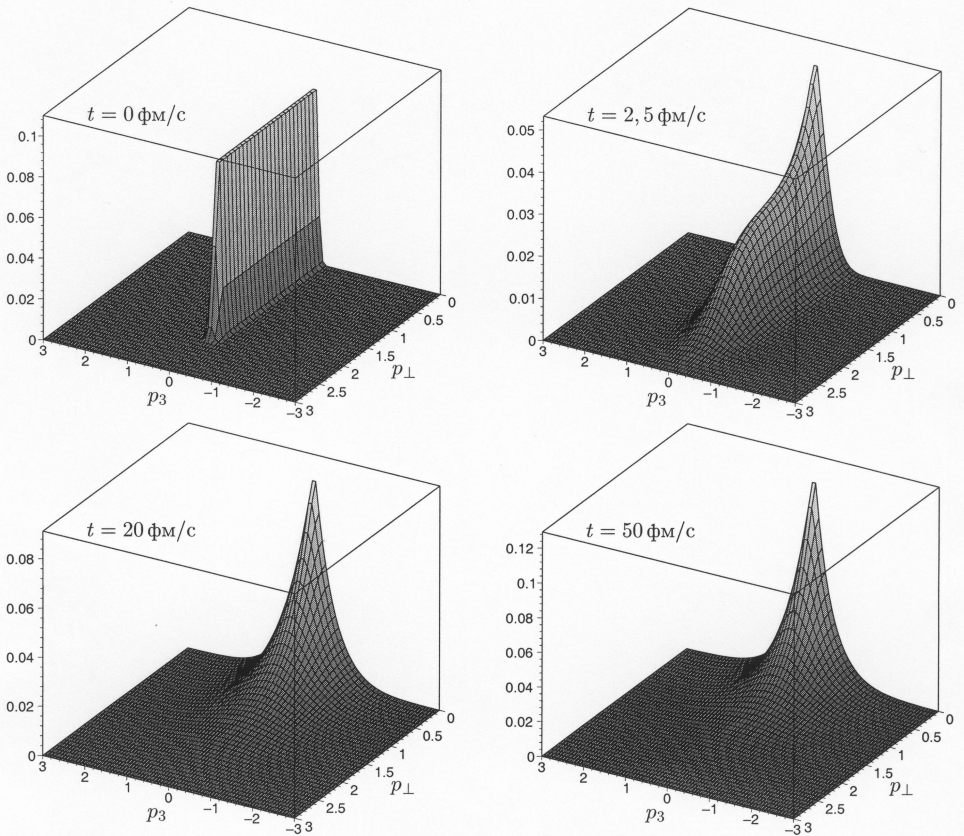


Рис. 1. Эволюция функции распределения глюонов

в работе [21], релаксация происходит медленно и равновесие достигается только в асимптотическом пределе.

Наши результаты с использованием начального условия Краснитца - Венугопалана находятся в качественном согласии с [21]. При $\alpha = 0,3$ термализация наступает на временах порядка 20 фм/с (см. рис. 1 и 2). Это значение много больше ожидаемых значений, которые колеблются в пределах от 1 до 5 фм/с. Таким образом, полное равновесие возможно лишь в асимптотической области, что лучше видно на примере временной эволюции поперечного и продольного давления, представленного на рис. 2. Такой результат обусловлен в основном малой передачей импульса в элементарном акте рассеяния в ИС типа (3.27). Увеличение кулоновского логарифма приводит к заметному сокращению времени релаксации.

