

P9-2002-266

Н. Ю. Казаринов, В. И. Казача, И. В. Калагин, А. Галл\*

**МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ЭМИТТАНСА  
ИОННОГО ПУЧКА  
В КАНАЛЕ ИНЖЕКЦИИ ЦИКЛОТРОНА DC-72  
С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ОБЪЕМНОГО ЗАРЯДА  
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СКАНЕРА  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПУЧКА**

---

\*Словацкий технический университет, Братислава

В работе [1] была изложена методика измерения поперечного эмиттанса пучка ионов в канале инжекции циклотрона DC-72 градиентным методом. Было показано, что для токов пучков более 100 мкА погрешность восстановления эмиттанса пучка резко возрастает и для токов ~700 мкА составляет величину порядка 80%. В данной работе измерение поперечных размеров пучка предлагается проводить с помощью стандартного сканера [2,3]. Приводятся формулы для определения среднеквадратичных размеров пучка по токовым сигналам с иглы сканера. Предложена методика восстановления эмиттанса для аксиально-симметричных сильнооточных пучков, у которых уже существует учет собственного кулоновского заряда пучка. В работе предлагается алгоритм настройки квадрупольных линз в канале инжекции циклотрона DC-72 для получения аксиально-симметричного пучка ионов. Проведены оценки ожидаемой точности восстановления эмиттанса предложенной методикой.

## 1. Сканер

Сканер состоит из вращающейся иглы, согнутой по спирали по поверхности цилиндра радиуса  $R$ . Угол намотки спирали  $\varphi = 45^\circ$ . При вращении игла пересекает пучок ионов в двух направлениях. Если ось сканера образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с поперечными осями канала, то игла за один оборот пересекает пучок в горизонтальном и вертикальном направлениях (см. рис. 1). Ионы пучка попадают на иглу сканера, и ток, созданный ими, стекает с иглы через систему измерения.

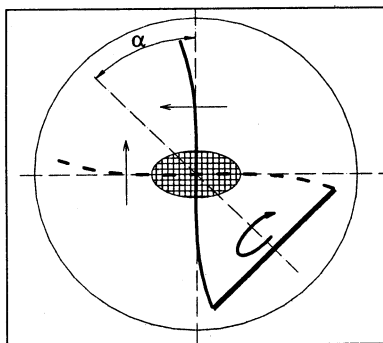


Рис. 1. Сканер, установленный под углом  $\alpha = 45^\circ$

Основные параметры сканера:

– диаметр иглы $d$	1.5 мм;
– радиус вращения иглы $R$	45 мм;
– частота вращения иглы $f$	38.4 об/мин (0.64 Гц);
– период вращения $T$	1.56 с;
– диапазон измеряемых токов с иглы $J$	10 нА ÷ 200 мкА;
– частота измерения сигнала со сканера $\nu$	200 Гц.

Игла сканера – половина периода винтовой спирали, шаг которой равен  $2\pi R$ . При  $\alpha = 0$ , в момент пересечения иглой оси пучка, проекция иглы на плоскость поперечного сечения пучка является частью синусоиды на отрезке  $[-\pi/2, \pi/2]$ . На рис. 2 представлены проекции иглы сканера на плоскость пучка (центр иглы движется равномерно вдоль оси абсцисс со скоростью  $2\pi Rf$ ).

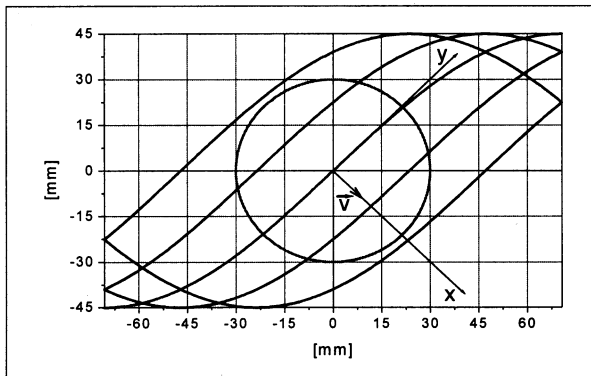


Рис. 2. Проекция иглы сканера на плоскость поперечного сечения пучка в различные моменты времени

В процессе работы измеряются токовые сигналы с иглы сканера  $I_i$  через равные промежутки времени  $t_i$ . Время между двумя последовательными измерениями  $\Delta t = 1/\nu = 5$  мс. Время самого процесса считывания сигнала с иглы на три порядка меньше  $\Delta t$ .

Оценим величину  $I_i$  для произвольного распределения плотности заряда ионов по сечению пучка  $Ze \cdot N_l \rho(x, y)$ . Здесь  $Ze$  – заряд иона,  $N_l$  – линейная плотность пучка. Прямоугольная система координат  $(x, y)$  выбрана так, что ось  $Oy$  направлена вдоль иглы сканера (рис.2). При этом считается, что функция  $\rho(x, y)$  нормированна:

$$\int_{x^2+y^2 \leq R^2} \rho(x, y) dx dy = 1. \quad (1)$$

На цилиндрической поверхности радиуса  $R$ , по которой изогнута игла сканера, функция  $\rho(x, y)$  равна нулю. Поэтому во всех дальнейших вычислениях пределы интегрирования могут быть взяты  $(-\infty, +\infty)$ .

