

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

4-2003-87

На правах рукописи

УДК 51-72:[539.12.01+539.186+539.189]

ВОСКРЕСЕНСКАЯ

Ольга Олеговна

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ
ОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ АДРОННЫХ АТОМОВ
И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ВЕЩЕСТВОМ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2003

Актуальность темы

В последнее время наблюдается существенный прогресс в повышении точности теоретических предсказаний для характеристик низкоэнергетического адрон-адронного взаимодействия (НЭААВ) в рамках подхода нерелятивистских эффективных лагранжианов [1, 2] и киральной пертурбативной теории (ChPT) [3].

Экспериментальная проверка этих предсказаний требует проведения измерений этих характеристик с точностью порядка нескольких процентов. Прямые эксперименты по изучению низкоэнергетического адрон-адронного рассеяния, которые в идеале должны способствовать решению этой проблемы, по ряду принципиальных и технических причин либо невозможны вообще (мезон-мезонное рассеяние) либо не могут обеспечить требуемую точность (мезон-нуклонное рассеяние).

В связи с этим приходится обращаться к косвенным методам определения этих характеристик — таким как, например, изучение свойств *элементарных адронных атомов* (ЭАА), т. е. водородоподобных атомов, образованных двумя противоположно заряженными элементарными адронами H^+ и h^- [4], интерес к которым в последние годы существенно возрос [5].

В основном свойства таких атомов определяются электромагнитным взаимодействием между их составляющими [6] и, в пренебрежении сильным взаимодействием между ними, могут быть рассчитаны практически с неограниченной степенью точности. Сильное взаимодействие приводит к отклонению реальных свойств ЭАА от этих предсказаний, что может быть зафиксировано экспериментально. К числу наиболее просто измеряемых эффектов, определяемых сильным взаимодействием, относятся сдвиги уровней энергии основных состояний ЭАА и их ширины, обратно пропорциональные временам жизни этих состояний.

Извлечение информации о характеристиках НЭААВ из результатов этих измерений основывается на *формулах Дезера* [7]

$$\Delta E_{ns}^s = -\frac{2\pi}{\mu} a_{sc} |\psi_{ns}^c(0)|^2, \quad (1)$$

$$\Gamma_{ns} = \tau_{ns}^{-1} = \frac{4\pi p^*}{\mu} |a_{ce}|^2 |\psi_{ns}^c(0)|^2, \quad (2)$$

где μ — приведённая масса адронного атома; $\psi_{ns}^c(\vec{r})$ — кулоновская волновая функция его ns -состояния; a_{sc} — s -волновая длина рассеяния адронов, образующих атом; a_{ce} — амплитуда перезарядки (аннигиляции) заряженных адронов, обладающих нулевым относительным импульсом, в нейтральные адроны с относительным импульсом p^* .

Таким образом, точность определения длин адрон-адронного рассеяния путём измерения величин ΔE_{ns}^s и Γ_{ns} определяется не только погрешностями эксперимента, но и точностью соотношений Дезера, которые не являются абсолютно строгими. Проблема оценки точности соотношений Дезера и вычисления поправок к ним является предметом интенсивных исследований, проводимых в последние годы теоретиками ОИЯИ, ОРСЭ, Бернского и Тюбингенского университетов [2, 5, 8]. Точность полученных модифицированных соотношений Дезера оценивается на уровне 1,5% для $\pi^+\pi^-$ -атомов и $\sim 3\%$ для π^-p -атомов.

В настоящее время проводятся эксперименты по изучению свойств ЭАА A_{π^-p} (PSI) [9], A_{K^-p} (DAΦNE - DEAR) [10], $A_{\pi^-\pi^+}$ (CERN - DIRAC) [11] и обсуждается возможность постановки экспериментов по изучению свойств атомов $A_{\pi^\pm K^\mp}$.

Обратим внимание на принципиальное различие в методах экспериментального исследования свойств атомов A_{π^-p} , A_{K^-p} и $A_{\pi^-\pi^+}$, $A_{\pi^\pm K^\mp}$.

Атомы пионного и каонного водорода (A_{π^-p} , A_{K^-p}) образуются в результате захвата медленных π^- - и K^- -мезонов водородосодержащими соединениями. Изучение свойств этих атомов производится в системе их покоя, что позволяет изучать рентгеновские спектры покоящихся A_{π^-p} , A_{K^-p} хорошо разработанными методами рентгеновской спектроскопии. При этом одновременно измеряются и сдвиг уровня энергии связанного состояния и его ширина. Ошибки в измерении энергетических характеристик таких атомов определяются исключительно экспериментальными погрешностями.

Образовать же достаточное для подобных исследований количество покоящихся димезоатомов ($A_{\pi^+\pi^-}$, $A_{\pi^\pm K^\mp}$) в настоящее время не представляется возможным ввиду нестабильности обоих адронов, образующих эти атомы. В связи с этим Л.Л. Неменовым была выдвинута идея изучения свойств релятивистских димезоатомов, образующихся в процессах множественного рождения частиц при взаимодействии протонов высоких энергий с ядерными мишенями в результате взаимодействия в конечном состоянии [11].

Хотя в принципе возможна постановка вопроса об измерении рентгеновских спектров также и релятивистских ДМА, техническое её осуществление практически невозможно в силу сложных фоновых условий эксперимента. Ввиду невозможности использования прямых методов измерения сдвигов уровней и ширин релятивистских ДМА приходится прибегать к косвенным. В настоящее время один из таких косвенных методов реализуется в эксперименте DIRAC по определению времени жизни основного состояния τ_0 атомов пиония [11].

Метод основан на сопоставлении экспериментально измеряемых выходов $\pi^+\pi^-$ -пар, образующихся в результате ионизации релятивистских атомов пиония в кулоновском поле атомов мишени, с результатами теоретического расчёта этих величин, содержащих τ_0 в качестве подгоночного параметра. Такой подход предполагает наличие детально разработанной теории образования димезоатомов (ДМА) в процессах множественного рождения частиц при высоких энергиях и их взаимодействия с веществом мишени.

Этот новый раздел физики высоких энергий, получивший название *физики релятивистских элементарных атомов*, начал развиваться совсем недавно, вследствие чего многие его проблемы ещё не получили надлежащего разрешения. Поэтому при получении ряда результатов, представляющих практический интерес, нередко используются не вполне обоснованные упрощающие предположения и приближения. Это вносит погрешности в результаты теоретических расчётов, которые, совместно с экспериментальными погрешностями, образуют результирующую ошибку в определении времени жизни димезоатомов вышеуказанным методом.

Очевидно, что задача исследования точности приближений, используемых при описании процессов образования релятивистских ДМА и их взаимодействия с веществом, а также развития более адекватных подходов к решению этих проблем, пред-

ставляет теоретический и практический интерес¹. Её актуальность является несомненной.

Цель работы

- Развитие теоретической базы описания процессов образования релятивистских димезоатомов и их взаимодействия как с отдельными атомами вещества, так и с мишенью в целом.
 - Проведение систематического анализа точности приближений, положенных в основу теоретической интерпретации результатов эксперимента *DIRAC*.
 - Выход за рамки традиционно используемых при обсуждении процессов образования элементарных релятивистских атомов и их взаимодействия с веществом приближений
 - * нулевого радиуса сильного взаимодействия, приводящего к образованию адронных пар с малыми относительными импульсами,
 - * пренебрежения эффектами сильного взаимодействия адронов в конечном состоянии по сравнению с эффектами их кулоновского взаимодействия при расчётах амплитуд образования адронных атомов,
 - * борновского и классического приближений в задачах описания взаимодействия димезоатомов с атомами вещества.
 - Вывод системы кинетических уравнений для элементов матрицы плотности, описывающей эволюцию внутреннего состояния димезоатомов при их движении в веществе.

Научная новизна

- В работе впервые
 - проанализирована точность приближения “нулевого радиуса” сильного взаимодействия, приводящего к образованию адронных атомов;
 - проведены численные и аналитические исследования влияния сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия на поведение димезоатомных волновых функций вблизи нуля и соотношения вероятностей образования $A_{2\pi}$ -атомов в различных ns -состояниях;
 - дана формулировка уравнения Дезера для сдвига уровней адронных атомов в терминах эффективного радиуса сильного взаимодействия и относительной поправки к кулоновской волновой функции в нуле, обусловленной сильным взаимодействием.

¹Здесь прослеживается полная аналогия с уже упомянутой проблемой оценки точности соотношений Дезера и вычисления поправок к ним с целью увеличения точности определения длин адрон-адронного рассеяния из экспериментальных данных по измерению сдвигов уровней и ширины основных состояний ЭАА

- Впервые получены
 - правила сумм для сечений взаимодействия адронных атомов с атомами вещества в борновском приближении, справедливые с точностью до величин порядка α^2 ;
 - аналитические выражения
 - * для формфакторов перехода димезоатомов из произвольных состояний дискретного спектра в состояния непрерывного спектра;
 - * полных сечений взаимодействия адронных атомов в основном и слабозвозбуждённом состояниях с атомами вещества в рамках глауберовского приближения.

- Впервые
 - сформулирована глауберовская теория взаимодействия димезоатомов с атомами вещества, учитывающая возможность возбуждения и ионизации последних;
 - проведены численные расчёты полных сечений $A_{2\pi}^{ns}(AZ)$ -взаимодействия для состояний с $n \leq 10$ с учётом эффектов многофотонных обменов;
 - дана оценка точности вероятностного подхода к описанию эволюции внутреннего состояния атомов $A_{2\pi}$ при их движении в веществе мишени;
 - получена система кинетических уравнений для элементов матрицы плотности димезоатомов, описывающая эволюцию внутреннего состояния последних при их прохождении через вещество.

Практическая ценность

В работе удалось показать, что основные соотношения теории образования адронных атомов, существенные для проекта DIRAC, справедливы с высокой степенью точности, тогда как приближения, использовавшиеся при их выводе, не имеют достаточного обоснования.

Показано, что использование борновского приближения для расчёта сечений взаимодействия адронных атомов с атомами вещества не обеспечивает необходимой точности расчётов этих сечений, ввиду чего для этих целей следует использовать технически более сложное глауберовское приближение, оцениваемая точность которого близка к необходимой.