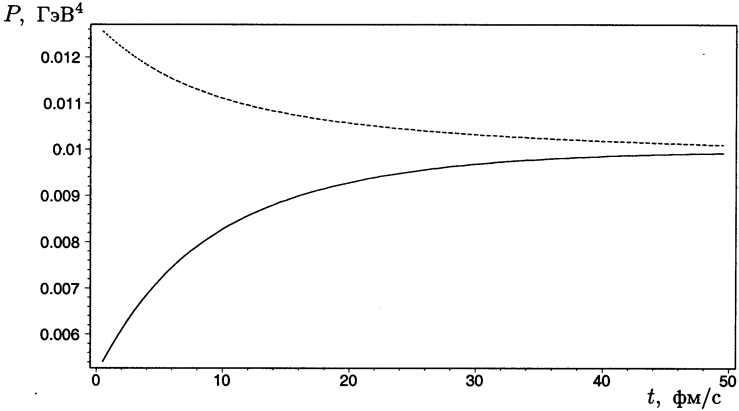


Рис. 2. Временная эволюция поперечного (пунктирная линия) и продольного (сплошная линия) давления в глюонной системе без источника

Как известно, в равновесии обе компоненты давления равны

$$P_L^{eq} = P_T^{eq} = \frac{1}{3}\varepsilon_{eq}, \quad (6.1)$$

где ε определяется по формуле (4.6), а компоненты давления, записанные с учетом эффектов вакуумного туннелирования и поляризации, выражаются через функцию распределения следующим образом [45]:

$$P_L(t) = \int [dp] \left[\frac{P_3^2}{\omega_+(\vec{p}, t)} (f_g(\vec{p}, t) - f_g^c(\vec{p}, t)) + \left(\frac{P_3^2}{2\omega(\vec{p}, t)} - \frac{\omega(\vec{p}, t)}{6} \right) (v_g(\vec{p}, t) - v_g^c(\vec{p}, t)) \right], \quad (6.2)$$

$$P_T(t) = \frac{1}{2} \int [dp] \left[\frac{(\varepsilon_{\perp})^2}{\omega(\vec{p}, t)} (f_g(\vec{p}, t) - f_g^c(\vec{p}, t)) + \left(\frac{(\varepsilon_{\perp})^2}{2\omega(\vec{p}, t)} - \frac{\omega(\vec{p}, t)}{3} \right) (v_g(\vec{p}, t) - v_g^c(\vec{p}, t)) \right], \quad (6.3)$$

где также использованы контрчлены (5.6). В рассматриваемом случае отсутствия эффектов вакуумного рождения все слагаемые кроме первого в правой части соотношений (6.2) и (6.3) исчезают.

6.2 Однокомпонентная глюонная плазма с источником

Для описания вакуумного рождения и аннигиляции глюонной материи будем использовать источник (2.2). В этом случае мы не будем задавать начальную функцию распределения, предполагая, что все частицы рождаются под действием сверхкритического самосогласованного поля, заданного в начальный момент времени. При этом мы введем следующее модельное

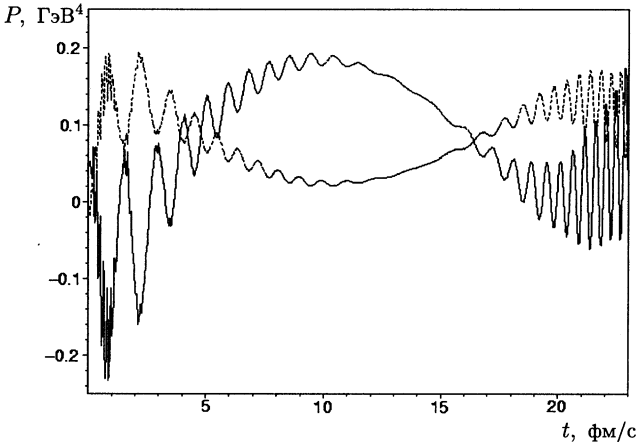


Рис. 3. Временная эволюция продольного (сплошная линия) и поперечного давления (пунктирная линия) в однокомпонентной глюонной плазме

