

P4-2003-213

К. А. Кутербеков\*, И. Н. Кухтина,  
Ю. Э. Пенионжкевич, Т. К. Жолдыбаев\*

**ОБОБЩЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ  
ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ФОЛДИНГ-МОДЕЛИ  
ДЛЯ АЛЬФА-ЧАСТИЦ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ  
И СРЕДНИХ ЭНЕРГИЙ**

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

\*Институт ядерной физики, Алма-Ата

## ВВЕДЕНИЕ

Важным источником информации о распределении вещества в нуклидах и свойствах потенциала ядро-ядерного взаимодействия являются результаты совместного анализа как угловых распределений (УР) упругого и неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц и легких экзотических ядер, так и полных сечений реакций (ПСР). При низких и средних энергиях популярным методом анализа экспериментальных УР является полумикроскопическая фолдинг-модель (ПФМ), основанная на методе двойной свертки [1-4].

В связи с тем, что  $\alpha$ -частица является кором легких экзотических ядер ( ${}^6,8\text{He}$ ), становится актуальным проведение систематического анализа экспериментальных данных взаимодействия  $\alpha$ -частиц при низких и средних энергиях с большой группой стабильных ядер и получение обобщенных зависимостей параметров ПФМ.

Энергетическая зависимость некоторых параметров простой фолдинг-модели для  $\alpha$ -частиц исследована в работе [5].

Впервые с целью глобального поиска единых параметров ПФМ в рамках модели двойной свертки [6] на основе полного МЗУ-эффективного взаимодействия и нуклонных плотностей, вычисленных для всех сталкивающихся ядер методом функционала плотности [7], проведен систематический анализ экспериментальных дифференциальных и полных сечений реакций в широком интервале энергий  $\alpha$ -частиц для ядер с  $A=12-208$ .

Теоретическая модель, претендующая на полноту описания экспериментальных данных, должна с одним и тем же набором входных параметров воспроизводить как абсолютные величины дифференциальных сечений, так и ПСР. К настоящему времени выполнено мало работ, в которых к анализу в рамках одной модели привлекались одновременно обе эти величины. Выбор оптимальных параметров фолдинг-модели [6] позволяет в дальнейшем извлечь надёжную информацию о структурных характеристиках исследуемых ядер, используя сравнительный анализ экспериментов по рассеянию  $\alpha$ -частиц и легких экзотических ядер.

В данной работе впервые предложена глобальная (энергетическая и массовая) зависимость параметров ПФМ для  $\alpha$ -частиц в широком энергетическом диапазоне.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ АНАЛИЗА

Для построения искомой глобальной зависимости параметров ПФМ нами отобран исходный экспериментальный материал, в который вошли результаты наших работ и литературных источников [5, 8-20].

Основные характеристики экспериментальных условий, при которых получены УР, приведены в табл. 1.

Экспериментальные УР из работ [11, 14, 16, 18, 20], включенные в анализ, получены на изохронном циклотроне У-150М с использованием системы регистрации и идентификации продуктов реакций на базе комплекса КАМАК-РС/АТ [21].

В работах [11, 14, 16, 18, 20] систематическая погрешность абсолютных величин дифференциальных сечений рассеяния, не превышающая 10 %, связана, в основном, с неопределенностью толщины мишени (4-6 %), телесного угла спектрометра (1 %) и калибровки интегратора тока. Статистическая ошибка анализируемых данных составляет 1-5 % и только в отдельных случаях, в минимумах УР на больших углах, достигает 6-15 %. Все использованные мишени самонесущие, изготовленные методом термического испарения. Толщины мишеней определялись по потерям энергии  $\alpha$ -частиц радиоактивных источников  $^{241}\text{Am}$ ,  $^{243}\text{Am}$ ,  $^{244}\text{Cm}$  и  $^{239}\text{Pu}$ . Погрешности абсолютных величин дифференциальных сечений в УР рассеяния, по данным, взятым из литературы [5, 8-10, 12, 13, 15, 17, 19], составляли 5-10 %.

Экспериментальные величины полных сечений реакций  $\sigma_R$ , погрешности которых составили 4-7 % в исследуемой нами области энергий, взяты из работы [11] и других литературных источников [22-25].

Таблица 1. Основные характеристики эксперимента по упругому рассеянию  $\alpha$ -частиц