Величина сигнала  $I_i$  в момент времени  $t_i$  определяется как

$$I_i = I \cdot \int_{S_i(t_i)} \rho(x, y) dx dy, \quad (2)$$

где  $S_i(t_i)$  – область поперечного сечения пучка, перекрываемая иглой в момент измерения  $t_i$ ,  $I$  – ток пучка. Для прямолинейной иглы область  $S_i(t_i)$  прямоугольная:

$$(x_0(t_i) - d/2 \leq x \leq x_0(t_i) + d/2; -\infty < y < +\infty) \quad (3)$$

и величины  $I_i$  отображают распределение плотности пучка по координате  $x$ :

$$I_i = I \int_{x_0(t_i) - \frac{d}{2}}^{x_0(t_i) + \frac{d}{2}} dx \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, y) dy \cong I d \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x_0(t_i), y) \cdot dy. \quad (4)$$

Ожидаемая картина сигналов, полученная со сканера при гауссовом распределении плотности пучка с диаметром, равным 13 мм, показана на рис. 3.

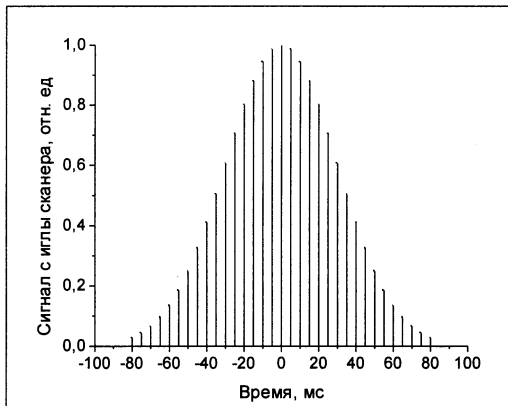


Рис. 3. Картина сигналов со сканера

Положение центра распределения  $\bar{t}$  и величина  $\bar{t}^2$  находятся как

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i \cdot I_i}{\sum_{i=1}^N I_i}, \quad \bar{t}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N t_i^2 \cdot I_i}{\sum_{i=1}^N I_i}. \quad (5)$$

Тогда дисперсия  $\sigma_t^2$  сигнала, измеренного с иглы сканера, равна:

$$\sigma_t^2 = \bar{t}^2 - (\bar{t})^2. \quad (6)$$

Дисперсия пространственного распределения плотности пучка  $\sigma_x^2$  связана с найденной по результатам измерений величиной  $\sigma_t^2$  соотношением

$$\sigma_x^2 = v^2 \cdot \sigma_t^2. \quad (7)$$

Здесь  $v$  – линейная скорость иглы сканера (рис.2) при ее движении через пучок:

$$v = 2\pi \cdot R \cdot f \cdot \cos \varphi \approx 12.8 \text{ см/с}. \quad (8)$$

## 2. Алгоритм настройки триплетов квадрупольных линз в канале аксиальной инжекции циклотрона DC-72

Схема канала аксиальной инжекции ионов водорода показана на рис.4. На участке канала после 90<sup>0</sup>-го поворотного магнита M90 фокусировка пучка осуществляется соленоидальными магнитными линзами, имеющими аксиальную симметрию распределения магнитного поля. При повороте аксиальная симметрия пучка нарушается, что может привести к дополнительным потерям пучка в области инфлектора I. Для восстановления симметрии пучка после поворота в канале предусмотрена установка триплета квадрупольных линз Q1H, Q2, Q3.

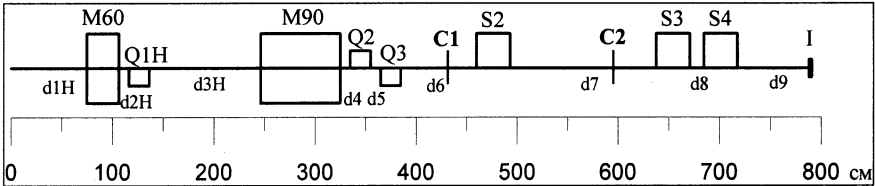


Рис. 4. Схема канала аксиальной инжекции ионов водорода в циклотроне DC-72. M60 и M90 – поворотные магниты, Q1H, Q2 и Q3 – квадрупольные линзы, S2-4 – соленоиды, d – прямолинейные промежутки, C1 и C2 – сканеры, I – инфлектор

В расчете оптимальных градиентов линз использовались следующие условия согласования на входе в соленоид S2:

$$\beta_x = \beta_y; \quad \alpha_x = \alpha_y \quad (9)$$

в случае транспортировки пучка ионов водорода и

$$R_x = R_y \quad (10)$$

в случае транспортировки ионов, получаемых в ЭЦП-источнике. Здесь  $\beta$  и  $\alpha$  – значения параметров Твисса,  $R$  – матрица перехода от начала канала до точки согласования. Отличие условий согласования связано с величиной среднего аксиального момента импульса

$$J = \overline{xy'} - \overline{yx'} \quad (11)$$

В источнике «multi-casp», используемом для получения ионов водорода, отсутствует продольное магнитное поле, поэтому можно считать, что  $J = 0$ . В ЭЦП-источнике, который используется при инжекции ионов тяжелых элементов, продольное магнитное поле отлично от нуля. Поэтому на выходе из источника величина аксиального момента импульса  $J \neq 0$ . Это приводит к взаимосвязи движения частиц в поперечных фазовых плоскостях  $\{x, x'\}$ ,  $\{y, y'\}$  и к увеличению числа условий согласования. Условия (9) эквивалентны равенству размеров пучка и их производных по длине. Условия (10) сохраняют аксиальную симметрию

пучка, если матрица перехода системы фокусирующих элементов состоит только из диагональных блоков  $R_x$  и  $R_y$ .