предположение (это делается для того, чтобы избежать инфракрасной катастрофы при описании вакуумного рождения безмассовых частиц): пусть рождающиеся глюоны имеют конечную массу (массу "одетого" глюона). Далее предположим, что, ускоренные хромозлектрическим полем, глюоны теряют свою массу и наиболее эффективно взаимодействуют при больших импульсах и пренебрежимо малых массах, что можно грубо описать

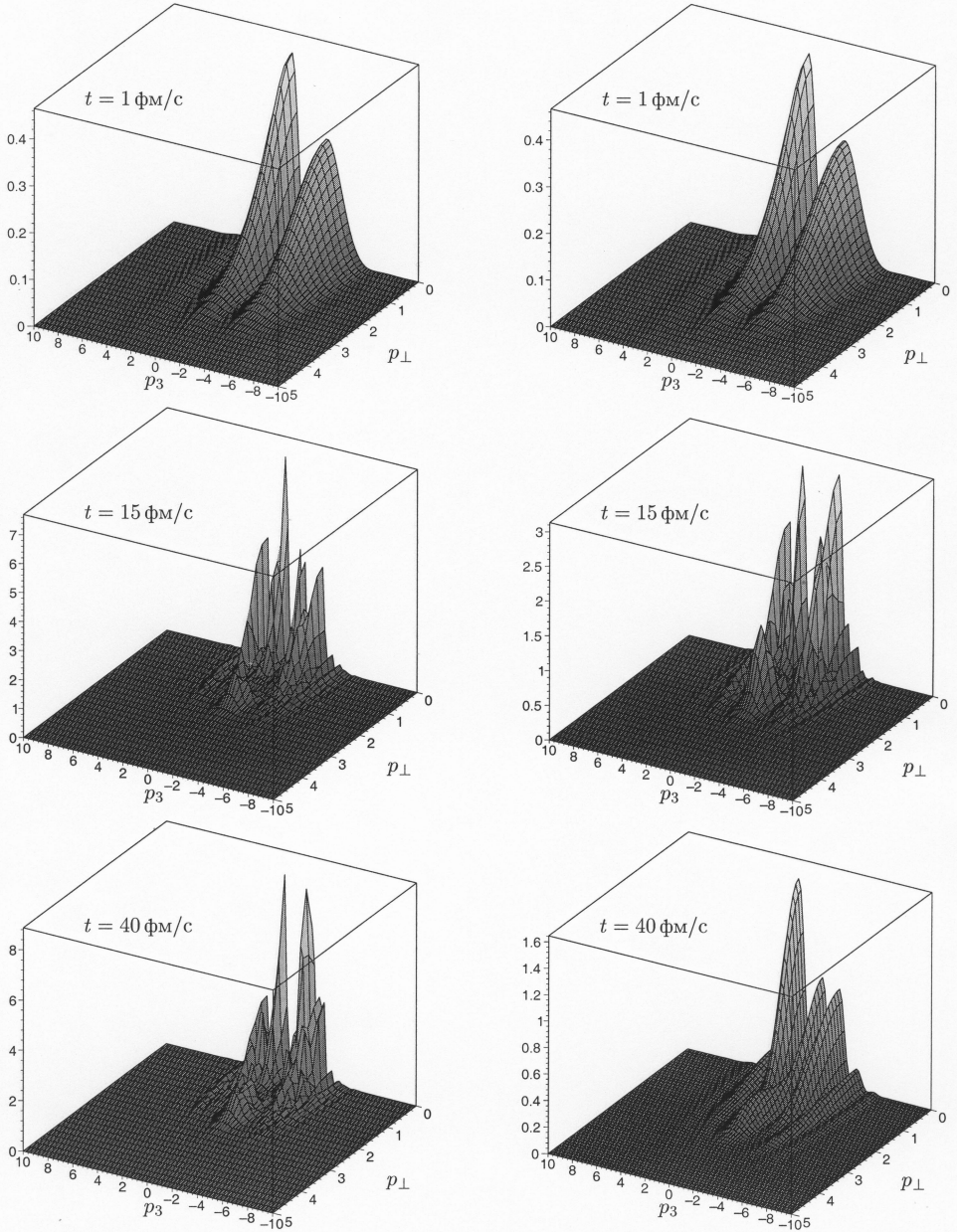


Рис. 4. Эволюция функций распределения глюонной плазмы с учетом процессов рождения и обратной реакции (слева) и с дополнительным учетом столкновительных процессов (справа)