Ядро	$E_\alpha$ (МэВ)	Мишень		Угловой диапазон (градус, с.п.м.)	Литера- тура
		Толщина (мг/см <sup>2</sup> )	Обога- щение (%)		
Для энергетической зависимости					
<sup>90</sup> Zr	21.0	0.730	97.0	48-177	[8]
<sup>90</sup> Zr	23.4	0.730	97.0	48-177	[8]
<sup>90</sup> Zr	25.0	0.730	97.0	48-177	[8]
<sup>90</sup> Zr	31.0	1.0	98.0	10-98	[9]
<sup>90</sup> Zr	35.4	0.520	97.65	10-100	[10]
	35.4	0.855	97.67	6-47	
<sup>90</sup> Zr	40.0±0.2	0.84-2.47	97.6	5-175	[5]
	40.0±0.5	2.13±0.08	95.0	10-70	[11]
<sup>90</sup> Zr	50.1±0.5	2.13±0.08	95.0	15-80	[11]
<sup>90</sup> Zr	59.1±0.3	0.84 -2.47	97.6	5-175	[5]
<sup>90</sup> Zr	65.0	5.0-8.5	95.0	10-76	[12]
<sup>90</sup> Zr	79.5±0.4	0.84 -2.47	97.6	5-175	[5]
<sup>90</sup> Zr	99.5±0.5	0.84 -2.47	97.6	5-175	[5]
<sup>90</sup> Zr	118.0±0.5	0.84 -2.47	97.6	5-175	[5]
<sup>90</sup> Zr	141.7±0.2	5.9	99.0	5-95	[13]
Для массовой зависимости					
<sup>12</sup> C	50.5±0.5	1.1-2.0	98.9	13-173	[14]
	139.0±0.5	0.88	СН	5-70	[15]
<sup>24</sup> Mg	50.5±0.5	1.0-3.2	99.1	12-172	[14,16]
<sup>28</sup> Si	50.5±0.5	0.59 -0.76	92.17	11-171	[14,16]
<sup>40</sup> Ca	141.7±0.2	2.1	96.0	5-80	[13]
<sup>46</sup> Ti	140.1±0.5	5.0	83.8	5-70	[17]
<sup>48</sup> Ti	50.5±0.5	4.5±0.08	99.2	24-64	[14]
	140.1±0.5	5.0	99.1	5-70	[17]
<sup>50</sup> Ti	50.5±0.5	3.15±0.08	83.2	32-84	[18]
	140.1±0.5	5.0	83.2	5-75	[17]
<sup>58</sup> Ni	50.5±0.5	0.56	99.5	20-65	[14]
	139.0±0.5	1.60±0.3	99.0	5-80	[19]
<sup>68</sup> Zn	50.5±0.5	3.48±0.08	91.2	16-76	[14,20]
<sup>70</sup> Zn	50.5±0.5	3.10±0.08	95.0	16-66	[14,20]
<sup>90</sup> Zr	50.1±0.5	2.13±0.08	95.0	16-75	[11]
	141.7±0.2	5.9	99.0	5-95	[13]
<sup>94</sup> Zr	50.1±0.5	2.60±0.08	91.2	12-75	[11]
<sup>120</sup> Sn	50.5±0.5	2.20±0.08	99.2	10-63	[14,20]
<sup>124</sup> Sn	50.5±0.5	2.00±0.08	95.1	10-65	[14,20]
<sup>208</sup> Pb	139.0±0.5	2.09±0.2	99	10-95	[19]

## 2. АНАЛИЗ ДАННЫХ И ГЛОБАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ПФМ

### 2.1. ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ФОЛДИНГ-МОДЕЛЬ

Полумикроскопический оптический потенциал  $U(R)$  строится в рамках фолдинг-модели на основе полного МЗУ-эффективного взаимодействия и нуклонных плотностей, рассчитанных в методе функционала матрицы плотности [7]. Потенциал взаимодействия двух сталкивающихся ядер в первом порядке по эффективным силам может быть представлен в виде

$$U(R) = U^E(R) + U^D(R), \quad (1)$$

где  $U^D(R)$  - "прямой" потенциал модели двойной свертки [1]:

$$U^D(R) = \iint \rho^{(1)}(r_1) V^D(s) \rho^{(2)}(r_2) dr_1 dr_2. \quad (2)$$

В выражении (2) сомножитель  $V^D(s)$  - прямая компонента эффективного взаимодействия ( $s = r_2 - r_1 + R$ ),  $\rho^{(i)}(r_i)$  - параметр плотности сталкивающихся ядер ( $i = 1, 2$ ). Подробная схема вычисления "обменного" потенциала  $U^E(R)$  изложена в работе [6]. Основной вклад в нее дают эффекты однонуклонного обмена [26], которые описываются в формализме матрицы плотности:

$$U^{EX}(R) = \iint \rho^{(1)}(r_1, r_1 + s) V_{EX}(s) \rho^{(2)}(r_2, r_2 - s) \exp(i k(R) s/\eta) dr_1 dr_2, \quad (3)$$

где  $V_{EX}(s)$  - обменная часть эффективных нуклон-нуклонных сил,  $\rho^{(i)}(r, r')$ , ( $i=1, 2$ ) - матрицы плотности сталкивающихся ядер с массовыми числами  $A_1$  и  $A_2$ ,  $k(R)$  - локальный импульс относительного движения ядер, определяемый соотношением

$$k^2(R) = (2m\eta/h^2)[E - U(R) - V_c(R)]. \quad (4)$$

Здесь  $\eta = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ ,  $E$  - энергия в системе центра масс и  $V_c(R)$  - кулоновский потенциал. Таким образом, суммарный потенциал, вследствие учета эффектов однонуклонного обмена, зависит от энергии. Входными данными для расчета потенциалов являются эффективные нуклон-нуклонные силы, а также протонные и нейтронные плотности сталкивающихся ядер.

Полный оптический потенциал ПФМ кроме реальной части включает в себя мнимую часть, ответственную за поглощение налетающей частицы в неупругие каналы. В нашем случае потенциал поглощения строился зависящим от вычисленной реальной части в виде [2]

$$W(R) = i [N_w U(R) - \varphi_w R dU(R)/dR], \quad (5)$$

где  $U(R)$  - потенциал двойной свертки (1), а  $N_w$  и  $\varphi_w$  - параметры, характеризующие соответственно объемную и поверхностную части потенциала поглощения. В реальную часть потенциала добавлен поверхностный член, имитирующий вклад динамического поляризационного потенциала [4]. Полный оптический потенциал ПФМ имеет вид

$$U_i(R) = U(R) - \varphi_v dU(R)/dR + i [ N_w U(R) - \varphi_w dU(R)/dR ], \quad (6)$$

где  $\varphi_v$ ,  $N_w$ ,  $\varphi_w$  - варьируемые параметры.