Развит аппарат описания эволюции внутреннего состояния димезоатомов в терминах их матрицы плотности, позволяющий адекватно учесть эффекты, связанные со *случайным вырождением* энергетических уровней водородоподобных атомов (каковыми по сути являются все ЭАА).

Практически значимым результатом являются полученные в работе замкнутые аналитические выражения для ряда переходных амплитуд в рамках глауберовского приближения.

Результаты, относящиеся к выводу замкнутых выражений для формфакторов перехода между связанными состояниями димезоатомов и состояниями непрерывного

спектра мезонных пар, характеризующихся определёнными значениями величины и направления относительного импульса этих пар, имеют первостепенное значение для расчёта спектров продуктов ионизации, измеряемых в эксперименте.

Применение развитого в диссертации аппарата описания эволюции внутреннего состояния димезоатомов в терминах их матрицы плотности, может способствовать повышению точности определения времени жизни релятивистских димезоатомов.

Апробация работы

Результаты работы докладывались

- На Семинарах Лаборатории теоретической физики, Лаборатории ядерных проблем, Лаборатории информационных технологий ОИЯИ, Дубна;
- Семинарах Института теоретической физики Гейдельбергского университета, Макс-Планк-Института Ядерной физики, Гейдельберг (Германия); Института теоретической физики Базельского университета (Швейцария);
- Рабочих совещаниях коллаборации ДИРАК (Швейцария, Женева, ЦЕРН);
- Международных конференциях: International Workshop “Hadronic Atoms and Positronium in the Standard Model”, Dubna, May 26-31, 1998; International Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom99”, Institute for Theoretical Physics, University of Bern, October 14-15, 1999; International Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom01”, Institute for Theoretical Physics, University of Bern, October 11-12, 2001; International Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom02”, CERN, Geneva, October 14-15, 2002.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 25 работах [15] - [39], в том числе в ведущих зарубежных и отечественных журналах: Physical Review D, Physics Letters B, European Physical Journal A, J. Physics G: Nucl. Part. Phys., J. Physics B, Phys. Atom. Nucl.; Proc. Intern. Workshop.; JINR Commun. и др. 2 работы находятся в печати. Общее число публикаций — 43.

Объём и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, заключения и 3 частей, объединяющих 8 глав из 34 разделов. Её объём составляет 227 страниц машинописного текста, включая 15 рисунков, 17 таблиц и список литературы из 129 наименований.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы, даётся краткий обзор проблемы изучения НЭААВ, отмечается роль эксперимента DIRAC в решении задачи определения разности $a_0 - a_2$ s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния в состояниях со значением

изотопического спина $I = 0, 2$ с точностью $\sim 5\%$. Оценивается максимально допустимая погрешность теоретических инградиентов проекта DIRAC ($\sim 1\%$), необходимая для обеспечения такой точности измерения. Подчеркивается необходимость тщательного анализа точности приближений, используемых в задачах описания процессов образования ДМА и их последующего движения в поле атомов мишени и замены приближений, не удовлетворяющих вышеуказанным точностным ограничениям, более корректными.

В части I *Элементы теории образования элементарных адронных атомов*, состоящей из глав 1-2, проводится анализ точности приближений, используемых при выводе основных соотношений теории образования ЭАА (в дальнейшем для простоты — *атомов пиония* $A_{2\pi}$). Анализируется влияние эффектов конечности области формирования $\pi^+\pi^-$ -пар (глава 1) и эффектов сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия (глава 2) на эти соотношения.

В разделе 1.1 главы 1 даётся краткое изложение теории образования $A_{2\pi}$ и квазисвободных $\pi^+\pi^-$ -пар с малым относительным импульсом (последние играют “масштабирующую” роль в эксперименте DIRAC). Рассматриваются основные соотношения этой теории.

Амплитуда образования $\pi^+\pi^-$ -систем в связанном состоянии ($A_{2\pi}$) или квазисвободном состоянии $|f\rangle$ даётся в рамках стандартной теории выражением

$$R_f = \int M_0(\vec{p}) \psi_f(\vec{p}) d^3p = \int M_0(\vec{r}) \psi_f(\vec{r}) d^3r, \\ M_0(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int M_0(\vec{p}) e^{i\vec{p}\vec{r}} d^3p, \quad \psi_f(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \psi_f(\vec{r}) e^{i\vec{p}\vec{r}} d^3r, \quad (3)$$

где $M_0(\vec{p})$ — амплитуда образования “свободной” (не связанной взаимодействием своих компонентов) $\pi^+\pi^-$ -пары; $\psi_f(\vec{r})$ — волновая функция $\pi^+\pi^-$ -системы в состоянии f .

Амплитуда $M_0(\vec{r})$ существенно отлична от нуля при $R_f \leq r_{fr} \ll r_B \sim 400$ фм, где r_B — боровский радиус атома, r_{fr} — характерный радиус области, в которой образуются коррелированные $\pi^+\pi^-$ -пары, часть из которых в результате взаимодействия в конечном состоянии образуется в связанных (атомарных) состояниях. Поэтому

$$R_f \approx \psi_f(\vec{r} = 0) \int M_0(\vec{r}) d^3r = (2\pi)^{3/2} \psi_f(\vec{r} = 0) M_0(\vec{p} = 0) + O\left(\frac{r_{fr}}{r_B}\right), \quad (4)$$

откуда следует, что атомы пиония и квазисвободные пары образуются в состоянии с нулевым значением орбитального квантового числа (n_s -состояниях дискретного и k_s -состояниях непрерывного спектров).

Поскольку для целей проекта DIRAC важны не абсолютные значения сечений образования $A_{2\pi}$ и квазисвободных пар, а лишь их отношения, то в качестве основных следует рассматриваются соотношения, следующие из (4):

$$\frac{\sigma_{f_2}}{\sigma_{f_1}} = \left| \frac{R_{f_2}}{R_{f_1}} \right|^2 = \left| \frac{\psi_{f_2}(\vec{r} = 0)}{\psi_{f_1}(\vec{r} = 0)} \right|^2 + O\left(\frac{r_{fr}}{r_B}\right). \quad (5)$$

Для их расчёта обычно используются следующие допущения.

1. Значение r_{fr} имеет порядок величины характерного радиуса сильного взаимодействия ($r_s \sim 1$ фм), так что $r_{fr}/r_B \sim 2 \cdot 10^{-3}$ (приближение “нулевого” радиуса), — и отношения сечений образования $\pi^+\pi^-$ -системы в разных состояниях с хорошей точностью совпадают с отношениями квадратов волновых функций этих состояний при нулевом расстоянии между адронами.
2. Сильное взаимодействие между пионами практически не изменяет волновых функций атомов пиония. Поэтому их можно считать чисто кулоновскими.

Полученные в этих предположениях соотношения

$$\frac{\sigma_{ns}}{\sigma_{1s}} = \frac{w_{ns}}{w_{1s}} = \frac{1}{n^3} + O(10^{-3}), \quad \frac{dw_{ks}}{w_{1s}} = \frac{kdk}{(\mu\alpha)^2(1 - \exp(-2\pi\mu\alpha/k))} \quad (6)$$

являются базовыми для приложений, поскольку позволяют определить число атомов пиония, образующихся в ns -состояниях, путём измерения числа квазисвободных $\pi^+\pi^-$ -пар с относительным импульсом k .

Но результаты моделирования процессов образования $\pi^+\pi^-$ -пар в модели независимых источников [40], с одной стороны, и результаты анализа этих данных [41] независимо привели к достаточно большому значению $r_{fr} \sim 5 \div 10$ фм. С другой стороны, оценка влияния сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия на значение волновой функции основного состояния пиония в рамках теории возмущений [42] привела к результату $(\Delta\psi_{1s}^s(0)/\psi_{1s}^c(0)) \sim 1$.

Оба эти обстоятельства требуют более тщательного анализа проблемы описания процесса образования ЭАА, который и проводится в части I. В главе 1 анализируется влияние конечности размеров области, в которой образуются коррелированные $\pi^+\pi^-$ -пары, на соотношения вероятностей образования атомов пиония и квазисвободных $\pi^+\pi^-$ -пар при сохранении предположения о “кулоновской” природе волновых функций атомов пиония. В главе 2 анализируется влияние сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия на соотношения (6) теории образования атомов $A_{2\pi}$.

В разделах 1.2-1.3 в рамках простой модели полюсной p -зависимости амплитуды

$$M_0(\vec{p}) = M_0(0) \frac{m^2}{m^2 + p^2}, \quad 40 \text{ МэВ} \leq m \leq 80 \text{ МэВ}, \quad (7)$$

совместной с результатами расчёта величины $M_0(p)$ в рамках модели независимых источников, рассчитывается фактор подавления $D(m|n)$ амплитуд образования атомов $A_{2\pi}$ в основном (раздел 1.2) и произвольном ns -состояниях (раздел 1.3) эффектами конечности r_{fr}

$$0,975 < D(m|n) = \left(\frac{mn}{m + \lambda_n}\right)^2 \left(\frac{m - \lambda_n}{m + \lambda_n}\right)^{n-1} \approx \left(\frac{m - \lambda_n}{m + \lambda_n}\right)^n + O(10^{-3}) < 0,988, \quad (8)$$

$\lambda_n = \mu\alpha/n$, μ — приведённая масса атома.

Численные значения фактора подавления соответствующих сечений $D^2(m|n)$ изменяются в пределах

$$0,951 < D^2(m|n) < 0,975$$

в зависимости от значения параметра ($m = r_{fr}^{-1}$) и отличаются от единицы на величину, заметно превышающую 1%.

Однако значения отношений $D^2(m|n)/D^2(m|1)$ при этом с высокой степенью точности остаются равными единице

$$D^2(m|n)/D^2(m|1) = 1 + O(10^{-3}). \quad (9)$$

Таким образом, отношения сечений образования атомов $A_{2\pi}$ в различных состояниях остаются практически теми же, что и в приближении нулевого радиуса.