ИС (3.27), полученным на основе использования упругого сечения рассеяния в приближении одноглюонного обмена. Результаты, приведенные на рис. 3 и полученные на основе (6.2) и (6.3), показывают, что такая модель не дает разумных времен релаксации к локальному равновесию. Такой же вывод можно сделать из анализа эволюции функции распределения, представленной на рис. 4. Это можно объяснить грубостью модели, пренебрежением многими существенными процессами, такими как экспансия, неоднородность поля, неупругие рассеяния и т.д. Для феноменологической оценки влияния этих эффектов в плотной плазме можно ввести в несколько раз увеличенный кулоновский логарифм L . Но и модифицированная таким образом модель не приводит к быстрому установлению квазиравновесного состояния.

6.3 Двухкомпонентная плазма

При численном исследовании двухкомпонентной модели КГП возникают существенные трудности, связанные в первую очередь с ограниченностью процессорного времени. В данной работе мы представляем только предварительные результаты по двухкомпонентной плазме. Постановка задачи соответствует связанной системе двух КУ типа (1.1). При этом включается более эффективный механизм рассеяния на подкомпоненте партнера. Здесь также используется описанное выше модельное предположение об изменении массы кварков и глюонов.

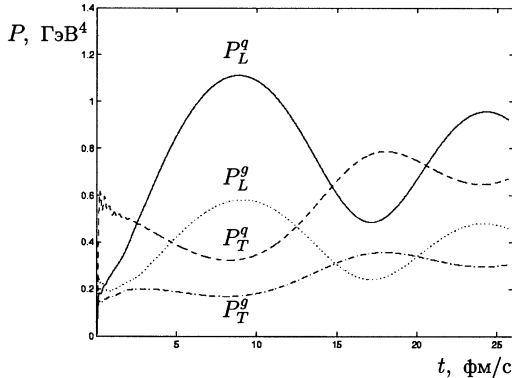


Рис. 5. Временная эволюция поперечного P_T и продольного давления P_L для двухкомпонентной плазмы кварков и глюонов

Вновь, как и в случае однокомпонентной плазмы, система не демонстрирует четкой квазиравновесной динамики (см. рис. 5), хотя появляется перспектива достижения глобального равновесия на больших време-

нах $tm_g \sim 50$, что выражается в тенденции к выравниванию продольного и поперечного давления отдельно для каждой подсистемы плазмы.

7 Заключение

В настоящей работе впервые была предпринята попытка выйти на динамический уровень описания диссипативных процессов в плазме, состоящей из частиц и античастиц, порожденных из вакуума сверхкритическим квазиклассическим абелевым полем. В качестве первого шага в этом направлении был выбран ИС Беляева – Будкера, записанный с учетом возможного вырождения системы. Основанием для такого выбора является поведение пертурбативного сечения партонного рассеяния (3.1) в области малых переданных импульсов, которое позволяет использовать аналогию с кулоновским рассеянием.