При вычислении УР неупругого рассеяния формфактор неупругого перехода берется в виде  $\varphi_L \frac{dU_i(R)}{dR}$  [27].

Оптимальные параметры ПФМ подбирались таким образом, чтобы достичь наилучшего согласия в рамках совместного анализа экспериментальных УР упругого рассеяния и имеющихся данных по ПСР, а также тенденций изменения величины объемного интеграла  $J_V$  от действительной части потенциала ПФМ.

На заключительном этапе настоящей работы были зафиксированы аналитические зависимости для параметров ПФМ, полученные нами с соблюдением вышеприведенных критериев.

Теоретические сечения упругого рассеяния рассчитывались по модифицированной версии программы ECIS-88 [28] (ECIS-PM), в которой полумикроскопические потенциалы рассчитываются по формуле (6). Подгонка теоретических УР упругого рассеяния и величин  $\sigma_R$  к экспериментальным данным проводилась путем варьирования параметров  $\varphi_v$ ,  $N_w$ ,  $\varphi_w$ . Отметим, что при совместном анализе дифференциальных и полных сечений реакций параметры ПФМ определяются однозначно.

В данной работе для  $\alpha$ -частиц нуклонные плотности рассчитывались в гауссовом представлении со среднеквадратичным радиусом 1.57 фм [29], а для ядер-мишеней плотности вычислялись методом функционала плотности [7].

## 2.2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

С целью построения энергетической составляющей глобальной зависимости параметров ПФМ для  $\alpha$ -частиц был проведен анализ 15 экспериментальных УР упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергиями в диапазоне от 21 до 141.5 МэВ на

ядре  $^{90}\text{Zr}$ . Выбор этого ядра для построения энергетической зависимости обусловлен тем, что в области стабильных ядер с  $A=12-208$  свойства  $^{90}\text{Zr}$  как хорошего "тестового" среднего ядра и его поведение в ядерных процессах широко и детально изучаются [10, 11, 30-35], в том числе и для построения глобальных зависимостей параметров макроскопического оптического потенциала в [5, 29, 36].

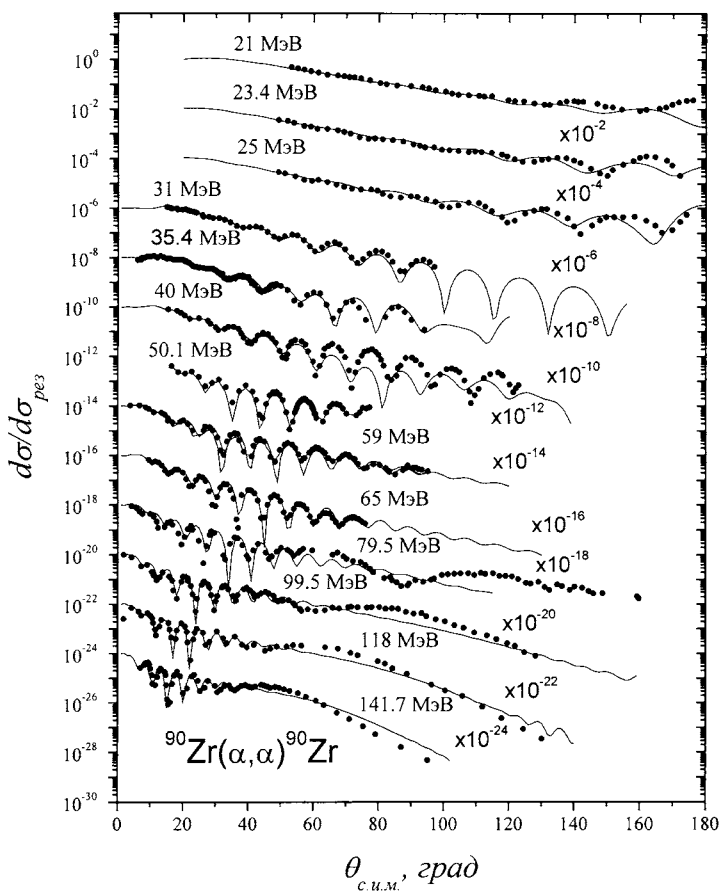
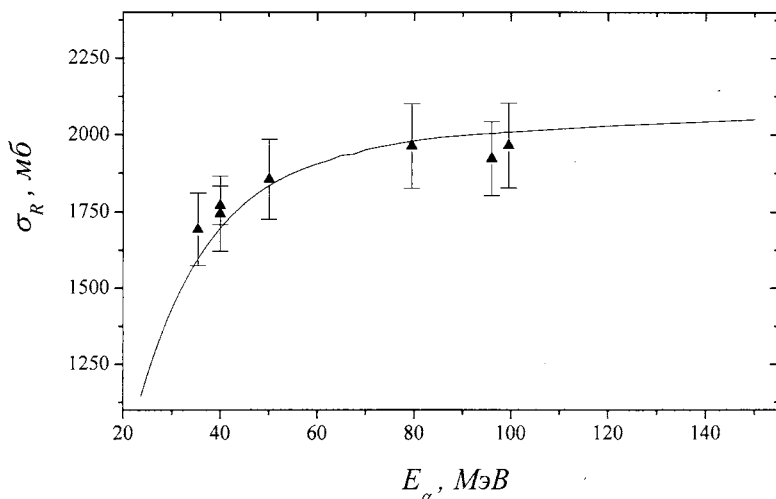


Рис. 1. Угловые распределения дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией 21.0-147.7 МэВ на  $^{90}\text{Zr}$ . Точки - экспериментальные данные, сплошные кривые - ПФМ

На рис. 1 представлены результаты анализа УР упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц различных энергий на ядре  $^{90}\text{Zr}$  при оптимальных значениях найденных параметров ПФМ. Видно хорошее описание экспериментальных данных в широком угловом диапазоне.