На практике при настройке канала можно будет оперировать только измеряемыми характеристиками пучка, например, поперечными среднеквадратичными размерами, которые явно входят только в условие равенства  $\beta$ -функций (9). Поэтому вместо условий (9), (10) для нахождения оптимальных градиентов линз необходимо использовать условия, связывающие между собой только среднеквадратичные поперечные размеры пучка.

Одним из возможных условий является минимум следующей комбинации среднеквадратичных величин, инвариантной относительно поворотов системы координат:

$$[\text{Tr}(M_{xx})]^2 - 4 [\text{Det}(M_{xx})] = \min, \quad (12)$$

где  $\text{Tr}$  означает след матрицы,  $\text{Det}$  – ее определитель, а элементами матрицы  $M_{xx}$  являются пространственные моменты второго порядка

$$M_{xx} = \begin{pmatrix} \overline{x^2} & \overline{xy} \\ \overline{xy} & \overline{y^2} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Согласно определению (13) условие согласования (12) может быть представлено в следующем виде:

$$(\overline{x^2} - \overline{y^2})^2 + 4 (\overline{xy})^2 = \min. \quad (14)$$

В численных расчетах достаточно поставить условия согласования (14) в нескольких точках, разнесенных по длине канала так, чтобы набег фазы бетатронных колебаний между двумя точками был не слишком мал, и расположенных в области после квадрупольных линз. Число таких точек  $N$  должно быть не меньше числа варьируемых параметров элементов канала ( $N \geq 2$  – для канала транспортировки ионов водорода,  $N \geq 3$  – для канала транспортировки ионов тяжелых элементов).

В канале аксиальной инжекции DC-72 измерение размеров пучка предусмотрено в двух точках, расположенных после квадрупольных линз, с помощью сканеров C1, C2 (см. рис. 4). Использование их для одновременного измерения размеров пучка невозможно, поскольку первый сканер внесет ошибку в сигналы со второго сканера. Для того чтобы увеличить число одновременных измерений среднеквадратичных размеров, их необходимо проводить при нескольких значениях индукции магнитного поля в соленоиде S2, так, как это предлагается осуществить в градиентном методе измерения эмиттанса пучка с помощью соленоида S2. Варьирование индукции соленоида S2 не нарушает возможную аксиальную симметрию пучка, но меняет набег фазы бетатронных колебаний между входом в соленоид и точкой измерения C2. Это эквивалентно смещению точки измерения по тракту канала.

Сканер дает возможность одновременного измерения среднеквадратичных размеров пучка в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. Дисперсии сигналов со сканера, как это было показано выше, определяют дисперсии

пространственного распределения плотности в двух взаимно-перпендикулярных направлениях. К сожалению, даже цифровая обработка сигнала не дает возможности одновременного нахождения всех элементов матрицы  $M_{xx}$  (13). Поэтому условие согласования (14) необходимо изменить так, чтобы оно содержало только измеряемые с помощью сканера характеристики пучка.

Пусть  $\sigma_{i1}^2$  и  $\sigma_{i2}^2$  – значения дисперсий (5), (6) сигналов при прямом и обратном прохождении иглы сканера через сечение пучка. Тогда в качестве условия согласования можно использовать следующую комбинацию параметров  $\sigma_{i1}^2$  и  $\sigma_{i2}^2$ :

$$\sum \frac{(\sigma_{i1}^2 - \sigma_{i2}^2)^2}{(\sigma_{i1}^2 + \sigma_{i2}^2)^2} \equiv \sum \frac{(\overline{x^2} - \overline{y^2})^2}{(\overline{x^2} + \overline{y^2})^2} = \min, \quad (15)$$

где суммирование проводится по числу значений поля соленоида, при которых измеряются размеры пучка.

В отличие от (14) выражение (15) не содержит в явном виде корреляционный момент  $\overline{xy}$ . Однако это не препятствует правильному нахождению параметров квадрупольных линз, поскольку (15) не инвариантно относительно поворотов системы координат, к которому приводит варьирование поля соленоида S2.

Действительно, рассмотрим преобразование величины  $\overline{x^2} - \overline{y^2}$  от входа в соленоид S2 до точки измерения C2:

$$\begin{aligned} \overline{x^2} - \overline{y^2} &= \left[ R_{11}^2 (\overline{x_0^2} - \overline{y_0^2}) + 2R_{11}R_{12} (\overline{xx'_0} - \overline{yy'_0}) + R_{12}^2 (\overline{x_0'^2} - \overline{y_0'^2}) \right] \cdot \text{Cos}2(\psi - \alpha) - \\ &- 2 \left[ R_{11}^2 \overline{xy_0} + R_{11}R_{12} (\overline{xy'_0} + \overline{x'y_0}) + R_{12}^2 \overline{x'y'_0} \right] \cdot \text{Sin}2(\psi - \alpha), \end{aligned} \quad (16)$$

где индексом «0» обозначены значения моментов на входе в соленоид. Элементы матрицы перехода рассматриваемого промежутка  $R_{11}$ ,  $R_{12}$  и угол поворота  $\psi$  даются выражениями

$$\begin{aligned} R_{11} &= \text{Cos} \psi - k \cdot L \cdot \text{Sin} \psi; & R_{12} &= (\text{Sin} \psi + k \cdot L \cdot \text{Cos} \psi) / k; \\ k &= B_s / 2B\rho; & \psi &= k \cdot l. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $B_s$ ,  $l$  – индукция магнитного поля в соленоиде и его длина,  $L$  – расстояние между соленоидом и сканером.