Область применимости ИС (3.17)-(3.19) ограничена малой плотностью системы. По этой причине его использование является оправданным, например, при описании неравновесных свойств электрон-позитронной плазмы малой плотности. Однако совершенно очевидно, что при описании сильно неравновесной КГП в условиях соударения ультрарелятивистских тяжелых ионов ИС Беляева – Будкера может уже не быть адекватным инструментом, поскольку плотность плазмы достигает значения комптоновской плотности или превосходит его. Это приводит к тому, что в этих условиях ИС (3.17)-(3.19) не обеспечивает достаточно быстрого достижения квазиравновесного состояния. Следует заметить, что само приближение Ландау к общему ИС Больцмана не является плохим приближением для рассеяния пертурбативных партонов, однако присутствие члена $\partial f/\partial p$ в правой части КУ Ландау вызывает серьезные трудности при его численном решении для больших начальных энергий. Невозможность достижения равновесия в партонной плазме отмечена также в недавней работе [46], где больцмановское уравнение с полным ИС и без источника решалось методом Монте-Карло. Чтобы получить разумные оценки времени релаксации, даже при точном решении ИС оказалось необходимым увеличить в несколько раз значения "кулоновского" логарифма (5.7). Это можно объяснить феноменологическим учетом как упругих рассеяний, так и рождения новых партонов, а также вкладом нептурбативных партонов, что не отражается использованными сечениями (3.1),(3.7). Таким образом, учет новых диссипативных механизмов представляет собой весьма актуальную задачу на пути адекватного описания релаксационных процессов в сильно неравновесной плотной КГП.

Авторы благодарны Д. Блашке и А.В. Прозоркевичу за внимание к работе и полезные дискуссии. Работа выполнена при частичной поддержке Министерства образования РФ в области фундаментального образования (грант Е00-3.3-20). В.В. Скоков благодарен фонду Эйлера за финансовую поддержку.

Приложение А

ИС (3.32) в случае цилиндрической симметрии

В случае цилиндрической симметрии ИС (3.17) - (3.19) можно записать в следующем виде:

$$C_{gq}(p_3, p_\perp, t) = \frac{\partial}{\partial p_\perp} \left(D_\perp \frac{\partial f}{\partial p_\perp} \right) + \frac{\partial}{\partial p_3} \left(D_3 \frac{\partial f}{\partial p_3} \right) + \frac{\partial}{\partial p_\perp} \left(D_{\perp 3} \frac{\partial f}{\partial p_3} \right) + \frac{\partial}{\partial p_3} \left(D_{3\perp} \frac{\partial f}{\partial p_\perp} \right) - \frac{\partial}{\partial p_\perp} (\mathcal{A}_\perp f(1 \pm f)) - \frac{\partial}{\partial p_3} (\mathcal{A}_3 f(1 \pm f)). \quad (\text{A.1})$$

Соответствующие коэффициенты диффузии равны

$$D_A(p_3, p_\perp, t) = 2\pi\xi_{gq} \sum \int_{-\infty}^{\infty} dp'_3 \int_0^{\infty} dp'_\perp p'_\perp d_A(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) f'(1 \pm f), \quad (\text{A.2})$$

где

$$d_\perp(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = 1 - v_3 v'_3 - v_\perp^2 F, \quad (\text{A.3})$$

$$d_3(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = 1 + v_3 v'_3 - v_3^2 F, \quad (\text{A.4})$$

$$d_{\perp 3}(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = d_{3\perp} = v_\perp v'_3 + v'_\perp v_3 + v_\perp v_3 F, \quad (\text{A.5})$$

где, в свою очередь,

$$F(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = -\gamma'^{-2} \left[(1 - v_3 v'_3)^2 - v_\perp^2 v_\perp'^2 \right]^{-1/2}. \quad (\text{A.6})$$

Силы продольного и поперечного трения равны соответственно

$$\mathcal{A}_A(p_3, p_\perp, t) = 2\pi\xi_{gq} \sum \int_{-\infty}^{\infty} dp'_3 \int_0^{\infty} dp'_\perp p'_\perp a_A(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t), \quad (\text{A.7})$$

где

$$a_3(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = \left[v_3 v'_\perp + \frac{v_3}{v'_\perp \gamma'^2} (1 + \gamma'^2 (v_3 v'_3 - 1) F) \right] \frac{\partial f'}{\partial p'_\perp} + v_3 v'_3 (1 - F) \frac{\partial f'}{\partial p'_3}, \quad (\text{A.8})$$

$$a_\perp(v_3, v_\perp; v'_3, v'_\perp; t) = \left[v_\perp v'_\perp + \frac{v_\perp}{v'_\perp \gamma'^2} (1 + \gamma'^2 (v_3 v'_3 - 1) F) \right] \frac{\partial f'}{\partial p'_\perp} - v_\perp v'_3 F \frac{\partial f'}{\partial p'_3}. \quad (\text{A.9})$$

Нижний индекс A фиксирует тот или иной набор символов \perp и 3 .