В качестве дополнительного критерия отбора оптимальных параметров ПФМ нами использованы величины полных сечений реакций  $\sigma_R$ . На рис. 2 видно, что полученные при обобщенных параметрах ПФМ расчетные величины  $\sigma_R$  на ядре  $^{90}\text{Zr}$  достаточно точно воспроизводят оцененные величины ПСР и тенденцию их изменения с увеличением энергии  $\alpha$ -частиц, что подтверждает реалистичность теоретических сечений, вычисляемых с использованием описанного выше подхода.



**Рис. 2.** Полные сечения реакций для  $\alpha$ -частиц на ядре  $^{90}\text{Zr}$ . Экспериментальные данные и их оценка (треугольники) взяты из работ [11, 22, 23]. Теоретические величины полных сечений реакций из ПФМ показаны сплошной кривой

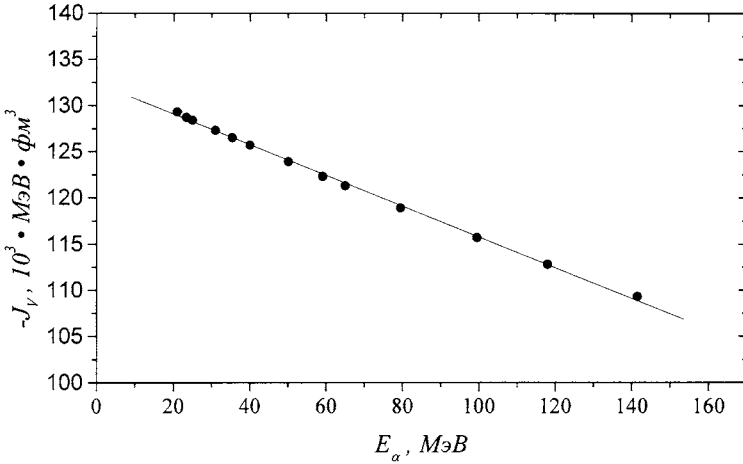
В табл. 2 приведены оптимальные значения полученных параметров ПФМ, погрешности вычисления которых составляют 1 %. Величины среднеквадратичных радиусов (табл. 2) фолдинг-потенциалов с возрастанием энергии  $\alpha$ -частиц для ядра  $^{90}\text{Zr}$  меняются незначительно.

Одним из критериев оценки полученных полумикроскопических потенциалов является использование величины объемного интеграла фолдинг-



потенциалов. На рис. 3 представлены значения объемного интеграла  $J_V$ , имеющего ярко выраженную линейную зависимость от энергии  $E_\alpha$ :

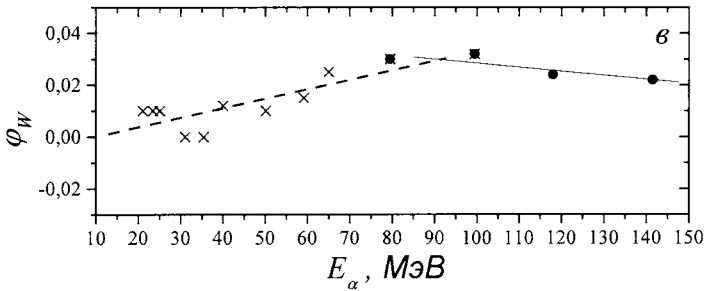
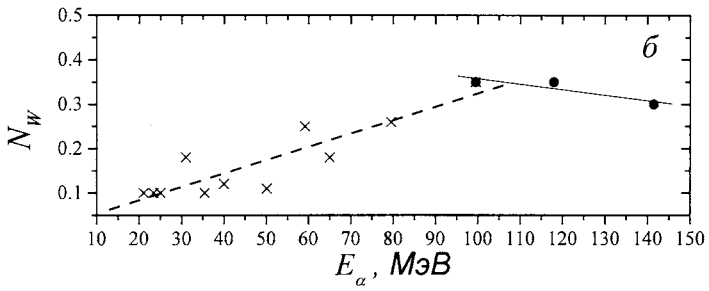
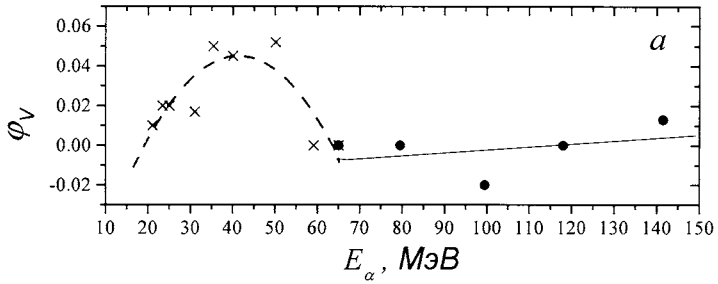
$$-J_V = 132.411 - 0.166 E_\alpha. \quad (7)$$



**Рис. 3.** Энергетическая зависимость объемного интеграла для фолдинг-потенциала. Точки - расчетные величины по ПФМ, сплошная кривая - аппроксимация линейной зависимостью