Из выражения (16) следует, что минимум (15), не зависящий от разности  $(\psi - \alpha)$ , достигается тогда, когда равна нулю «амплитуда» А:

$$\begin{aligned} A^2 &= \left[ R_{11}^2 (\overline{x_0^2} - \overline{y_0^2}) + 2R_{11}R_{12} (\overline{xx'_0} - \overline{yy'_0}) + R_{12}^2 (\overline{x_0'^2} - \overline{y_0'^2}) \right]^2 + \\ &+ 4 \left[ R_{11}^2 \overline{xy_0} + R_{11}R_{12} (\overline{xy'_0} + \overline{x'y_0}) + R_{12}^2 \overline{x'y'_0} \right]^2 = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

что совпадает с условием достижения минимума выражения (14).

Таким образом, в качестве условия согласования может быть взято выражение (15), однозначно определяемое при проведении измерений размеров пучка с помощью сканера, без ограничения класса допустимых решений.

Было проведено численное моделирование подбора градиентов квадрупольных линз Q2, Q3 в канале транспортировки ионов водорода с использованием условия согласования (15) при двух значениях индукции магнитного поля соленоида S2:  $B_{S2} = 1.15$  и  $1.5$  кГс. Оптимальные значения градиентов линз равны  $16.9603$  и  $-22.307$  Гс/см соответственно. Оптимальные значения, полученные с помощью условий согласования (9), равны  $16.962$  и  $-22.299$ . Относительная ошибка не превосходит  $5 \cdot 10^{-5}$ .

Использование данного алгоритма при настройке градиентов квадрупольных линз требует возможности одновременного измерения размеров пучка с помощью сканера и независимого варьирования градиентов квадрупольных линз и индукции магнитного поля соленоида S2. Оптимальные градиенты линз могут быть найдены экспериментальным подбором так, чтобы комбинация измеряемых параметров (15) равнялась нулю независимо от величины магнитного поля соленоида S2. Возможно также применение в процессе настройки методов минимизации (например, метода градиентного спуска), что потребует создания соответствующего программного обеспечения для системы управления каналом.

### 3. Измерение эмиттанса пучка ионов с большим током в канале инжекции циклотрона DC-72

Пучок ионов  ${}^2\text{H}^{1+}$  имеет следующие параметры:

- массовое число ионов	$A = 2;$
- заряд ионов	$Z = 1;$
- энергия ионов	$W = 9.2$ кэВ/нуклон;
- относительная продольная скорость ионов	$\beta_z = 4.44 \cdot 10^{-3};$
- ток пучка ионов	$I = 0 \div 1000$ мкА;
- магнитная жесткость пучка	$B\rho = 0.0265$ Тл·м;
- среднеквадратичный эмиттанс пучка	$\epsilon_{x,y} = \epsilon = 12.5 \pi$ мм·мрад.

Предполагается, что квадрупольные линзы Q2, Q3 (рис.4) настроены так, что пучок ионов является аксиально-симметричным на участке канала после линзы Q3. При измерении эмиттанса градиентным методом аксиальная симметрия пучка позволяет использовать соленоид S2 в качестве фокусирующего элемента и упрощает обработку результатов измерений для нахождения эмиттанса пучка с большим пространственным зарядом.

Для любого значения  $B_s$  величина  $\overline{x^2}$  связана с моментами  $\overline{x_0^2}$ ,  $\overline{xx_0}$  и  $\overline{x_0'^2}$  на входе в соленоид соотношением

$$\overline{x^2} = R_{11}^2 \cdot \overline{x_0^2} + 2 \cdot R_{11} \cdot R_{12} \cdot \overline{xx_0} + R_{12}^2 \cdot \overline{x_0'^2}. \quad (19)$$



При небольших токах пучка элементы матрицы перехода  $R_{11}$ ,  $R_{12}$  зависят только от параметров фокусирующей системы – величины индукции магнитного поля соленоида  $S_2$  и эффективных длин элементов (17). С помощью метода наименьших квадратов по измеренным (при нескольких величинах  $B_s$ ) значениям дисперсии  $\overline{x^2}$  восстанавливаются начальные значения среднеквадратичных величин  $\overline{x_0^2}$ ,  $\overline{xx_0}$ ,  $\overline{x_0^2}$  и по ним – среднеквадратичный эмиттанс пучка  $\varepsilon$  [1]:

$$\varepsilon = (\overline{x_0^2} \overline{x_0^2} - (\overline{xx_0})^2)^{1/2}. \quad (20)$$

При больших токах пучка элементы матрицы перехода  $R_{11}$ ,  $R_{12}$ , как это будет показано ниже, зависят от начальных значений  $\overline{x_0^2}$ ,  $\overline{xx_0}$  и  $\overline{x_0^2}$ . Однако соотношение (19) остается справедливым, что позволяет при нахождении эмиттанса пучка (20) воспользоваться методом последовательных приближений.

В аксиально-симметричном случае матрица моментов второго порядка пучка  $M$  имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} \overline{x^2} \cdot E & \overline{xx'} \cdot E \\ \overline{xx'} \cdot E & \overline{x'^2} \cdot E \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Здесь и в дальнейшем  $E$  – единичная матрица второго порядка.