Заметим, что для численного исследования проблемы представляют интерес некоторые частные случаи полученных выражений, иллюстрирующих поведение системы в характерных направлениях в импульсном пространстве, например, $p_3 = 0, p_\perp \neq 0$ или $p_3 \neq 0, p_\perp = 0$. В этих случаях полученные выражения значительно упрощаются. Поскольку при gq -рассеянии $v_3^2 + v_\perp^2 = 1$, для выбранных направлений получим: если $v_3 = 0, v_\perp = 1$,

$$d_\perp(0, 1; v'_3, v'_\perp; t) = 1 - (1 - v'_\perp)^{-1/2} \gamma'^{-2}, \quad (\text{A.10})$$

$$d_3(0, 1; v'_3, v'_\perp; t) = 1, \quad (\text{A.11})$$

$$d_{\perp 3}(0, 1; v'_3, v'_\perp; t) = v'_3, \quad (\text{A.12})$$

$$a_3(0, 1; v'_3, v'_\perp; t) = 0, \quad (\text{A.13})$$

$$a_\perp(0, 1; v'_3, v'_\perp; t) = \left[v'_\perp + \frac{1}{v'_\perp \gamma'^2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - v'^2_\perp}} \right) \right] \frac{\partial f'}{\partial p'_\perp}; \quad (\text{A.14})$$

если $v_3 = 1, v_\perp = 0$,

$$d_\perp(1, 0; v'_3, v'_\perp; t) = 1 - v'_3, \quad (\text{A.15})$$

$$d_3(1, 0; v'_3, v'_\perp; t) = 1 + v'_3 - (1 - v'_3)^{-1/2} \gamma'^{-2}, \quad (\text{A.16})$$

$$d_{\perp 3}(1, 0; v'_3, v'_\perp; t) = v'_\perp, \quad (\text{A.17})$$

$$a_3(1, 0; v'_3, v'_\perp; t) = v'_\perp \frac{\partial f'}{\partial p'_\perp} + v'_3 \left(1 - \frac{1}{\gamma'^2(1 - v'_3)} \right) \frac{\partial f'}{\partial p'_3}, \quad (\text{A.18})$$

$$a_\perp(1, 0; v'_3, v'_\perp; t) = 0. \quad (\text{A.19})$$

Для qg -рассеяния $v_3^2 + v_\perp^2 \neq 1$ и в выбранных направлениях зависимость от импульса участвующего в рассеянии кварка остается, но она оказывается, как правило, факторизованной.