В разделе 1.4 вводится в рассмотрение фактор подавления $D^2(k)$ эффектами конечности r_{fr} сечений образования квазисвободных пар с относительным импульсом \vec{k}

$$D(k) \equiv D(m|k) = \left(\frac{m + ik}{m - ik} \right)^{i\xi} = \exp \left[-2\xi \operatorname{arctg} \frac{k}{m} \right] = \exp \left[-\frac{2\mu\alpha}{k} \operatorname{arctg} \frac{k}{m} \right]. \quad (10)$$

Использование этой величины позволяет получить соотношение, связывающее сечение образования “кулоновских” $\pi^+\pi^-$ -пар $d\sigma_c/d\vec{k}$ с сечением образования “незаймующих” $\pi^+\pi^-$ -пар $d\sigma_0/d\vec{p}$

$$\frac{d\sigma_c}{d\vec{k}} = \frac{d\sigma_0}{d\vec{p}}(\vec{p} = \vec{k}) C^2(k) D^2(k), \quad (11)$$

обобщающее на случай ненулевых значений r_{fr} результат Л.Л. Немёнова [11]

$$\frac{d\sigma_c}{d\vec{k}} = \frac{d\sigma_0}{d\vec{p}}(\vec{p} = 0) C^2(k). \quad (12)$$

Здесь $C^2(k)$ — фактор Гамова—Зоммерфельда (Сахарова).

Рассчитываются численные значения $D^2(m|k)$ при разных значениях параметра m и аргумента k . В области значений $r \leq 10$ (МэВ/с) $^{-1}$, представляющей интерес для эксперимента DIRAC, его численные значения меняются в тех же пределах, что и значения фактора подавления $D^2(m|n)$, а численные значения их отношений оказываются опять-таки равными единице с точностью порядка $\sim 10^{-3}$.

Таким образом, “большие” размеры области образования коррелированных $\pi^+\pi^-$ -пар приводят к заметным изменениям в абсолютных значениях сечений образования атомов пиония в различных ns -состояниях и квазисвободных пар с малым относительным импульсом, но практически не изменяют отношения этих сечений.

В разделе 1.5 анализируется природа сокращения “больших” (порядка $\sim r_{fr}/r_B$) эффектов в отношениях сечений разных процессов. С этой целью соотношение (3) представляется в форме

$$R_f = (2\pi)^{3/2} M_0(\vec{p} = 0) \left(1 + \sum_{n=1}^n a_{nf} \langle r^n \rangle \right), \quad (13)$$

$$a_{nf} = \psi_f^{(n)}(0)/\psi_f(0), \quad \psi_f^{(n)}(r) = d^n \psi_f(r)/dr^n, \quad |a_{nf} \sim r_B^{-n}|,$$

$$\langle r^n \rangle = \int r^n M_0(\vec{r}) \psi_f(\vec{r}) d^3 r / \int M_0(\vec{r}) \psi_f(\vec{r}) d^3 r.$$

Доказывается, что для кулоновских волновых функций состояний $|f\rangle = |ns\rangle, |ks\rangle$

$$a_{1f} = -\mu\alpha = \operatorname{const}(f),$$

откуда следует что

$$\frac{\sigma_{f_2}}{\sigma_{f_1}} = \left| \frac{\psi_{f_2}(0)}{\psi_{f_1}(0)} \right|^2 + O\left(\frac{r_{fr}}{r_B} \leq 10^{-3}\right) = \frac{1}{n^3} + O(10^{-3}). \quad (14)$$

Делается вывод о том, что эффекты порядка r_{fr}/r_B в отношениях сокращаются абсолютно строго, независимо от модели r -зависимости величины $M_0(\vec{r})$.

Таким образом, даже при максимальных значениях $r_{fr} \sim 10$ фм, допускаемых теоретическими моделями и имеющимися экспериментальными данными, при вычислении отношений сечений образования атомов пиония можно пользоваться приближением “нулевого” радиуса, если только волновые функции атомов пиония действительно являются чисто “кулоновскими”.

В главе 2 исследуется влияние сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия на поведение волновых функций ns -состояний атома пиония на малых расстояниях и, как следствие, на соотношения (14) теории образования атомов $A_{2\pi}$.

В разделе 2.1 даётся краткий обзор результатов работ, посвящённых анализу влияния сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия на значение волновой функции основного состояния пиония в рамках теории возмущений Рэлея—Шрёдингера. Отмечаются достоинства и недостатки метода Рэлея—Шрёдингера, требующие привлечения информации о волновых функциях всего спектра невозмущённой задачи. Подчёркивается практическая невозможность проведения корректных оценок эффектов сильного взаимодействия указанным методом, что обусловлено сложной структурой волновых функций непрерывного спектра невозмущённой задачи.

В разделе 2.2 даётся изложение теории возмущений в форме, предложенной Я.Б. Зельдовичем [43], в рамках которой поправка к волновой функции любого состояния дискретного спектра, обусловленная возмущением, может быть выражена в терминах невозмущённой волновой функции только этого состояния

$$\Delta\chi^{(1)}(r) = \chi^{(0)}(r) \left\{ C + \int_0^r \frac{dr''}{(\chi^{(0)}(r''))^2} \int_0^{r''} dr' w_{nl}^{(1)}(r') (\chi^{(0)}(r'))^2 \right\}, \quad (15)$$

$$w^{(1)}(r) = U_s(r) - \int_0^\infty U_s(r) (\chi^{(0)})^2 dr,$$

$$U_s(r) = 2\mu V_s(r), \quad \chi^{(0)}(r) = r\psi^{(0)}(r),$$

где $V_s(r)$ — потенциальная энергия сильного $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия, $\psi^{(0)}(r)$ — невозмущённая волновая функция, произвольная постоянная определяется из условия ортогональности

$$\int_0^\infty \chi_{nl}^{(0)}(r) \Delta\chi_{nl}^{(1)}(r) dr = 0.$$

В первом порядке теории возмущений с точностью $\sim 10^{-3}$ устанавливается независимость относительной поправки к кулоновской волновой функции, обусловленной сильным взаимодействием $\Delta\psi_{ns}(r)\psi_{ns}^{(0)}(r) = c_{ns}(r)$,

$$c_{ns}(r) = - \int_r^\infty r'^2 U_s(r') \left[\frac{1}{r'} - 2\nu \ln \nu r' \right] dr' - \left[\frac{1}{r} - 2\nu \ln \nu r \right] \int_0^r r'^2 U_s(r') dr' + O\left(\frac{a_{sc}}{r_B}\right), \quad (16)$$

от значения главного квантового числа.

Действительно, сумма первых двух слагаемых в правой части выражения (16), следующего из (15) в области $r_s \leq r_{fr} \ll r_B$, которая может достигать нескольких десятков процентов в реалистических моделях $\pi^+\pi^-$ -взаимодействия, не зависит от n . Зависящее от значения главного квантового числа третье слагаемое по порядку величины $\sim 10^{-3}$.

Таким образом, в первом порядке теории возмущений по интенсивности сильного взаимодействия для волновых функций ns -состояний в области $r_s \leq r_{fr}$ получаем

$$\psi_{ns}(r) = [1 + c_{ns}(r)]\psi_{ns}^{(0)}(r), \quad (17)$$

где $c_{ns}(r)$ можно считать практически независимым от n .

Поскольку значение $c_{ns}(r)$ не мало, то ограничение первым порядком теории возмущений при рассмотрении задачи о влиянии сильного взаимодействия на поведение волновых функций атомов пиония на малых расстояниях неправомерно.

В разделе 2.3 для решения этой задачи с учётом всех порядков теории возмущений были применены численные методы. Решалось уравнение Шрёдингера с потенциальной энергией, равной сумме кулоновской и “сильной” составляющих. Использовалось две аппроксимации потенциала сильного взаимодействия:

(i) юкавская $V_s(r) = -a e^{-r/r_s}/r$ и

(ii) экспоненциальная $V_s(r) = -b e^{-r/r_s}/2$, где $r_s = m_\rho^{-1}$ (m_ρ^{-1} — масса ρ -мезона).

Коэффициенты подбирались таким образом, чтобы модель воспроизводила значение длины $\pi^+\pi^-$ -рассеяния $a_{sc} \approx 0,15$ фм.

Основной результат этих расчётов следующий: точные волновые функции ns -состояний атомов пиония с $n = 1, 2, 3, 4$ представимы в виде

$$\psi_{ns}(r) = R_n(r)\psi_{ns}^c(r),$$

где $R_n(r)$ с точностью до величин порядка 10^{-4} не зависит от n , т.е. происходит почти точная факторизация эффектов кулоновского и сильного взаимодействий.

Применительно к задаче образования атомов $A_{2\pi}$ это эквивалентно перенормировке амплитуды $M_0(r)$ “свободных” $\pi^+\pi^-$ -пар

$$M_0(\vec{r}) \Rightarrow \tilde{M}_0(\vec{r}) = R(r)M_0(\vec{r})$$

с сохранением предположения о чисто “кулоновской” природе волновых функций атомов $A_{2\pi}$, т.е. задаче, рассмотренной в главе 1.

В разделе 2.4 формула Дезера для сдвига уровней ЭАА (1) переформулирована в терминах относительной поправки $c_n(0) = \Delta\psi_{ns}(0)/\psi_{ns}^c(0) = c_1(0) + O(10^{-3})$ к кулоновской волновой функции в нуле и среднего радиуса по области сильного взаимодействия $\langle r \rangle_s \sim r_s \sim m_\rho^{-1}$ [38]:

$$\Delta E_{ns}^s = -\frac{2\pi}{\mu} |\psi_{ns}^c(0)|^2 c_n(0) \langle r \rangle_s. \quad (18)$$

Показано, что, при условии измерения величины $|\psi_1(0)|^2$ (на возможность чего указывалось в [6, 11]), величина r_s , являющаяся, наряду с длиной рассеяния a_{sc} , важной характеристикой $\pi^+\pi^-$ -рассеяния, могла бы быть оценена по экспериментально измеримой величине ΔE_{2s-2p} :

$$\langle r \rangle^s = -b \Delta E_{ns}^s / c_n(0), \quad b = \mu(kr_B)^3 / 2, \quad (19)$$

$$(1 + c_k(0))^2 = a |\psi_{ks}(0)|^2, \quad a = \pi(kr_B)^3.$$

В разделе 2.5 проводится анализ влияния эффектов сильного взаимодействия на волновые функции непрерывного спектра $\pi^+\pi^-$ -системы. Приводятся аргументы в пользу того, что соотношение типа (17) справедливо и для функций непрерывного спектра с той же величиной $R(r)$.

Окончательные результаты рассмотрения, проведённого в части I (главы 1, 2) можно резюмировать следующим образом. Исходные предположения и приближения работы [11], приведшие к соотношениям (5), не имеют достаточного обоснования, но, несмотря на это, оказываются справедливыми с высокой степенью точности.