Таблица 2. Значения параметров полумикроскопического потенциала взаимодействия  $\alpha$ -частиц, объемные интегралы  $-J_V$  и среднеквадратичные радиусы  $\langle r_{\text{пфм}}^2 \rangle^{1/2}$  фолдинг-потенциалов для  $^{90}\text{Zr}$  при различных энергиях  $\alpha$ -частиц

$E_\alpha$ (МэВ)	$\varphi_v$	$N_w$	$\varphi_w$	$-J_V$ (МэВ·фм <sup>3</sup> )	$\langle r_{\text{пфм}}^2 \rangle^{1/2}$ (фм)
21	0.010	0.10	0.010	129.3	4.989
23.4	0.020	0.10	0.010	128.7	4.990
25	0.020	0.10	0.010	128.4	4.990
31	0.017	0.18	0	127.3	4.990
35.4	0.050	0.10	0	126.5	4.991
40	0.045	0.12	0.012	125.7	4.992
50.1	0.052	0.11	0.010	123.9	4.993
59.1	0	0.25	0.015	122.3	4.994
65	0	0.18	0.025	121.3	4.994
79.5	0	0.26	0.030	118.9	4.996
99.5	-0.020	0.35	0.032	115.7	4.999
118	0	0.35	0.024	112.8	5.001
141.5	0.013	0.30	0.022	109.3	5.006



**Рис. 4.** Энергетическая зависимость параметров потенциала ПФМ. Точки и крестики - оптимальные величины, кривые - аппроксимации: а) зависимость для параметра  $\varphi_V$ ; б), в) линейная зависимость для параметров  $N_W$  и  $\varphi_W$

Из табл. 2 видно, что величина параметра  $\varphi_v$  увеличивается с ростом энергии рассеянных  $\alpha$ -частиц в диапазоне энергий до 50 МэВ, а затем его значение равно нулю, кроме значений при энергиях 99.5 и 141.5 МэВ. Значение параметра  $N_w$  постепенно увеличивается с ростом энергии. Значение параметра  $\varphi_w$  уменьшается до нуля при энергиях 31 и 35.4 МэВ, а затем постепенно возрастает в 1.6 раза в интервале энергий 40-99.5 МэВ и вновь уменьшается при энергиях 118 и 141.5 МэВ. Тенденции изменения параметров ПФМ с энергией  $E_\alpha$  представлены на рис. 4.

Аппроксимация параметра  $\varphi_v$  аналитической зависимостью от энергии  $E_\alpha$  (рис. 4 а) методом наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$\text{а) при } E_\alpha < 65 \text{ МэВ} \quad \varphi_v = -0.111 + 0.0076 E_\alpha - 0.0001 E_\alpha^2; \quad (8)$$

$$\text{б) при } E_\alpha > 65 \text{ МэВ} \quad \varphi_v = -0.0017 + 0.00016 E_\alpha. \quad (9)$$

Для параметра  $N_w$  получена линейная зависимость от энергии  $E_\alpha$  (рис. 4 б):

$$\text{а) при } E_\alpha < 110 \text{ МэВ} \quad N_w = 0.023 + 0.003 E_\alpha; \quad (10)$$

$$\text{б) при } E_\alpha > 110 \text{ МэВ} \quad N_w = 0.481 - 0.0012 E_\alpha. \quad (11)$$

Аналитическая аппроксимация параметра  $\varphi_w$  линейной зависимостью (рис. 4 в) от энергии  $E_\alpha$  имеет вид:

$$\text{а) при } E_\alpha < 80 \text{ МэВ} \quad \varphi_w = -0.0036 + 0.0004 E_\alpha; \quad (12)$$

$$\text{б) при } E_\alpha > 80 \text{ МэВ} \quad \varphi_w = 0.044 - 0.0002 E_\alpha. \quad (13)$$

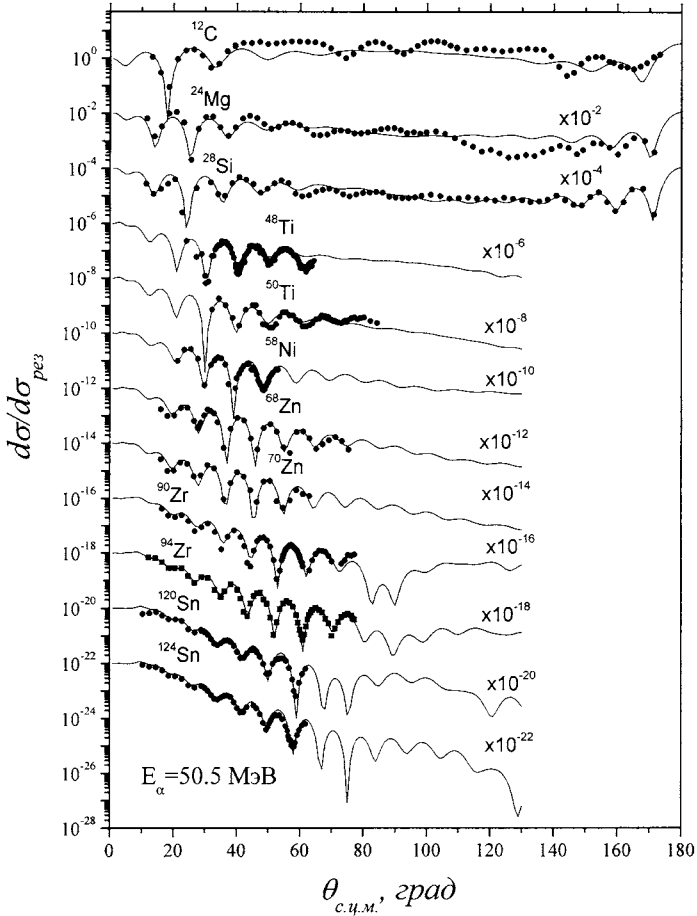
## 2.3. МАССОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

### 2.3.1. Массовая зависимость при низких энергиях

При низких энергиях изучена массовая зависимость параметров ПФМ для  $\alpha$ -частиц с энергией  $\sim 50.5$  МэВ на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{48,50}\text{Ti}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{68,70}\text{Zn}$ ,  $^{90,94}\text{Zr}$ ,  $^{120,124}\text{Sn}$  на основе экспериментальных данных [11, 14, 16, 18, 20], полученных в ИЯФ НЯЦ Республики Казахстан.