Список литературы

- [1] A. Ringwald, *Phys. Lett.* **B510**, 107 (2001); R.A. Alkofer et al., *Phys. Rev. Lett.* **87**, 193902 (2001).
- [2] D.N. Zubarev, *Non-Equilibrium Statistical Thermodynamic*, Plenum Press, New York (1974).
- [3] D.N. Zubarev, V.G. Morozov, and G. Röpke, *Statistical Mechanics of Non-equilibrium Processes*, Vol. 1,2. Akademie Verlag GmbH, Berlin, 1996, 1997.
- [4] S.R. de Groot, W.A. Leeuwen, and Ch.G. van Weert, *Relativistic Kinetic Theory (Principles and Application)*. North-Holland Publ. Comp., Amsterdam - New York - Oxford (1980).
- [5] S.A. Smolyansky, A.V. Prozorkevich, G. Maino, and S.G. Mashnik *Ann. Phys.* **277**, 193 (1999).
- [6] P.X. Амиров, С.А. Смолянский и Л.Ш.Шехтер, *ТМФ* **21**, 247 (1974).
- [7] G. Baym, *Phys. Lett.* **B138**, 18 (1984).
- [8] G. Gatov, *Phys. Rev.* **D36**, 114 (1987).
- [9] J.M. Eisenberg, in "Hot and Dense Nuclear Matter", Ed. by W.Greiner et al., Plenum, N-Y., p.333 (1994).
- [10] G.C. Nayak and V.Ravichankar, *Phys. Rev.* **D55**, 6877 (1997); *Phys. Rev.* **C58**, 356 (1998); R.S. Bhalerao and V.Ravichankar, *Phys. Lett.* **B409**, 38 (1997).
- [11] D.V. Vinnik, A.V. Prozorkevich, S.A. Smolyansky, V.D. Toneev, M.B. Hecht, C.D. Roberts, and S.M. Schmidt, *Eur. Phys. J. C* **22**, 341 (2001) [arXiv:nucl-th/0103073].
- [12] S.A. Smolyansky, G.Röpke, S.M. Schmidt, D.Blashke, V.D. Toneev, and A.V. Prozorkevich, GSI - Preprint -97- 92, Darmstadt (1997).
- [13] S.A. Smolyansky, G.Röpke, S.M. Schmidt, D.Blashke, V.D. Toneev, and A.V. Prozorkevich, *Int. J. Mod. Phys.* **E7**, 709 (1998).
- [14] Д.В. Винник, В.А. Мизерный, А.В. Прозоркевич, С.А. Смолянский и В.Д. Тонеев, *Препринт ОИЯИ* P2-2000-85, Дубна (2000).
- [15] Д.В. Винник, В.А. Мизерный, А.В. Прозоркевич, С.А. Смолянский и В.Д. Тонеев, *ЯФ*, **64**, 836 (2001).

- [16] G. Hooft, *Nucl. Phys.* **B190**, 455 (1981).
- [17] Д.А. Комаров и М.Н. Чурнодуб, *Письма в ЖЭТФ*, **68**, 109 (1998).
- [18] Ю.А. Симонов, *Письма в ЖЭТФ*, **69**, 471 (1999).
- [19] Е.М. Lifshiz and L.P. Pitaevskii, *Physical Kinetic*, Pergamon Press (1981).
- [20] А.Н. Mueller, *Nucl. Phys.* **B572**, 227 (2000).
- [21] J. Bjoraken and R. Venugopalan, hep-ph/0008294.
- [22] H. Heiselberg and X.-N. Wang, *Phys. Rev.* **C53**, 1982 (1996).
- [23] E. Bagen et al., *Physical Variables in Gauge Theories*, Dubna (2000).
- [24] С.Т. Беляев и Г.Н. Будкер, *ДАН СССР* **107**, 807 (1956).
- [25] А.Ф. Александров, Л.С. Богданкевич и А.А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, "Высшая школа", М. (1978).
- [26] М.С.Ј. Leermakers and Ch.Сr. Van Weert, *Physica A* **134**, 577 (1986).
- [27] А.Н. Mueller, *Phys. Lett.* **B475**, 220 (2000).
- [28] J. Serreau and D. Schiff, hep-ph/0104072 (2001).
- [29] R. Baier, Y.L. Dokshitzer, А.Н. Mueller, and D. Schiff, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **50** (2000) 37.
- [30] N.P. Landsman and Ch.G.van Weert, *Phys. Rep.* **145**, 141 (1987).
- [31] J.I. Kapusta, *Nucl. Phys.* **B148**, 461 (1979).
- [32] R.D. Morley and M.B. Kislinger, *Phys. Rep.* **51**, 63 (1979).
- [33] E.V. Shuryak, *Phys. Rep.* **61**, 71 (1980).
- [34] D.J. Gross, R.D. Pisarski, and L.G. Yaffe, *Rev. Mod. Phys.* **53**, 43 (1981).
- [35] T.S. Biro, B.Müller, and X.-N. Wang, *Phys. Lett.* **B283**, 171 (1992).
- [36] K.J. Eskola, B.Müller, and X.-N. Wang, *Phys. Lett.* **B374**, 21 (1996).
- [37] L. Kadonoff and G. Byam, *Quantum Statistical Mechanics: Green's Function Method in Equilibrium and Nonequilibrium Problems*, Addison-Wisley Publ. Co., Advanced Book Program (1989).
- [38] K. Cahill, hep-ph/9812312(1998).
- [39] Д.В. Ширков, *ЯФ*, **62**, 2082 (1999).