Введем матрицу  $\Lambda$ , связанную моментами второго порядка  $M$  соотношением

$$M = \varepsilon \cdot \Lambda \cdot \Lambda^T, \quad (22)$$

где знак «Т» обозначает операцию транспонирования.

Изменение величин элементов матрицы  $\Lambda$  вдоль траектории пучка дается уравнением

$$\frac{d\Lambda}{ds} = A \cdot \Lambda. \quad (23)$$

Матрица  $A$  равна

$$A = \begin{pmatrix} 0 & E \\ b & 0 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

а симметричная матрица второго порядка  $b$  определяется электромагнитными полями как внешними, так и собственными [4].

В аксиально-симметричном случае матрица  $\Lambda$  может быть представлена в следующем виде:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \cdot E & \lambda_2 \cdot E \\ \lambda_1' \cdot E & \lambda_2' \cdot E \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где штрих означает производную по длине.

Матрица начальных моментов  $M_0$ , введенных согласно формуле (21), единственным образом определяет верхнетреугольную матрицу  $\Lambda_0$ :

$$M_0 = \varepsilon \Lambda_0 \Lambda_0^T; \quad \Lambda_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\gamma_0}} \cdot E & -\frac{\alpha_0}{\sqrt{\gamma_0}} \cdot E \\ 0 & \sqrt{\gamma_0} \cdot E \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Начальные значения параметров Твисса  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  и  $\gamma_0$  вводятся с помощью соотношений

$$\alpha_0 = -\frac{\overline{xx_0}}{\varepsilon}, \quad \beta_0 = \frac{\overline{x_0^2}}{\varepsilon}, \quad \gamma_0 = \frac{\overline{x_0^2}}{\varepsilon}. \quad (27)$$

Решение уравнения (23) с начальными условиями (26) позволяет определить матрицу перехода  $R$ :

$$R = \Lambda \cdot \Lambda_0^{-1}. \quad (28)$$

Матрица  $b$  при движении частиц в соленоиде равна

$$b = \begin{pmatrix} -k^2 & 0 \\ 0 & -k^2 \end{pmatrix} = -k^2 \cdot E. \quad (29)$$

В свободном от магнитного поля пространстве  $b = 0$ . С учетом собственного кулоновского поля пучка  $b \Rightarrow b + b_s$ , где

$$b_s = \frac{Z}{A} \cdot \frac{I}{I_0} \cdot \frac{1}{2 \cdot \beta_z^3 \cdot x^2} \cdot E. \quad (30)$$

Из выражений (23), (24), (29), (30) получаем следующую систему нелинейных дифференциальных уравнений для нахождения элементов матрицы  $\Lambda$ :

$$\begin{cases} \lambda_1'' + k^2 \cdot \lambda_1 - \frac{Q}{\varepsilon} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} = 0 \\ \lambda_2'' + k^2 \cdot \lambda_2 - \frac{Q}{\varepsilon} \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} = 0 \end{cases}. \quad (31)$$

Кулоновский фактор  $Q$  равен:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{Z}{A} \cdot \frac{I}{I_0 \cdot \beta_z^3}, \quad (32)$$

где  $I_0 = 3.12 \cdot 10^7$  ампер. Для тока пучка  $I = 500$  мкА получаем величину  $Q = 5.26 \cdot 10^{-5}$ .

Заметим, что система (31) имеет интеграл

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2' - \lambda_1' \cdot \lambda_2 = 1, \quad (33)$$

что может быть использовано для контроля правильности расчетов.

Согласно (26), (28) величины элементов матрицы перехода  $R_{11}$  и  $R_{12}$  определяются следующим образом:

$$R_{11} = \lambda_1 \cdot \sqrt{\gamma_0}; \quad R_{12} = \lambda_1 \cdot \frac{\alpha_0}{\sqrt{\gamma_0}} + \lambda_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{\gamma_0}}. \quad (34)$$

Таким образом, получена система уравнений, которая учитывает зависимость коэффициентов матрицы перехода от собственного кулоновского поля пучка. Вследствие нелинейности системы (31), согласно формулам (34), элементы матрицы перехода зависят от начальных значений моментов (26).

Для отработки алгоритма восстановления эмиттанса пучка были найдены зависимости дисперсии  $\sigma_x^2$  от величины  $B_s$  для начальных условий:  $\sqrt{x_0^2} = 1.52$  см и  $\alpha_0 = -16.515$ , которые соответствуют результатам моделирования транспортировки ионов  ${}^2\text{H}^{1+}$ . Система (31) с начальными условиями (26) численно интегрировалась на длине соленоида  $l$  и длине свободного промежутка  $L$  для различных значений индукции  $B_s$ . Дисперсия распределения плотности пучка  $\sigma_x^2$  в точке расположения сканера связана с матричными элементами  $\lambda_{1,2}$  соотношением (22) –  $\sigma_x^2 = \varepsilon \cdot (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$ . Полученная зависимость  $\sigma_x^2$  от  $B_s$  показана на рис. 5. Сплошная кривая соответствует току пучка  $I = 500$  мкА, пунктирная кривая –  $I = 1$  мА.