Часть II *Элементы теории взаимодействия релятивистских элементарных атомов с веществом. Борновское и классическое приближения*, состоящая из глав 3 и 4, посвящена анализу различных аспектов взаимодействия атомов пиония ($A_{2\pi}$) с атомами вещества (AZ) в борновском и классическом приближениях.

В главе 3 рассматриваются наиболее общие свойства амплитуд и сечений $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия в борновском приближении в ультрарелятивистском пределе $\beta = 1$.

В разделе 3.1 даётся последовательный вывод правил сумм для полных сечений взаимодействия с атомами вещества с точностью до величин порядка α^2 :

$$\sigma^{tot} = 2 \int U(q_{\perp})^2 [1 - S(q_{\perp})] d^2 q_{\perp} - \int U(q_{\perp})^2 W(q_{\perp}) d^2 q_{\perp} + O(\alpha^4), \quad (20)$$

$$W(q_{\perp}) = \frac{1}{M^2} \int (\vec{\beta}\vec{r})^2 [q^4 \psi^2(\vec{r}) + (2\vec{q}_{\perp} \vec{\nabla} \psi(\vec{r}))^2] e^{i\vec{q}_{\perp} \vec{r}} d^3 r,$$

$$U(q_{\perp}) = 4\pi \int U(r) \frac{\sin q_{\perp} r}{q_{\perp}} r dr, \quad (21)$$

$$U(r) = \frac{Z\alpha}{r} e^{-\lambda r}, \quad \lambda \sim m_e \alpha Z^{1/3}, \quad \alpha = \frac{1}{137},$$

и устраняются погрешности в результатах для этих правил сумм, полученных ранее другими авторами [44]:

$$\sigma^{tot} = \sigma^{elect} + \sigma^{magnet}, \quad (22)$$

$$\sigma^{elect} = 2 \int U^2(q_{\perp}) [1 - S(q_{\perp})] d^2 q_{\perp}, \quad (23)$$

$$S(q_{\perp}) = \int |\psi(\vec{r})|^2 e^{i\vec{q}_{\perp} \vec{r}} d^3 r; \quad (24)$$

$$\sigma^{magnet} = \int U^2(q_{\perp}) K(q_{\perp}) d^2 q_{\perp}, \quad (25)$$

$$K(\vec{q}_{\perp}) = \int \left(\frac{1}{m_1^2} + \frac{1}{m_2^2} + \frac{2}{m_1 m_2} e^{i\vec{q}\vec{r}} \right) |\vec{\beta} \vec{\nabla} \psi(\vec{r})|^2 d^3 r. \quad (26)$$

В разделе 3.3 выводятся приближённые правила отбора для амплитуд переходов между различными состояниями димезоатомов в поле атомов мишени и анализируется их точность.

Результаты анализа, проведённого в разделах 3.1 и 3.3, могут быть сформулированы следующим образом.

- (i) В чётные переходы доминирующий вклад вносит скалярная компонента. Вклад векторной компоненты пренебрежимо мал — порядка α^2 от скалярной компоненты.
- (ii) В нечётные переходы скалярная и векторная компоненты вносят сравнимые вклады, которые практически полностью взаимно компенсируются при $\beta \sim 1$, в результате чего интенсивность нечётных переходов оказывается порядка α^2 от интенсивности чётных переходов.

В разделе 3.2 даётся классическая интерпретация обнаруженного сокращения. На основании проведённого анализа формулируется практический “рецепт” расчёта амплитуд a_{fi} . При этом полностью исключается из рассмотрения подавленные нечётные переходы, а в расчёт амплитуд чётных переходов вносится ошибка порядка α^2 . В этом приближении выражения для борновских амплитуд ($i \rightarrow f$)-переходов в \vec{b} -представлении записываются следующим образом:

$$a_{fi}(\vec{b}) = \int d^3r \psi_f^*(\vec{r}) \psi_i(\vec{r}) \Delta \chi(\vec{b}, \vec{s}), \quad \sigma_{if} = \int d^2b |a_{fi}(\vec{b})|^2, \quad (27)$$

$$\Delta \chi(\vec{b}, \vec{s}) = \chi(\vec{b} + \xi \vec{s}) - \chi(\vec{b} - \eta \vec{s}), \quad \xi = \mu/m_1, \quad \eta = 1 - \xi = \mu/m_2.$$

Здесь $m_{1,2}$ — массы адронов, составляющих ЭАА, μ — его приведённая масса,

$$\chi(B) = \frac{1}{\beta} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{r}) (\sqrt{B^2 + z^2}) dz,$$

$V(\vec{r})$ — кулоновский потенциал атома AZ в его системе покоя.

Разделы 3.4 и 3.5 посвящены получению явных аналитических выражений для формфакторов перехода из произвольного состояния дискретного спектра ЭАА в состоянии непрерывного спектра. Эти выражения необходимы для расчёта распределений продуктов ионизации ДМА по относительному импульсу \vec{k} . Наиболее простые из этих выражений приводятся ниже.

Формфакторы, отвечающих переходу из ns -состояний в континуум

$$\begin{aligned} S_{\vec{p},n00}(\vec{q}) &= -2(\pi \cdot \omega)^{\frac{1}{2}} \cdot c^{(-)} \cdot (\omega^2 + \Delta^2)^{-1+i\xi} \\ &\times [(\omega - ip)^2 + q^2]^{-i\xi} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - i\xi)}{\Gamma(1 - 2i\xi)} \cdot \sum_{k=0}^n w^k C_k^{(i\xi)}(v) \\ &\times \left[\frac{\Gamma(n - k + 1 - 2i\xi)}{\Gamma(n - k + \frac{1}{2} - i\xi)} \cdot P_{n-k}^{(-\frac{1}{2}-i\xi, \frac{1}{2}-i\xi)}(u) - \frac{\Gamma(n - k - 2i\xi)}{\Gamma(n - k - \frac{1}{2} - i\xi)} \cdot P_{n-k-1}^{(-\frac{1}{2}-i\xi, \frac{1}{2}-i\xi)}(u) \right], \end{aligned} \quad (28)$$

выражаются в терминах классических полиномов $(P_{n-k}^{(-\frac{1}{2}-i\xi, \frac{1}{2}-i\xi)}(u))$ — полиномы Якоби) и могут быть рассчитаны численно с произвольной степенью точности (раздел 3.4).

Формфакторы перехода из произвольного связанного состояния в состояния непрерывного спектра (раздел 3.5)

$$S_{\vec{p},nlm}(\vec{q}) = 4\pi \cdot 2^{2l} i^l \omega^{l+\frac{1}{2}} \left[\frac{\Gamma(n-l)}{n\Gamma(n+l+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$\times \sum_{s=0}^l G_{lms}(\vec{p}, \vec{q}) H_{nl_s}(\vec{p}, \vec{q}) \cdot (\omega^2 + \Delta^2)^{i\xi+s-l-1} [(\omega - ip)^2 + q^2]^{-s-i\xi};$$

$$G_{lms}(\vec{p}, \vec{q}) = (-1)^{l-s} \frac{\Gamma(i\xi + s)}{\Gamma(i\xi - l + s)\Gamma(s+1)} \quad (30)$$

$$\times \sum_{l_1=s}^l \left[\frac{4\pi\Gamma(2l+2)}{\Gamma(2l_1+2)\Gamma(2l-2l_1+2)} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\Gamma(l_1+1)}{\Gamma(l_1-s+1)} q^{l_1} (-p)^{l-l_1} \\ \times \left[Y_{l_1} \left(\frac{\vec{q}}{q} \right) \otimes Y_{l-l_1} \left(\frac{\vec{p}}{p} \right) \right]_{lm};$$

$$H_{nl_s}(\vec{p}, \vec{q}) = (n+l)F_{n_1l_s}(\vec{p}, \vec{q}) - (n-l)F_{n_2l_s}(\vec{p}, \vec{q}); \quad (31)$$

$$n_1 = n - l - 1, \quad n_2 = n - l - 2;$$

$$F_{n_1(2)l_s}(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\Gamma(l-s+\frac{1}{2}-i\xi)}{\Gamma(2l-2s+1-2i\xi)} \sum_{k=0}^{n_1(2)} w^k C_k^{(i\xi+s)}(v) \quad (32)$$

$$\times \frac{\Gamma(n_1(2)-k+2l-2s+1-2i\xi)}{\Gamma(n_1(2)-k+l-s+\frac{1}{2}-i\xi)} \cdot P_{n_1(2)-k}^{(l-s-\frac{1}{2}-i\xi, l-s+\frac{1}{2}-i\xi)}(u)$$

представляются в виде суперпозиции конечного числа слагаемых с простой аналитической структурой и также могут быть рассчитаны с произвольной степенью точности.

В главе 4 обсуждается вопрос точности описания эволюции внутреннего состояния атомов пиония при их движении через слой вещества в рамках вероятностного подхода, предложенного в работе [13]

$$\frac{dP_i(z)}{dz} = \sum_k c_{ki} P_k(z), \quad (33)$$

$$c_{ki} = \sigma_{ki}^{tr} \cdot n_0, \quad i \neq k,$$

$$c_{ii} = -\Gamma_i - \sigma^{inel}(i) \cdot n_0, \quad \Gamma_i = \frac{1}{v \cdot \gamma \cdot \tau_i},$$

$$P_{br} = \frac{1}{L} \int_0^L dz \left(1 - \sum_i P_i(z) - \sum_i \Gamma_i \int_0^z P_i(z') dz' \right). \quad (34)$$

Здесь $P_i(z)$ — вероятность обнаружить $\pi^+\pi^-$ -атом в состоянии i ($i \equiv \{n_i, l_i, m_i\}$) дискретного спектра на расстоянии z от точки образования; $\sigma^{inel}(i)$ — полное неупругое сечение взаимодействия атома пиония в состоянии i с атомами вещества; $\sigma_{ki}^{\pi^+}$ — полное (интегральное) сечение перехода $\pi^+\pi^-$ -атома из состояния k в состояние i ; τ_i — время жизни атома пиония в состоянии i в его системе покоя; v и γ — его скорость и лоренц-фактор в лабораторной системе; n_0 — число атомов в единице объема; P_{br} — вероятность ионизации димезоатома, L — толщина мишени.