- [40] В.П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов*, Наука, М. (1971).
- [41] В.-Д. Крефт, Д. Кремп, В. Эбелинг и Г.Рёпке, *Квантовая статистика систем заряженных частиц*, "Мир", М. (1988).
- [42] Р. Балеску, *Статистическая механика заряженных частиц*, "Мир", М. (1967).
- [43] J.C. Bloch, V.A. Mizerny, A.V. Prozorkevich, C.D. Roberts, S.M. Schmidt, S.A. Smolyansky, and D.V. Vinnik, *Phys. Rev. D* **60**, 116011 (1999) [arXiv:nucl-th/9907027].
- [44] В.С. Барашенков и В.Д. Тонеев, *Взаимодействия высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами*, "Атомиздат", М. (1972).
- [45] D.V. Vinnik, R. Alkofer, S.M. Schmidt, S.A. Smolyansky, V.V. Skokov, and A.V. Prozorkevitch, *Few Body Syst.* **32**, 23 (2002) [arXiv:nucl-th/0202034].
- [46] G.R. Shin and M. Müller, arXiv:nucl-th/0207041.

Получено 18 сентября 2002 г.

Скоков В. В. и др.

P2-2002-215

Релаксационные процессы в релятивистской плазме,
рожденной из вакуума сильным полем

Рассмотрен процесс релаксации в релятивистской плазме, состоящей из частиц и античастиц, порожденных сверхкритическим квазиклассическим абелевым полем из вакуума. Эволюция кварк-глюонной плазмы описывается кинетическим уравнением с источником и столкновительным интегралом, записанным в форме интеграла Беляева–Будкера с пертурбативными сечениями рассеяния партонов. Учтен процесс обратного влияния рожденных частиц на генерирующее поле. Численное решение системы уравнений не приводит к быстрому установлению квазиравновесного состояния в обсуждаемых физических системах. Для получения разумных оценок времени релаксации кварк-глюонной плазмы необходимо в несколько раз увеличить значения сечений, что эффективно отвечало бы учету радиационных пертурбативных процессов и влиянию рассеяния нептурбативных партонов.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

Перевод авторов

Skokov V. V. et al.

P2-2002-215

Relaxation Processes in Relativistic Plasma Created
from Vacuum by a Strong Field

We consider a relaxation process in relativistic plasma of particles and antiparticles created from vacuum by a supercritical classical Abelian field. Quark-gluon plasma evolution is described by the kinetic equation with a source term and collisional integral in the Belyaev–Budker form with perturbative cross sections for parton scatterings. The back reaction of created partons on the generating field is taken into account. Being solved numerically, the set of equations does not result in a fast attainment of a quasi-equilibrium state for systems under discussion. To get a reasonable estimate for the relaxation time of quark-gluon plasma, one needs to increase the cross sections several times that would effectively correspond to accounting for radiative perturbative processes and scatterings of nonperturbative partons, as well.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *А. Н. Шабашова*
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 02.12.2002.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,6. Уч.-изд. л. 2,0. Тираж 425 экз. Заказ № 53637.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/