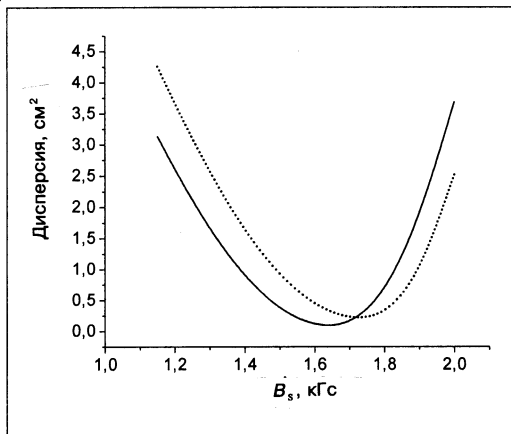


Рис. 5

Для восстановления эмиттанса пучка ионов предлагается следующий алгоритм:

1. С помощью сканера С2 измеряется зависимость дисперсии  $\sigma_x^2$  от индукции магнитного поля в соленоиде (см. рис. 5). Методом наименьших квадратов по известным значениям элементов матрицы перехода  $R_{11}^0$ ,  $R_{12}^0$  (17), соответствующим току пучка, равному нулю, определяются первые приближения  $\overline{x_1^2}$ ,  $\overline{x_1'^2}$ ,  $\overline{xx_1'}$  к значениям начальных моментов и среднеквадратичного эмиттанса  $\varepsilon_1$  (20).
2. По этим значениям определяются начальные условия (27) для интегрирования системы (31) при  $Q \neq 0$  и находится первое приближение для матричных элементов  $R_{11}$  и  $R_{12}$  (34). Далее методом наименьших квадратов находится второе приближение  $\overline{x_2^2}$ ,  $\overline{x_2'^2}$ ,  $\overline{xx_2'}$  к значениям начальных моментов и эмиттанса  $\varepsilon_2$ .
3. Процесс последовательных приближений продолжается до достижения требуемой точности нахождения величины среднеквадратичного эмиттанса пучка ионов.

На рис. 6 показан результат работы изложенного выше алгоритма нахождения эмиттанса для двух значений токов –  $I = 500$  мкА (сплошная кривая) и  $I = 1$  мА (пунктирная кривая).

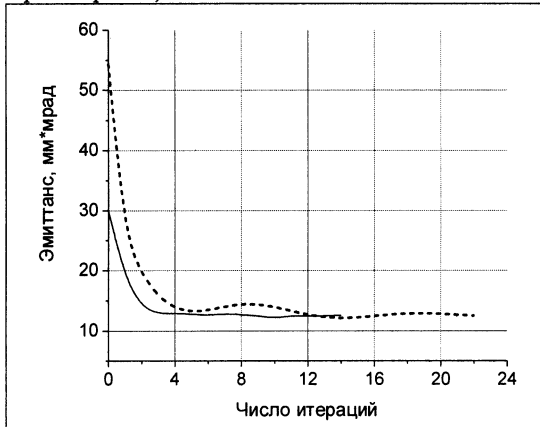


Рис. 6

Как видно из этого рисунка, начальные значения эмиттанса пучка, рассчитанные при условии  $Q = 0$ , существенно отличаются. Однако в обоих случаях последовательные приближения достаточно быстро сходятся к точному значению эмиттанса  $\varepsilon = 12.5$  п мм\*мрад.

Следует заметить, что погрешность определения эмиттанса существенно зависит от точности задания аксиального распределения индукции магнитного поля в соленоиде. Оно должно быть предварительно тщательно измерено и введено в процесс обработки.

#### 4. Оценка точности восстановления поперечного эмиттанса пучка ионов градиентным методом с использованием сканера

Точность восстановления эмиттанса определяется величинами ошибок измерения среднеквадратичных размеров пучка – ошибкой определения скорости перемещения иглы сканера  $v$  (8), ошибкой аналого-цифрового преобразователя, ошибкой аппроксимации средних значений и дисперсий непрерывных случайных величин с помощью конечных сумм (5) и ошибкой, вносимой нелинейностью иглы сканера.

Радиус иглы сканера  $R$  известен с точностью  $\delta R = \pm d/2$  (оценка сверху). Тогда относительная погрешность в определении величины  $R$  будет  $\Delta_1 = \delta R / R = d/2R \approx 0.017$ .

Относительную погрешность в определении частоты  $f$  оценим следующим образом. Она связана с ошибкой старт-стоп-сигнала. В конструкции сканера предполагается использовать оптопару GP1A10 [5]. Ее разрешение  $\delta r = 0.5$  мм. Это вносит ошибку в измерение времени старт-стоп-сигнала. Сканер будет оборудован системой из диска диаметром 45 мм с отверстием на радиусе 22 мм и оптопарой для определения старт-стоп-сигнала. Разрешение оптопары  $\delta r = 0.5$  мм приводит к ошибке в измерении частоты  $f$ :  $\Delta_2 = \delta r / 2\pi r \approx 0.003$ .

Относительную погрешность в определении величины  $F(\varphi) = \cos\varphi$  оценим как  $\Delta_3 = |\delta F / F| = \delta\varphi \cdot \text{tg}\varphi = \delta H / 2\pi R \approx 0.0035$  (считаем погрешность в определении шага намотки спирали  $\delta H$  равной 1 мм).