Использованный алгоритм подгонки параметров ПФМ был такой же, как и при исследовании энергетической зависимости.

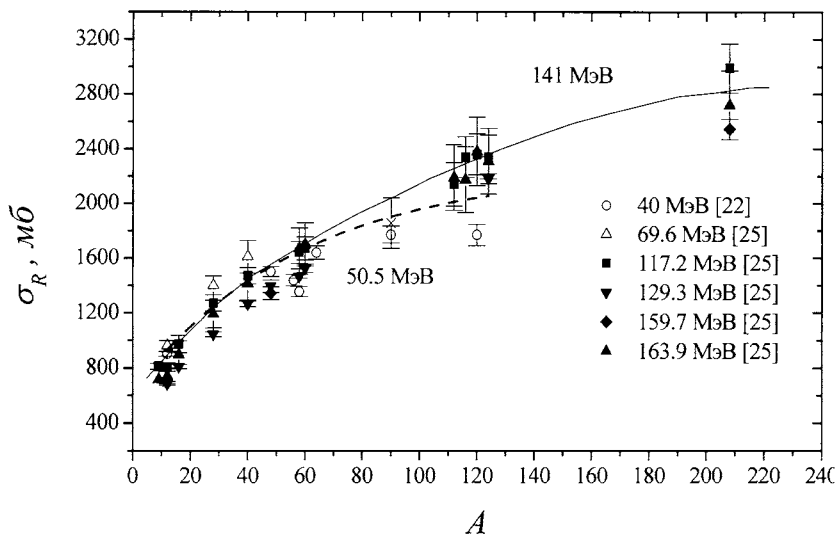
На рис. 5 представлено вполне удовлетворительное описание экспериментальных УР упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией 50.5 МэВ на ядрах с  $A=12-124$ .



**Рис. 5.** Угловые распределения дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц при  $E_\alpha = 50.5$  МэВ на ядрах с  $A=12-124$ . Точки - экспериментальные данные, сплошные кривые - ПФМ

Тенденция изменения имеющихся экспериментальных величин по полным сечениям реакций  $\sigma_R$  от массового числа  $A$  в исследуемой области энергий  $\alpha$ -частиц хорошо описывается полученным набором параметров ПФМ (рис. 6). Из-за отсутствия измеренных данных по  $\sigma_R$  при  $E_\alpha \sim 50.5$  МэВ нами использованы для тестирования ее массовой зависимости (рис. 6) экспериментальные величины  $\sigma_R$  из

литературных источников при энергиях 40 МэВ [22] и 69.6 МэВ [25]. На рис. 6 видно, что теоретическая зависимость  $\sigma_R$  удовлетворительно согласуется с указанными экспериментальными величинами.



**Рис. 6.** Полные сечения реакций для  $\alpha$ -частиц при  $E_\alpha = 50.5$  и  $141$  МэВ на ядрах с  $A=12-208$ . Теоретические величины полных сечений реакций для ПФМ показаны сплошной кривой для  $141$  МэВ, пунктирной для  $50.5$  МэВ

В табл. 3 приведены среднеквадратичные радиусы распределения плотности протонов, нейтронов и вещества, а также их разности  $\Delta r_{np}$  для различных ядер-мишеней. Видно, что для ядер  $^{12}\text{C}$ ,  $^{24}\text{Mg}$  и  $^{28}\text{Si}$  величины радиусов распределения плотности протонов превышают нейтронные, а для остальных ядер ( $A=48-124$ ) наоборот, за исключением ядра  $^{58}\text{Ni}$ .

В табл. 4 приведены оптимальные значения полученных параметров и интегральные характеристики потенциалов взаимодействия  $\alpha$ -частиц с энергией  $50.5$  МэВ для изотопов с  $A=12-124$  в рамках ПФМ.

Величины среднеквадратичных радиусов (табл. 4) фолдинг-потенциалов увеличиваются с возрастанием  $A$  при энергии  $E=50.5$  МэВ.

Таблица 3. Среднеквадратичные радиусы распределения плотности нейтронов, протонов и вещества ядер с A=12-124, а также разности  $\Delta r_{np} = \langle r_n^2 \rangle^{1/2} - \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$  при  $E_\alpha = 50.5$  МэВ