В разделе 4.1 даётся краткое изложение результатов работы [13]. Отмечается, что система кинетических уравнений этой работы не инвариантна относительно перехода от описания состояния атомов пиония в терминах полной системы “сферических” состояний к описанию в терминах полной системы “параболических” состояний, вследствие чего различие в результатах расчётов наблюдаемых величин, полученных с использованием этих двух систем, может служить мерой точности вероятностного подхода.

В разделах 4.2 и 4.3 двумя альтернативными способами проводится расчёт формфакторов перехода между состояниями параболического базиса, необходимых для расчёта борновских переходных амплитуд

$$S_{ki}(\vec{q}) = 4\pi N_{n1(i)n2(i)m(i)} N_{n1(k)n2(k)m(k)} \quad (35)$$

$$\times \left(\frac{n(i)n(k)}{n(i)+n(k)} \right)^3 \left(\frac{2n(k)}{n(i)+n(k)} \right)^{|m(i)|} \left(\frac{2n(i)}{n(i)+n(k)} \right)^{|m(k)|}$$

$$\times \exp \left[i\Delta m \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) \right] \cdot \sum_{r_1 r_2} \bar{C}_{r_1} \bar{C}_{r_2} (G_{r_1, r_2+1}(q) + G_{r_1+1, r_2}(q)),$$

где

$$G_{r_1, r_2}(q) = \frac{\Gamma(r_1 + \lambda + \omega + 1)\Gamma(r_2 + \lambda + \omega + 1)}{\Gamma(\lambda + 1)} \quad (36)$$

$$\times (1 + \Delta^2)^{-\lambda - 2\omega - r_1 - r_2 - 1} {}_2F_1(-r_1 - \omega, -r_2 - \omega; \lambda + 1; -\Delta^2),$$

$$\Delta = \frac{n(i)n(k)q}{[n(i)+n(k)]\mu\alpha}, \quad \lambda = |\Delta m|, \quad \omega = \frac{1}{2}(|m(i)| + |m(k)|) - \lambda,$$

$$\bar{C}_{r_1} = C_{r_1}\{|m(i)|, |m(k)|; n1(i), n1(k); a, b\},$$

$$\bar{C}_{r_2} = C_{r_2}\{|m(i)|, |m(k)|; n2(i), n2(k); a, b\},$$

$$a = \frac{2n(k)}{n(i)+n(k)}, \quad b = \frac{2n(i)}{n(i)+n(k)}.$$

В разделе 4.4 приводятся результаты расчётов вероятности ионизации атомов пиония в $Al, Ti, Fe, Ni, Mo, Ta, Pt$ -мишенях в рамках подхода [13] в сферическом и параболическом базисах.

Таблица 1: Сравнение результатов расчётов в сферическом и параболическом базисах

	Z	P_{br}^{sph}	P_{br}^{par}	$\Delta P_{br}/P_{br}$	$\Delta\tau/\tau$
Al	13	0.223	0.229	0.0292	0.079
Ti	22	0.326	0.330	0.0125	0.030
Fe	26	0.435	0.438	0.0069	0.018
Ni	28	0.470	0.473	0.0059	0.017
Mo	42	0.540	0.543	0.0044	0.015
Ta	73	0.671	0.673	0.0026	0.015
Pt	78	0.704	0.706	0.0022	0.017

На основании различия в результатах этих расчётов проводится оценка ошибки, вносимой в значение времени жизни атомов пинония ограниченной точностью вероятностного описания эволюции атомов пинония в веществе.

Часть III *Выход за пределы борновского и классического приближений в задачах описания взаимодействия релятивистских элементарных атомов с веществом, состоящая из (глав 5 - 8)*, посвящена различным аспектам описания взаимодействия ДМА с отдельными атомами AZ и мишенью в целом вне рамок борновского приближения. Основное внимание уделяется рассмотрению взаимодействия с веществом атомов $A_{2\pi}$.

В разделе 5.1 пятой главы рассмотрено упругое рассеяние $A_{2\pi}$ атомами вещества мишени в приближении двухфотонного обмена (второе борновское приближение).

Показано, что амплитуда этого процесса может быть представлена в виде

$$A_{ii}(\vec{q}) = \frac{i}{4\pi} \int d^3r |\psi_i(\vec{r})|^2 \int d^2b e^{i\vec{q}\vec{b}} (\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s}))^2. \quad (37)$$

Получено явное аналитическое выражение для амплитуды упругого $A_{2\pi}^{1s}(AZ)$ -рассеяния в модели простого экранированного потенциала

$$V(\vec{r}) = \frac{Z\alpha}{r} \exp(\lambda r), \quad \lambda = \alpha m_e Z^{1/3} \quad (38)$$

для кулоновского потенциала атома AZ .

Вычислено интегральное сечение упругого рассеяния $A_{2\pi}^{1s}(AZ)$:

$$(\sigma_{1s}^{el})_{2B} = \frac{\pi(2Z\alpha)^4}{\bar{\mu}^2} \left[\frac{131}{27} - \frac{44}{9} \ln 2 \right] + O\left(\frac{\lambda^2}{\bar{\mu}^4}\right), \quad (39)$$

$$\bar{\mu} = \alpha m_\pi.$$

В разделе 5.2 во втором борновском приближении рассчитан суммарный вклад P -чётных переходов в полное сечение взаимодействия $A_{2\pi}^{1s}$ с атомами AZ :

$$\Delta(\sigma_{1s}^{tot})_{2B} = \frac{24\pi(Z\alpha)^4}{\bar{\mu}^2} \zeta(3) + O\left(\frac{\lambda^2}{\bar{\mu}^4}\right). \quad (40)$$

Здесь $\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-z}$ — дзета-функция Римана.

Он сравним с вкладом P -нечётных переходов, рассчитанных в первом борновском приближении

$$\left(\sigma_{1s}^{tot}\right)_{1B} = \frac{2\pi(2Z\alpha)^2}{\bar{\mu}^2} \left[\ln \left(\frac{\bar{\mu}^2}{\lambda^2} \right) - \frac{3}{2} \right] + O \left(\frac{\lambda^2}{\bar{\mu}^4} \right). \quad (41)$$

Так, для “тяжёлых” ($Z \sim 70 \div 80$) атомов мишени ($Z\alpha \sim 0,5$)

$$\left[\Delta \left(\sigma_{1s}^{tot} \right)_{2B} / \left(\sigma_{1s}^{tot} \right)_{1B} \right] \sim 0,3.$$

Столь большая величина эффектов, обусловленных механизмом двухфотонного обмена, указывает на неприменимость простого борновского приближения к описанию взаимодействия атомов пиния с атомами тяжёлых элементов и необходимость учёта всех многофотонных обменов (МО).

В разделе 5.3 анализируется общая структура унитарной теории $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия, частным случаем которой является теория Глаубера. На основе принципов унитарности, соответствия и простоты даётся вывод выражения для амплитуды $A_{2\pi}(AZ)$ -рассеяния:

$$A_{fi}(\vec{q}) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{fi}^{(n)}(\vec{q}) = \frac{i}{2\pi} \int d^2b d^3r \rho_{fi}(\vec{r}) \left[1 - e^{i\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s})} \right] e^{i\vec{q}_1 \vec{b}}, \quad (42)$$

$$\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s}) = \chi \left(\vec{b} + \frac{\mu}{m_1} \vec{s} \right) - \chi \left(\vec{b} - \frac{\mu}{m_2} \vec{s} \right), \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},$$

представляющего собой естественное обобщение результатов теории Глаубера [12] для описания взаимодействия атомных систем.

В разделе 5.4 рассмотрены правила отбора для амплитуд $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия в глауберовском приближении.

В разделе 5.5 сформулирована глауберовская теория взаимодействия димезоатомов с атомами вещества, учитывающая возможность возбуждения и ионизации последних:

$$\sigma^{tot}(i) = \sigma_{coh}^{tot}(i) + \sigma_{incoh}^{tot}(i), \quad (43)$$

$$\sigma_{coh(incoh)}^{tot}(i) = \int d^3r |\Psi_i(\vec{r})|^2 d^2b \Gamma(\vec{b}, \vec{s})_{coh(incoh)}, \quad (44)$$

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s})_{coh} = 1 - 2 \cos [\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s})] \exp [-\Phi(\vec{b}, \vec{s})/2] + \exp [-\Phi(\vec{b}, \vec{s})], \quad (45)$$

$$\Gamma(\vec{b}, \vec{s})_{incoh} = 1 - \exp [-\Phi(\vec{b}, \vec{s})], \quad (46)$$

$$\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s}) = \frac{2Z\alpha}{\beta} \int \frac{d^2q}{q^2} \left(e^{i\vec{q}\vec{b}_+} - e^{i\vec{q}\vec{b}_-} \right) [1 - S_1(\vec{q})], \quad (47)$$

$$\Phi(\vec{b}, \vec{s}) = \frac{4Z\alpha^2}{\beta^2} \int \frac{d^2q_1}{q_1^2} \frac{d^2q_2}{q_2^2} \left(e^{i\vec{q}_1 \vec{b}_+} - e^{i\vec{q}_1 \vec{b}_-} \right) \left(e^{-i\vec{q}_2 \vec{b}_+} - e^{-i\vec{q}_2 \vec{b}_-} \right) W(\vec{q}_1, \vec{q}_2), \quad (48)$$

$$W(\vec{q}_1, \vec{q}_2) = S_1(\vec{q}_1 - \vec{q}_2) - S_1(\vec{q}_1)S_1(\vec{q}_2) + (Z-1)[S_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2) - S_1(\vec{q}_1)S_1(\vec{q}_2)], \quad (49)$$

$$S_1(\vec{q}) = \int d^3r e^{i\vec{q}\vec{r}} \rho_1(\vec{r}), \quad \int d^3r \rho_1(\vec{r}) = 1, \quad (50)$$

$$S_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2) = \int d^3r_1 d^3r_2 e^{i\vec{q}_1 \vec{r}_1 - i\vec{q}_2 \vec{r}_2} \rho_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad \int d^3r_2 \rho_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \rho_1(\vec{r}_1), \quad (51)$$

$$\vec{b}_{\pm} = \vec{b} \pm \vec{s}/2, \quad \vec{s} = \vec{r}_{\perp}, \quad (52)$$

$$W(\vec{q}, \vec{q}) = S_{incoh}(\vec{q}). \quad (53)$$

Здесь $\rho_{1,2}$ — одно- и двухчастичные плотности атомов вещества; $\sigma_{coh}^{tot}(incoh)$ — вклады в полные сечения $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия процессов без возбуждения и с возбуждением атомов вещества. Величина Φ в (43)-(53) учитывает возбуждение атомов мишени как в промежуточном, так и в конечном состояниях.