Тогда относительная погрешность  $\Delta_V$  в определении линейной скорости иглы  $v$  будет равна

$$\Delta_V = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2} \approx 0.02. \quad (35)$$

Чтобы уменьшить влияние погрешности  $\Delta_V$ , связанной с линейной скоростью иглы сканера, в алгоритме восстановления эмиттанса достаточно нормировать измеренные зависимости дисперсии  $\sigma_{ij}^2$  от величины тока в соленоиде на их среднее значение:

$$\sigma_{xj}^2 \rightarrow \frac{\sigma_{xj}^2}{\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \sigma_{xj}^2} \equiv \frac{\sigma_{ij}^2}{\tau^2}, \quad \tau^2 = \frac{\sum_{j=1}^M \sigma_{ij}^2}{M}. \quad (36)$$

Нормировочный коэффициент  $\tau$  учитывается только при вычислении эмиттанса пучка (правая часть в формуле (20) умножается на  $(v\tau)^2$ ).

Погрешность измерения сигнала с иглы сканера  $\Delta_s$  определяется ошибками преобразователя ток/напряжение (LOG104: Precision Logarithmic and Log Ratio Amplifier LOG104 [6]) и ошибкой A/D преобразователя (MCP3201: 12-bit Analog-to-Digital Converter [7]). В нашем случае  $\Delta_s = 0.005$ .

Относительную погрешность аппроксимации средних значений и дисперсий непрерывных случайных величин с помощью конечных сумм  $\Sigma_{1j}$ ,  $\Sigma_{2j}$  – в числителях,  $\Sigma_{2j}$  – в знаменателях формулы (5) для каждой измеренной точки (в предположении, что зависимость  $I(t)$  является гауссовой) можно оценить, соответственно, как [8]

$$\Sigma_{1j} \approx \frac{1}{11} \cdot \left(\frac{\Delta t}{\sigma_{ij}}\right)^2, \quad \Sigma_{2j} \approx \frac{1}{15} \cdot \left(\frac{\Delta t}{\sigma_{ij}}\right)^2, \quad \Sigma_{3j} \approx \frac{2}{15} \cdot \left(\frac{\Delta t}{\sigma_{ij}}\right)^2. \quad (37)$$

Из (37) получаем, что погрешность вычисления дисперсии при обработке сигналов в нашем случае незначительна. Так, для диаметра пучка  $D = 10$  мм ( $D = 4 \cdot \sigma_x = 4 \cdot v \cdot \sigma_t$ ) она составляет величину  $\sim 0.01$ . С увеличением диаметра пучка она только уменьшается.

Более существенной при вычислении дисперсии является погрешность  $\Delta_d$ , которая связана с конечной величиной диаметра иглы сканера  $d$ . Она определяется точностью аппроксимации плотности ионов по интегральным значениям  $I_i$  (4). Зависимость погрешности  $\Delta_d$  в определении  $\sigma_i^2$  от диаметра пучка  $D$ , вычисленная согласно (37), приведена в табл. 1.

Таблица 1

D [мм]	$\Delta_d$
10	0.048
20	0.012
30	0.003
40	<0.001
50	<0.001

Таблица 2

D [мм]	$\Delta_n$
10	0.0017
20	0.0052
30	0.014
40	0.028
50	0.045

Минимальный измеряемый диаметр пучка (рис.5), когда ток пучка  $I = 500$  мкА, составляет  $\sim 12$  мм. Если брать те экспериментальные точки, в которых измеренный диаметр пучка меняется в диапазоне 20–40 мм, то погрешность в определении дисперсии будет составлять величину порядка 0.01.

Погрешность измерения  $\Delta_n$ , связанная с нелинейностью иглы сканера, приведена в табл. 2. Она увеличивается с ростом измеряемого диаметра пучка и в диапазоне измеряемых диаметров 20 – 40 мм не превышает величины  $\sim 0.03$ .

На рис.7 показана рассчитанная зависимость погрешности восстановления поперечного эмиттанса пучка от величины статистической ошибки измерений, связанной с вышеперечисленными факторами. Как видно из рисунка, эта зависимость практически линейна с коэффициентом пропорциональности, равным 1.3.

На рис. 8 показана рассчитанная зависимость ошибки восстановления эмиттанса пучка от систематической погрешности. Она в основном связана с неточностью измерения тока пучка  $I$  и нарушением аксиальной симметрии пучка.

Эта зависимость также приблизительно линейна с коэффициентом пропорциональности, равным 2.

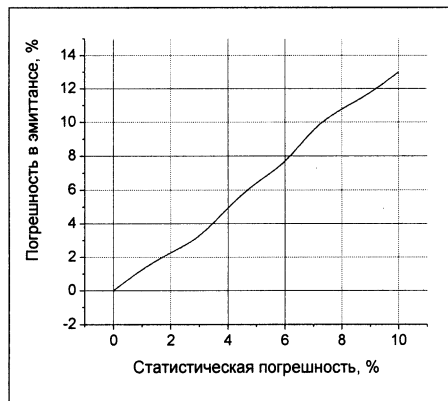


Рис. 7

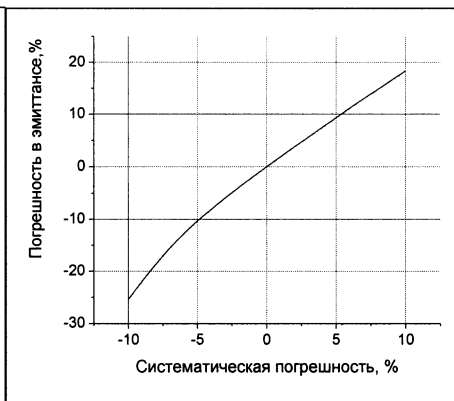


Рис. 8

### Заключение

1. Предложен алгоритм определения поперечного эмиттанса аксиально-симметричного пучка ионов в канале инжекции циклотрона DC-72, учитывающий влияние собственного электрического поля пучка. В качестве фокусирующего элемента в градиентном методе измерения эмиттанса предложено использовать соленоидальную магнитную линзу. Для измерения среднеквадратичных размеров пучка предложено использовать стандартный сканер.