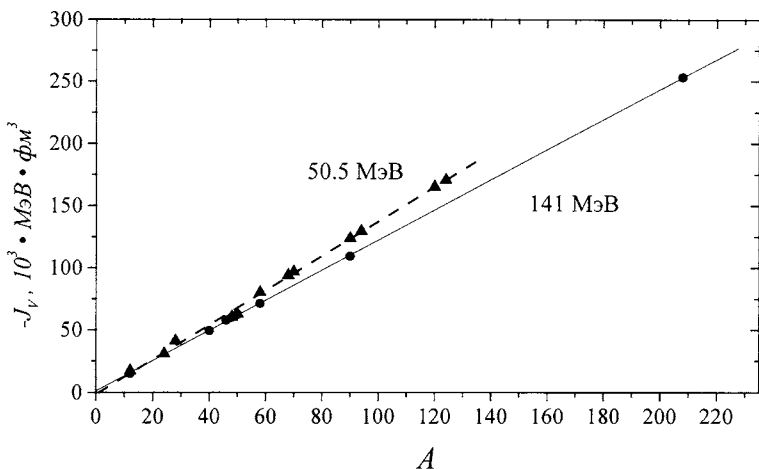
Ядро	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\Delta r_{np}$ (фм)
$^{12}\text{C}$	2.40	2.41	2.40	-0.01
$^{24}\text{Mg}$	2.84	2.86	2.85	-0.02
$^{28}\text{Si}$	2.95	2.98	2.97	-0.03
$^{48}\text{Ti}$	3.73	3.69	3.71	0.04
$^{50}\text{Ti}$	3.75	3.69	3.72	0.06
$^{58}\text{Ni}$	3.76	3.76	3.76	0.00
$^{68}\text{Zn}$	3.87	3.81	3.84	0.06
$^{70}\text{Zn}$	3.97	3.86	3.93	0.11
$^{90}\text{Zr}$	4.26	4.19	4.23	0.07
$^{94}\text{Zr}$	4.37	4.24	4.31	0.13
$^{120}\text{Sn}$	4.71	4.59	4.66	0.12
$^{124}\text{Sn}$	4.77	4.61	4.70	0.16

Таблица 4. Значения параметров полумикроскопического потенциала взаимодействия  $\alpha$ -частиц, объемные интегралы  $-J_V$  и среднеквадратичные радиусы  $\langle r_{nfm}^2 \rangle^{1/2}$  фолдинг-потенциалов для ядер с A=12-124 при  $E_\alpha = 50.5$  МэВ

Ядро	$\varphi_v$	$N_w$	$\varphi_w$	$-J_V$ (МэВ·фм <sup>3</sup> )	$\langle r_{nfm}^2 \rangle^{1/2}$ (фм)
$^{12}\text{C}$	0	0.37	0	17.36	3.45
$^{24}\text{Mg}$	0	0.27	0.012	30.82	3.77
$^{28}\text{Si}$	0	0.26	0.010	41.16	3.99
$^{48}\text{Ti}$	0	0.25	0	60.40	4.27
$^{50}\text{Ti}$	0	0.26	0.021	62.75	4.30
$^{58}\text{Ni}$	-0.011	0.22	0.012	80.13	4.50
$^{68}\text{Zn}$	-0.015	0.21	0.022	93.95	4.69
$^{70}\text{Zn}$	-0.010	0.24	0.023	96.69	4.73
$^{90}\text{Zr}$	0.052	0.11	0.010	123.9	4.99
$^{94}\text{Zr}$	0.053	0.13	0.010	129.6	5.07
$^{120}\text{Sn}$	0.051	0.104	0.007	165.2	5.39
$^{124}\text{Sn}$	0.051	0.13	0.007	170.5	5.44

Из табл. 4 видно, что объемный интеграл  $J_V$  также увеличивается по абсолютной величине с возрастанием массового числа при фиксированной энергии  $E_\alpha$  налетающей частицы. Аналитически эта зависимость представляется в виде (рис. 7)

$$-J_V = -1.420 + 1.386 A. \quad (14)$$

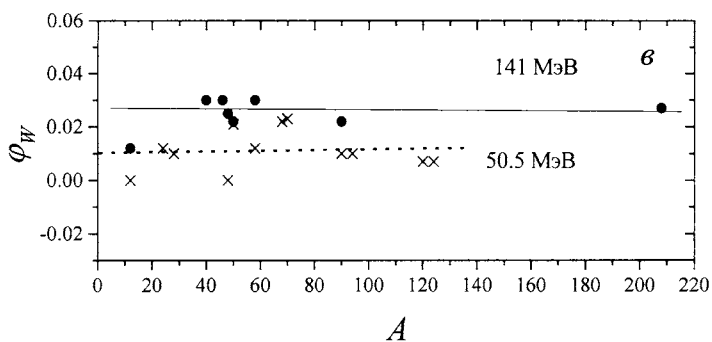
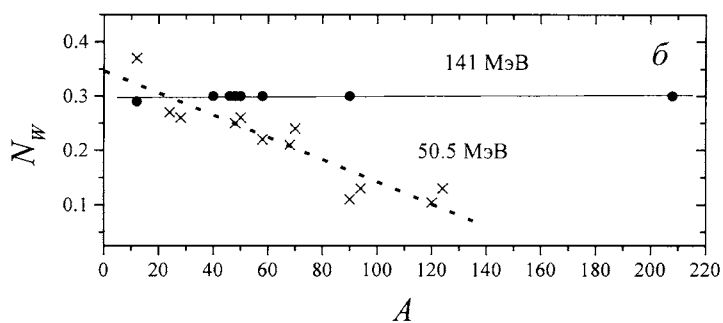
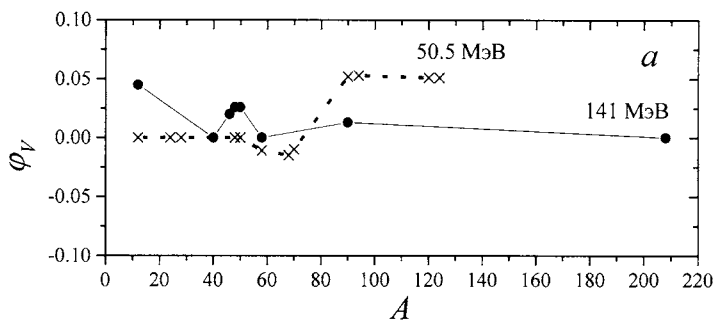