Если положить $\Phi = 0$, то (43)-(46) переходят в соответствующие соотношения работ [21, 29, 45]. В частности, в этом пределе $\sigma_{incoh} = 0$.

Относительные поправки к величине σ_{coh}^{tot} вызваны включением в рассмотрение промежуточных некогерентных эффектов порядка

$$Z^3 \alpha^4 \frac{\langle r^2 \rangle_{EA}}{\langle r^2 \rangle_{AZ}} \ln \left(\frac{\langle r^2 \rangle_{EA}}{\langle r^2 \rangle_{AZ}} \right) \ll 1 \quad (54)$$

и ими можно пренебречь. То же самое справедливо для всех парциальных сечений.

Из этих оценок следует, что теория работ [21, 29, 45] обеспечивает достаточно точное описание когерентного сектора $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействий. Что касается некогерентных взаимодействий, то как следует из уравнения (46), оно может быть описано борновским приближением с точностью порядка

$$Z \alpha^2 \frac{\langle r^2 \rangle_{EA}}{\langle r^2 \rangle_{AZ}} \ln \left(\frac{\langle r^2 \rangle_{EA}}{\langle r^2 \rangle_{AZ}} \right). \quad (55)$$

Результаты проведённого анализа могут быть кратко суммированы следующим образом.

- (i) Для описания когерентного сектора $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействий достаточно использовать упрощённый вариант [21, 29, 45] теории Глаубера.
- (ii) Для описания некогерентного сектора $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействий с достаточной точностью может быть использовано борновское приближение.

Глава 6 посвящена расчёту полных сечений $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия в теории Глаубера

$$\sigma_i^{tot}(\vec{q}) = \int d^3r |\psi_i(\vec{r})|^2 \sigma(\vec{s}), \quad \sigma(\vec{s}) = 2 \int d^2b \{ 1 - \cos [\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s})] \}. \quad (56)$$

В разделе 6.1 проведено сопоставление этих сечений с получаемыми в борновском приближении:

$$\sigma(\vec{s}) < \sigma(\vec{s})_{1B} = 2 \int d^2b |\Delta\chi(\vec{b}, \vec{s})|^2. \quad (57)$$

Таким образом, увеличение полного сечения, обусловленное добавлением вкладов P -чётных переходов, компенсируется уменьшением вкладов P -нечётных переходов посредством эффектов МО.

В разделе 6.2 для величины $\sigma(\vec{s})$ получено аналитическое выражение, справедливое при $s \ll R_{экр} = \lambda^{-1}$:

$$\sigma(\vec{s}) = (2Z\alpha)^2 \pi s^2 \left[\ln \left(\frac{4R_{экр}^2}{s^2} \right) + \psi(1) + \psi(2) - 2f(Z\alpha) \right] + O \left(\frac{s^4}{R_{экр}^2} \right). \quad (58)$$

В конце раздела оно используется для расчёта полных сечений взаимодействия основного и слабозвуждённых состояний $A_{2\pi}$ с атомами AZ . Результаты расчётов показывают, что учёт механизмов МО заметно изменяет результаты борновского приближения даже в случае взаимодействия с достаточно лёгкими атомами титана ($Z = 22$). Сечения же взаимодействия с атомами тантала ($Z = 73$) эффектами многофотонных обменов могут уменьшаться вдвое и даже более.

В разделе 6.3 доказывается, что выражение (56) для полного сечения взаимодействия $A_{2\pi}$ в произвольном состоянии с атомами вещества может быть представлено в виде

$$\begin{aligned}\sigma_i^{tot}(\vec{q}) &= 2 \int d^2q |f(\vec{q})|^2 [1 - S_{ii}(\vec{q})], \\ S_{ii}(\vec{q}) &= \int d^3r |\psi_i(\vec{r})|^2 \exp(i\vec{q}\vec{r}), \\ f(\vec{q}) &= \frac{i}{2\pi} \int d^2b [1 - \exp(i\chi(\vec{b}))] \exp(i\vec{q}\vec{b}),\end{aligned}\quad (59)$$

более удобным для проведения численных расчётов, нежели исходное выражение (56).

На основе (59) проводятся численные расчёты полных сечений $A_{2\pi}(AZ)$ -взаимодействия для состояний с $n \leq 10$, а также их сравнение с результатами расчёта этих величин в борновском приближении, демонстрирующее точность последнего.

В главе 7 технически непростая задача расчёта переходных амплитуд ЭАА в кулоновском поле атомов мишени с учётом МО, требующая выполнения численных операций четырёхкратного интегрирования, в пределе $\lambda \gg 0$ ($\lambda = R_{\text{экр}}^{-1}$) сводится к вычислительной задаче однократного численного интегрирования путём получения приближённых замкнутых аналитических выражений для переходных амплитуд как функций переданного импульса.

В разделе 7.1 получено аналитическое выражение для амплитуды упругого $A_{2\pi}^{1s}(AZ)$ -рассеяния:

$$\begin{aligned}A_{ii}(q) &= \frac{2i\nu^2 \bar{\mu}^2}{(\bar{\mu}^2 + \Delta^2)^2} \\ &\times \left[\frac{2\bar{\mu}^4}{(\bar{\mu}^2 + \Delta^2)^2} F(1 + i\nu, 1 - i\nu; 2; 1 - g^2) + F(i\nu, -i\nu; 1; 1 - g^2) \right], \\ \nu &= Z\alpha, \quad g = \frac{2\bar{\mu}\Delta}{(\bar{\mu}^2 + \Delta^2)^2}, \quad \Delta = \frac{q}{2}, \quad \bar{\mu} = 2\mu\alpha, \\ |i\rangle &= |1s\rangle \equiv |100\rangle.\end{aligned}\quad (60)$$

В разделе 7.2 дан вывод аналитического выражения для амплитуды простейшего неупругого процесса – перехода $A_{2\pi}$ из основного ($1s$) в низшее возбуждённое ($2p$) состояние:

$$\begin{aligned}A_{fi}(\vec{q}) &= i\nu\sqrt{2}(\mu\alpha)^4 |\Gamma(1 + i\nu)|^2 \cdot \frac{(\vec{\epsilon}_{\mp}\vec{q})}{q^2} \cdot \bar{\mu} \left(\bar{\mu}^{-1} \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}} \right)^2 \\ &\times \left[\frac{1}{\bar{\mu}^2 + q^2/4} F(i\nu, -i\nu; 1; 1 - g^2) \right],\end{aligned}\quad (61)$$

$$g = \frac{\tilde{\mu}q}{\tilde{\mu}^2 + q^2/4}, \quad \tilde{\mu} = \frac{3}{2}\mu\alpha; \quad \vec{e}_\pm = \vec{e}_x \pm i\vec{e}_y, \quad \vec{e}_\pm^* = \vec{e}_\mp; \quad (62)$$

$$|i\rangle = |100\rangle, \quad |f\rangle = |21(\pm 1)\rangle$$

(знаки \pm отвечают значениям $m = \pm 1$).

В разделе 7.3 развитая в 7.1 и 7.2 техника обобщается на случай рассмотрения переходов из основного состояния ЭАА в произвольные состояния дискретного спектра, а также представляющий особый интерес случай перехода в состояния непрерывного спектра. Для амплитуды ионизации A_{fi}^{1s} получено следующее выражение в виде контурного интеграла:

$$\begin{aligned} A_{fi}(\vec{q}) &= -\frac{c^{(-)}}{\pi i} \oint_C dt (-t)^{i\xi-1} (1-t)^{-i\xi} A_{fi}(\vec{q}, t), \\ A_{fi}(\vec{q}, t) &= \frac{|\Gamma(1+i\nu)|^2}{q^2} \frac{\partial}{\partial \mu\alpha} \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial c} \right) \\ &\times \left\{ \left[\frac{c^2 + (q/2 + \kappa)^2}{c^2 + (q/2 - \kappa)^2} \right]^{i\nu} \cdot F \left(i\nu, -i\nu; 1; 1 - \frac{c^2 q^2}{f^2} \right) \right\}, \quad (63) \\ c^{(-)} &= (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \exp \left(\frac{\pi\xi}{2} \right) \Gamma(1+i\xi), \quad \xi = \mu\alpha/p, \\ c &= \sqrt{(\mu\alpha - ipt)^2 + p_L^2(1-t)^2}. \end{aligned}$$

В главе 8 дано квантово-механическое рассмотрение задачи о прохождении быстрых атомных систем через слой вещества.

В разделе 8.1 проводится качественное обсуждение проблемы.

В разделе 8.2 рассматриваются основные допущения, используемые при выводе кинетического уравнения для матрицы плотности.

В разделе 8.3 с использованием техники функционального интегрирования в л.с. получено интегральное представление для матрицы плотности, описывающей состояние ДМА после прохождения слоя вещества толщины z , и следующее из него кинетическое уравнение для матрицы плотности:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \rho(z; \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial z} &= \frac{1}{v\gamma} [H_{int}(\vec{r}_1) - H_{int}^*(\vec{r}_2)] \rho(z; \vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ &- in_0 \Omega(\vec{s}_1, \vec{s}_2) \rho(z; \vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (64) \end{aligned}$$

где v — скорость ДМА, γ — его лоренц-фактор, n_0 — плотность вещества мишени;

$$\Omega(\vec{s}_1, \vec{s}_2) = \int d\tau \{ \Gamma(\vec{\tau}, \vec{s}_1) + \Gamma^*(\vec{\tau}, \vec{s}_2) - \Gamma(\vec{\tau}, \vec{s}_1) \Gamma^*(\vec{\tau}, \vec{s}_2) \}, \quad (65)$$

$$\Gamma(\vec{\tau}, \vec{s}_{1(2)}) = 1 - \exp \left\{ i\chi(\vec{\tau} - \xi \vec{s}_{1(2)}) - i\chi(\vec{\tau} + \eta \vec{s}_{1(2)}) \right\}. \quad (66)$$

Здесь $\Gamma(\vec{\tau}, \vec{s})$, $\vec{s} = \vec{s}_{1(2)}$ — оператор взаимодействия ДМА с атомами AZ в глауберовской теории. Третий член правой части уравнения (64) соответствует включению взаимодействия ДМА с атомами мишени с учётом всех многофотонных обменов.