2. Предложен алгоритм настройки квадрупольных линз канала инжекции для обеспечения аксиальной симметрии пучка на участке канала после поворотных магнитов, включающего в себя точку расположения сканера.

3. Алгоритм восстановления эмиттанса градиентным методом дает его правильное значение для всех рассмотренных токов пучка (вплоть до 1 мА).

4. Рекомендуемый диапазон измеряемых диаметров пучка составляет  $20 \div 40$  мм. В данном диапазоне размеров суммарная погрешность, возникающая при численном интегрировании сигналов со сканера, связанная с толщиной и нелинейной формой иглы сканера, составляет величину  $\sim 3\%$ .

5. Погрешность в определении линейной скорости иглы сканера оценивается в  $\sim 2\%$ . Ее влияние на погрешность восстановления измеряемого эмиттанса ионного пучка может быть уменьшено при математической обработке результатов измерений (как обратный корень из числа измерений среднеквадратичного размера пучка).

6. Погрешность в измерении эмиттанса будет, в основном, определяться ошибками, связанными с измерением полного тока ионов и нарушением аксиальной симметрии пучка, каждая из которых не должна превышать  $7\%$ .

7. При указанных величинах погрешностей относительная ошибка восстановления эмиттанса пучка ионов не будет превышать значения  $\sim 20\%$ .

Авторы выражают глубокую признательность Г.Г. Гульбежяну, Б.Н.Гикалу, В.Н. Мельникову и Н.И. Тарантину за полезную информацию о применении сканеров со спиральной формой иглы в ЛЯР ОИЯИ, обсуждение их конструктивных особенностей и методики использования.

### Литература

1. Н.Ю. Казаринов, В.И. Казача, И.В. Калагин, А. Галл. Методики измерения эмиттанта ионного пучка в канале инжекции циклотрона DC-72. Сообщение ОИЯИ Р9-2002-120, Дубна, 2002.
2. Г.Г.Гульбежян, С.И. Козлов, И.В. Колесов, В.Н. Мельников, Ю.Ц. Оганесян. Труды международного совещания по циклотронам и их применению, г. Бехине, ЧССР, 1985 г., с. 269 – 274.
3. “Rotating Wire Scanner”, <http://www.princesci.com/pages/wirescanner.html>.
4. N.Yu.Kazarinov, E.A.Perelstein, V.F.Shevtsov. Moment method in charged particle beam dynamics. Particle Accelerators, № 3/4, 1980, p. 181.
5. [http://www.sharpsma.com/sma/products/opto/data/pdf/en/oed/ph\\_in\\_trans\\_type/gpla10\\_e.pdf](http://www.sharpsma.com/sma/products/opto/data/pdf/en/oed/ph_in_trans_type/gpla10_e.pdf)
6. <http://www-s.ti.com/sc/ds/log104.pdf>
7. <http://www.microchip.com/1010/pline/analog/anicateg/mixed/signal/adc/sar/devices/mcp3201/>
8. Н.С. Бахвалов. Численные методы. Т. I, М.: Наука, 1975.

---

Получено 26 ноября 2002 г.



Казаринов Н. Ю. и др.

P9-2002-266

Метод измерения эмиттанса ионного пучка в канале инжекции циклотрона DC-72 с учетом влияния объемного заряда при использовании сканера для определения размеров пучка

Рассматривается градиентный метод измерения поперечного эмиттанса сильнотокового пучка ионов в канале инжекции циклотрона DC-72. Предлагается использовать стандартный сканер для измерения поперечных размеров пучка. Приводятся формулы для определения среднеквадратичных размеров пучка по токовым сигналам с иглы сканера. Изложена методика восстановления эмиттанса для аксиально-симметричных пучков ионов, для которых существенен учет собственного кулоновского заряда пучка. Предлагается алгоритм настройки квадрупольных линз в канале инжекции циклотрона DC-72 для получения аксиально-симметричного пучка ионов. Проведены оценки ожидаемой точности восстановления эмиттанса предложенной методикой.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2002

#### Перевод авторов

Kazarinov N. Yu. et al.

P9-2002-266

Method of the Ion Beam Emittance Measurement in the Injection Beam Line of DC-72 Cyclotron in the Presence of Its Space Charge Using the Scanner to Determine Beam Dimensions

The gradient method for measuring the transversal emittance of a high current ion beam in the injection channel of the cyclotron DC-72 is considered in this work. The standard scanner is proposed for measuring the transversal dimensions of the beam. The formulae for determination of the mean square beam dimensions by current signals from the scanner needle are adduced. The method of the emittance recovery for axial-symmetric ion beam is set for the case when the space charge effect is essential. The algorithm for tuning of the quadrupole lenses in the injection channel of the cyclotron DC-72 for obtaining the axial-symmetric ion beam is proposed. The evaluations of the expected accuracy of the proposed method for the emittance recovery have been carried out.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2002

Редактор *Е. В. Калининкова*  
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 10.12.2002.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 0,94. Уч.-изд. л. 1,01. Тираж 270 экз. Заказ № 53657.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)