В разделе 8.4 дан вывод кинетического уравнения для матрицы плотности в собственной системе отсчёта релятивистского атома. Его вид

$$i \frac{\partial \rho(t; \vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial t} = H_{int}(\vec{r}_1) \rho(t; \vec{r}_1, \vec{r}_2) - H_{int}^*(\vec{r}_2) \rho(t; \vec{r}_1, \vec{r}_2) - i v \gamma n_0 \Omega(\vec{s}_1, \vec{s}_2) \rho(t; \vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (67)$$

совпадает с общим видом уравнения работы [46] для матрицы плотности атомов, движущихся в лазерных полях. Однако смысл величины Ω в рассматриваемом случае иной, нежели в упомянутой работе.

В разделе 8.5, совершается переход к к уравнениям для элементов матрицы плотности и их обобщение с учётом эффектов нестабильности ЭАА. Дифференциальная и интегральная формы уравнений при этом принимают вид:

$$\frac{\partial \rho_{ik}(z)}{\partial z} = \frac{1}{v\gamma} \left[i(\varepsilon_k - \varepsilon_i) - \frac{1}{2}(\Gamma_i + \Gamma_k) \right] \rho_{ik}(z) - n_0 \sum_{l,m} \Omega_{ik,lm} \rho_{lm}(z); \quad (68)$$

$$\rho_{ik} = \rho_{ik}(0) \exp[-a_{ik} \cdot z] - n_0 \sum_{l,m} \Omega_{ik,lm} \int \exp[-a_{ik} \cdot (z - z')] \rho_{lm}(z') dz', \quad (69)$$

где

$$a_{ik} = -\frac{1}{v\gamma} \left[i(\varepsilon_k - \varepsilon_i) - \frac{1}{2}(\Gamma_i + \Gamma_k) \right]. \quad (70)$$

Здесь $\varepsilon_{i(k)}$ — энергия связи рассматриваемого дискретного состояния, $\Gamma_{i(k)} = \tau_{i(k)}^{-1}$ — ширина соответствующего уровня адронного атома.

В заключение раздела обсуждается роль эффектов длины (времени) формирования при обосновании использования вероятностного описания эволюции внутреннего состояния квантово-механических систем. Делается вывод о том, что наличие случайного вырождения уровней энергии водородоподобных атомов не позволяет применять вероятностное описание динамики их внутреннего состояния даже при достаточно низких энергиях.

В заключении сформулированы основные выводы и перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Основные результаты, полученные в диссертации

1. В потенциальном приближении исследовано влияние сильного взаимодействия на поведение волновых функций димезоатомов на малых расстояниях.

Аналитически, в рамках первого приближения теории возмущений, а также путём численного решения уравнения Шрёдингера показано, что эффекты сильного и кулоновского взаимодействий в волновых функциях ns -состояний факторизуются с высокой степенью точности ($\sim 10^{-4}$).

Это позволяет в задаче об образовании димезоатомов включить эффекты сильного взаимодействия в конечном состоянии в “перенормировку” амплитуды образования свободных пар и тем самым свести задачу к рассмотрению образования димезоатомов с чисто кулоновскими волновыми функциями.

2. Показано, что специфические особенности кулоновских волновых функций ns -состояний димезоатомов позволяют распространить результаты приближения “нулевого” радиуса сильного взаимодействия для отношений сечений образования димезоатомов в различных ns -состояниях на случай, если радиус сильного взаимодействия достигает 10 фм.
3. Проведён последовательный вывод правил сумм для расчёта полных сечений взаимодействия димезоатомов с атомами вещества в борновском приближении с точностью до слагаемых порядка α^2 и устранены погрешности в результатах для этих правил сумм, полученных ранее другими авторами.
4. Установлены приближённые правила отбора для переходов между различными состояниями димезоатомов в кулоновском поле атомов вещества и оценена их точность.
5. Дан вывод аналитических выражений для формфакторов переходов между состояниями дискретного спектра и состояниями непрерывного спектра, характеризующих определёнными значениями вектора относительного импульса мезонов. С их использованием в борновском приближении рассчитаны спектры продуктов ионизации атомов $A_{2\pi}^{ns}$.
6. Путём сопоставления результатов расчётов вероятности ионизации димезоатомов в веществе, выполненных в рамках классического (вероятностного) подхода к описанию внутренней динамики димезоатомов с использованием полного набора сферических и параболических состояний оценена точность классического подхода.
7. Проведены аналитические расчёты сечения упругого рассеяния атомов пиония в $1s$ -состоянии во все состояния положительной чётности во втором борновском приближении. Их результаты дают простую оценку точности первого борновского приближения.
8. Получено обобщение правил сумм для полных сечений взаимодействия в глауберовском приближении. Проведены соответствующие численные расчёты.
9. Исследовано влияние эффектов возбуждения атома мишени в промежуточных и конечных состояниях на величины сечений когерентного и некогерентного взаимодействия с димезоатомами.
10. Получены аналитические выражения для амплитуд упругого рассеяния димезоатомов в основном состоянии атомами мишени, а также амплитуд перехода из основного в $2p$ -состояния и состояния непрерывного спектра в глауберовском приближении.
11. Проведено квантовое рассмотрение задачи о движении многоуровневой системы через слой вещества. Получена система кинетических уравнений для элементов матрицы плотности, описывающая внутреннюю динамику рассматриваемой системы.

Список литературы

- [1] J. Schwinger, Phys. Lett. B 24 (1967) 437; S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 507; S. Coleman, I. Wess and B. Zumino, Phys. Rev. 177 (1969) 2239; D.V. Volkov, Sov. J. Part. Nucl. 4 (1973) 3; M.K. Volkov and V.N. Pervushin, *Sushchestvenno nelinejnye kvantovye teorii, dinamicheskie simmetrii i fizika mezonov* (Moscow: Atomizdat, 1978); 35; M.K. Volkov, Theor. Math. Phys. 71 (1987) 606.
- [2] W.E. Caswell and G.P. Lepage, Phys. Lett. B 167 (1986) 437; A. Gall, J. Gasser, V.E. Lyubovitskij and A. Rusetsky, Phys. Lett. B 462 (1999) 335; A. Rusetsky, Preprint hep-ph/0011039; J. Gasser, V.E. Lyubovitskij, A. Rusetsky and A. Gall, Phys. Rev. D 64 (2001) 016008; V.E. Lyubovitskij and A. Rusetsky, Phys. Lett. B 494 (2001) 9.
- [3] S. Weinberg, Physica A 96 (1979) 327; R. Feynman and M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109 (1958) 193; J. Gasser and H. Leutwyler, Ann. Phys. 158 (1984) 142, Nucl. Phys. B 250 (1985) 465; J. Bijnens, G. Colangelo, G. Ecker, J. Gasser, M.E. Sainio, Phys. Lett. B 374 (1996) 210; N.H. Fuchs, H. Sazdjian and J. Stern, Phys. Lett. B 269 (1991) 183; Phys. Rev. D 47 (1993) 3814; M. Knecht, B. Moussallam, J. Stern, N.H. Fuchs, Nucl. Phys. B 457 (1995) 513; *ibid.* B 471 (1996) 445.
- [4] R.N. Faustov, Sov. J. Part. Nucl. 3 (1972) 199; R. Coombes et. al., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 249; S.H. Aronson et. al., Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1078; J. Kapusta and A. Mosky, Preprint hep-th/9812013.
- [5] Proc. Int. Workshop *Hadronic Atoms and Positronium in the Standard Model*, Dubna, 1998 (E2-98-254), Eds. M.A. Ivanov, A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev, V.E. Lyubovitskij and A.G. Rusetsky; Proc. Int. Workshop "*HadAtom99*", Bern, 1999 (arXiv:hep-ph/9911339), "*HadAtom01*" Bern, 2001 (arXiv:hep-ph/0112293), Eds. J. Gasser, A. Rusetsky and J. Schacher; "*HadAtom02*", Geneva, 2002 (arXiv:hep-ph/0301266), Eds. L. Afanasyev, A. Lanaro and J. Schacher.
- [6] G.V. Efimov, M.A. Ivanov, V.E. Lyubovitskij, Yad. Fiz. 44 (1986) 460; Pis'ma v Zh. Eksp. Teor. Fiz., 45 (1987) 526; A.A. Bel'kov, V.N. Pervushin, F.G. Tkebuchava, Yad. Fiz. 44 (1986) 466; A.A. Bel'kov, V.N. Pervushin and D. Ebert, Sov. J. Part. Nucl. 22 (1991) 5.
- [7] S. Deser, M.L. Goldberger, K. Baumann and W. Thirring, Phys. Rev. 1 (1954) 774; T.L. Trueman, Nucl. Phys. 26 (1961) 57; J.L. Uretsky and T.R. Palfrey, Jr., Phys. Rev., 121 (1961) 1798; S.M. Bilenky, Nguen Van Hieu, L.L. Nemenov and F.G. Tkebuchava, Yad. Fiz., 10 (1969) 812; R. Staffin, Phys. Rev., D 16 (1977) 726; G. Rasche and W.S. Woolcock, Nucl. Phys. A 381 (1982) 405.
- [8] V.E. Lyubovitskij and A.G. Rusetsky, Phys. Lett. B 389 (1996) 181; V.E. Lyubovitskij, E.Z. Lipartia and A.G. Rusetsky, JETP Lett. 66 (1997) 783; M.A. Ivanov, V.E. Lyubovitskij, E.Z. Lipartia and A.G. Rusetsky, Phys. Rev. D 58 (1998) 094024; H. Jallouli and H. Sazdjian, Phys. Rev. D 58 (1998) 014011; H. Sazdjian, Preprint hep-ph/0004226; A. Gashi, G.C. Oades, G. Rasche and W.S. Woolcock, Nucl. Had. Phys. A 628 (1998) 101.

- [9] D. Sigg, A. Badertscher, P.F.A. Goudsmit, H.J. Leisi and G.C. Oades, Nucl. Phys. A 609 (1996) 269; D. Chatellard et al., Nucl. Phys. A 625 (1997) 855; H.-Ch. Schröder et al., Phys. Lett. B 469 (1999) 25, Eur. Phys. J. C 21 (2001) 433; Proposal R-98-01.1 at PSI.
- [10] The DEAR collaboration (S. Bianco et al.), *The DEAR case*, Preprint LNF-98/039(P) (1998); Rivista del Nuovo Cimento, November 1999; M. Iwasaki et al., Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 3067; Nucl. Phys. A 639 (1998) 501.
- [11] B. Adeva et al., *Lifetime measurement of $\pi^+\pi^-$ atoms to test low energy QCD predictions* (Proposal to the SPSLC, CERN/SPSLC 95-1, SPSLC/P 284, Geneva, 1995); L.L. Nemenov, Yad. Fiz. 41 (1985) 980.
- [12] R.G. Glauber, in: Lectures in Theoretical Physics, Eds. W.E. Britten and L.G. Duham (New York: Interscience, 1959).
- [13] L.G. Afanasyev and A.V. Tarasov, Yad. Fiz. 59 (1996) 2212 [Phys. Atom. Nucl. 59 (1996) 2230].
- [14] A.B. Arbuzov, O.O. Voskresenskaya and E.A. Kuraev. *Vector Meson Resonance Contributions to $e^+e^-\beta\pi^0\pi^0\gamma$ and the Width of $\rho\beta\pi^0\pi^0\gamma$ Decay*. — JINR E4-95-430, Dubna, 1995.
- [15] A.B. Arbuzov, O.O. Voskresenskaya and E.A. Kuraev. *On a Model for Hadronic Current in $K_{\mu 3}$ -Decay*. — JINR E4-95-411, Dubna, 1995.
- [16] O.O. Voskresenskaya, A.N. Sisakyan, A.V. Tarasov and G.T. Torosyan, *Theory of the Landau–Pomeranchuk Effect for Finite-Size Targets*. — JINR P2-97-308, Dubna, 1997.
- [17] L.G. Afanasyev, O.O. Voskresenskaya and V.V. Yazkov. *Ratio of Production Cross Sections for Pairs of Opposite Charged Pions in the Free and Atomic-Bound States*. — JINR Communication, P1-97-306, Dubna, 1997.
- [18] I. Amirkhanov, I. Puzynin, A. Tarasov, O. Voskresenskaya and O. Zeinalova. *Behaviour of a dimesoatomic wave functions at small distances*. — In: M.A. Ivanov, A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev et al. (Eds.), Proc. Int. Workshop “Hadronic Atoms and Positronium in the Standard Model”, Dubna, May 26-31, 1998 (E2-98-254, Dubna, 1998), pp.135-138.
- [19] L. Afanasev and O. Voskresenskaya. *The eikonal approach to calculation of the multiphoton exchange contributions to the total cross sections of $\pi^+\pi^-$ atom interaction with ordinary atoms*. — In: M.A. Ivanov, A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev et al. (Eds.), Proc. Int. Workshop “Hadronic Atoms and Positronium in the Standard Model”, Dubna, May 26-31, 1998 (E2-98-254, Dubna, 1998), pp.142-144.
- [20] L. Afanasev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Sum rules for total cross sections of relativistic elementary atoms of matter up to terms of order α^2* . — In: M.A. Ivanov, A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev et al. (Eds.), Proc. Int. Workshop “Hadronic Atoms and Positronium in the Standard Model”, Dubna, May 26-31, 1998 (E2-98-254, Dubna, 1998), pp.139-141.

- [21] S.R. Gevorkyan, A.V. Tarasov and O.O. Voskresenskaya. *Total Cross Sections for the Interaction of Hydrogen-like Atoms with Atoms of a Medium*. — Physics of Atomic Nuclei **61** (1998), No. 9, p.1517-1519 [Yad. Fiz., **61** (1998), No. 9, p. 1628-1630]; Preprint JINR P2-97-18, Dubna, 1997.
- [22] I. Amirkhanov, I. Puzynin, A. Tarasov, O. Voskresenskaya and O. Zeinalova. *A method for research on behaviour of a dimesoatomic wave functions at small distances*. — JINR, E2-98-386, Dubna, 1998 [Preprint hep-ph/9812293].
- [23] L. Afanasev and O. Voskresenskaya. *Ratio between $\pi^+\pi^-$ -atom and free $\pi^+\pi^-$ pair production rates with account of the strong interaction in final states*. — Physics Letters B **453** (1999) 302-304 [Preprint hep-ph/9810248].
- [24] I. Amirkhanov, I. Puzynin, A. Tarasov, O. Voskresenskaya and O. Zeinalova. *The Influence of Strong Interaction on the Pionium Wave Functions at Small Distances*. — Phys. Lett. B **452** (1999) 155-158 [Preprint hep-ph/9810251].
- [25] A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Analytical approach to calculation of the $\pi^+\pi^-$ atom production rate in different quantum states*. — In: J. Gasser, A. Rusetsky and J. Schacher (Eds.), Proc. Int. Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom99”, Bern, October 14-15, 1999 (BUTP-99/26, BUHE-99-08, Bern, 1999) p.8 [arXiv:hep-ph/9911339].
- [26] L. Afanasyev, M. Jabitski, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Calculation of the breakup probability of $\pi^+\pi^-$ atom in a target with a high accuracy*. — In: J. Gasser, A. Rusetsky and J. Schacher (Eds.), Proc. Int. Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom99”, Bern, October 14-15, 1999 (BUTP-99/26, BUHE-99-08, Bern, 1999), p.14 [arXiv:hep-ph/9911339].
- [27] L. Afanasev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Sum rules for total cross sections of relativistic elementary atoms of matter up to terms of order α^2* . — Preprint hep-ph/9810250.
- [28] L. Afanasev and O. Voskresenskaya. *The eikonal approach to calculation of the multiphoton exchange contributions to the total cross sections of $\pi^+\pi^-$ atom interaction with ordinary atoms*. — Preprint hep-ph/9809434.
- [29] L. Afanasyev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Total interaction cross sections of relativistic $\pi^+\pi^-$ atoms with ordinary atoms in the eikonal approach*. — J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **25** (1999) B7-B10.
- [30] J. Raufeisen, A.V. Tarasov, O.O. Voskresenskaya. *Nuclear Shadoving in DIS at Moderately Small x_B* . — Eur. Phys. J. A **5** (1999) 173-182 [Preprint hep-ph/9812398].
- [31] L. Afanasyev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Spectrum of pions from $\pi^+\pi^-$ atom breakup (Born and Glauber approximations)*. — In: J. Gasser, A. Rusetsky and J. Schacher (Eds.), Proc. Int. Workshop on Hadronic Atoms “HadAtom01”, Bern, October 11-12, 2001, (BUTP-2001/23, BUHE-2001-07, Bern, 2001), p.7 [arXiv: hep-ph/0112293].

- [32] O. Voskresenskaya. *Analytic form factors of hydrogenlike atoms for discrete-continuum transitions. I. Transitions from nS -states.* — arXiv:hep-ph/0111216.
- [33] O. Voskresenskaya. *Analytic form factors of hydrogenlike atoms for discrete-continuum transitions. II. General case.* — arXiv:hep-ph/0201037.
- [34] L. Afanasyev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *Contribution of α^2 -terms to the total interaction cross sections of relativistic elementary atoms with atoms of matter.* — Phys. Rev. D 65 (2002) 096001-1 — 096001-5 [Preprint hep-ph/0109208].
- [35] L. Afanasev, A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *The Glauber theory of the interaction with matter of $\pi^+\pi^-$ -atom with matter atoms.* — to appear in Phys. Lett. B.
- [36] A. Tarasov and O. Voskresenskaya. *On the role of multiphoton exchanges in the incoherent interaction of $\pi^+\pi^-$ -atom with atoms of matter.* — In: L. Afanasev, A. Lanaro and J. Schacher (Eds.), Proc. Int. Workshop on Hadronic Atoms "HadAtom02", Geneve, 2002 (BUTP-2002/26, BUHE-2002-08), p.7-8 [arXiv:hep-ph/0301266].
- [37] O. Voskresenskaya. *Density matrix kinetic equations describing a passage of fast atomic systems through matter* — in press, J. Phys. B [arXiv:hep-ph/0303040].
- [38] O. Voskresenskaya. *Perturbative analysis of the influence of strong interaction on the relations between $A_{2\pi}$ creation probabilities in ns -states.* — JINR Communication, P4-2002-26, Dubna, 2002.
- [39] O. Voskresenskaya. *A quantum-kinetic equations for the description of internal dynamics of multilevel atomic systems moving through a target matter.* — arXiv:hep-ph/0301066.
- [40] G.E. Kopylov and M.I. Podgoretsky, Yad. Fiz. 15 (1972) 392; R. Lednitsky and V.L. Lyuboshits, Yad. Fiz. 35 (1982) 1316; R. Lednitsky and V.L. Lyuboshits, Proc. Int. Workshop on Particle Correlations and Interferometry in Nuclear Collision, CORINE90, Nantes, June 28-30,1990, p.42.
- [41] T. Mizoguchi, M. Biyajima, I.V. Andreev and G. Wilk, Phys. Rev. C 59 (1999) 2209; R. Lednitsky, work in progress; G. Baym, G. Friedman, R.J. Huges and B.V. Jacak, Phys. Rev. D 48 (1993) R3957.
- [42] E.A. Kuraev, Yad. Fiz. 61 (1998) 378 [Sov. J. Nucl. Phys. 61 (1998) 325].
- [43] A.I. Baz', Ya.B. Zel'dovich, A.M. Perelomov, *Scattering, Reactions and Decay in Nonrelativistic Quantum Mechanics* (Jerusalem, 1969); Ya.B. Zeldovich, ZETP 11 (1956) 1101.
- [44] S. Mrowczynski, Phys. Rev. D 36 (1987) 1520; K. Denisenko and S. Mrowczynski, Phys. Rev. D 36 (1987) 1529.
- [45] M. Schumann, T. Heim, K. Hencken, D. Trautmann and G.Baur, J. Phys. B 35 (2002) 2683-2692.
- [46] S. Chang and V. Minogin, Physics Reports 365 (2002) 65.

Макет Н. А. Киселевой

Подписано в печать 25.04.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,56. Уч.-изд. л. 2,19. Тираж 100 экз. Заказ № 53873.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/