**Рис. 7.** Массовая зависимость объемного интеграла полумикроскопического потенциала. Треугольники и точки - расчетные величины по ПФМ при энергиях 50.5 и 141 МэВ соответственно, кривые - аппроксимация линейной зависимостью

Установлено, что между параметрами ПФМ не наблюдается заметной корреляции и представленный набор параметров (табл. 4) для каждого ядра-мишени является оптимальным. Погрешность в их вычислении составляет 1 %. Параметр  $\varphi_v$  влияет на сдвиги фаз в УР вправо или влево в зависимости от его знака. Тенденции изменения  $\varphi_v$  с увеличением массового числа ядра-мишени таковы (рис. 8 а). Для ядер с  $A=12-50$  его значение равно нулю, т.е. не наблюдается сдвига фаз. Для ядер с  $A=58-70$  значение  $\varphi_v$  отрицательное, т.е. без его учёта теоретическая кривая сдвигалась бы вправо по отношению к экспериментальным точкам. Для среднетяжелых ядер ( $A=90-124$ ) величина  $\varphi_v$ , наоборот, положительна и дает сдвиг в левую сторону. Если проследить за зависимостью значений параметров мнимой части потенциала, то видно, что они монотонно уменьшаются с уменьшением  $A$ .

Из-за сложной зависимости параметра  $\varphi_v$  от массового числа при фиксированной энергии  $E_\alpha=50.5$  МэВ проведена интерполяция его оптимальных величин (рис. 8 а). Аналитическая аппроксимация параметров  $N_w$  и  $\varphi_w$  линейной зависимостью от массового числа  $A$  (рис. 8 б, в) методом наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$N_w = 0.3469 - 0.0021 A ; \quad \varphi_w = -0.01030 + 0.00001 A . \quad (15)$$



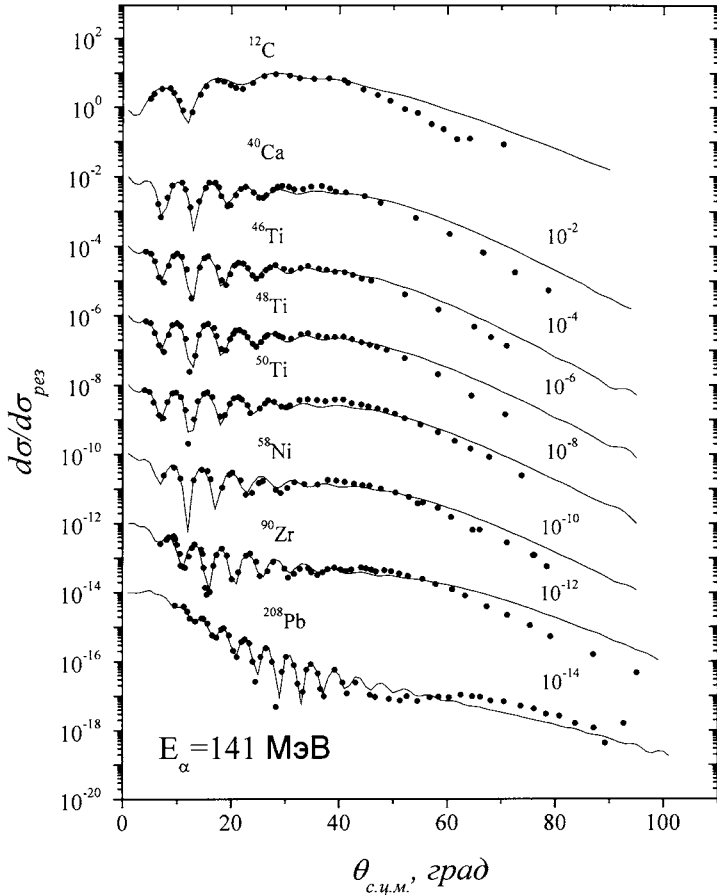
**Рис. 8.** Массовая зависимость параметров потенциала ПФМ. Точки и крестики - расчетные величины по ПФМ при энергиях 50.5 и 141 МэВ соответственно, прямые - аппроксимация линейной зависимостью



### 2.3.2. Массовая зависимость при средних энергиях

В области средних энергий изучена массовая зависимость параметров ПФМ для  $\alpha$ -частиц с энергией  $\sim 141$  МэВ на ядрах  $^{12}\text{C}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{46,48,50}\text{Ti}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  на основе экспериментальных данных [13, 15, 17, 19].

На рис. 9 видно хорошее совпадение теоретических расчетов и экспериментальных данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией  $\sim 141$  МэВ на ядрах с  $A=12-208$ .



**Рис. 9.** Угловые распределения дифференциальных сечений упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц при  $E_{\alpha} \sim 141$  МэВ на ядрах с  $A=12-208$ . Точки - экспериментальные данные, сплошные кривые - ПФМ

Аналогично расчётам для энергии 50.5 МэВ теоретические величины полных сечений реакции  $\sigma_R$  в рамках ПФМ при энергии  $E_\alpha \sim 141$  МэВ удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными (рис. 6) по ПСР для энергий 117.2, 129.3, 159.7 и 163.9 МэВ, взятыми из [25].

В табл. 5 приведены среднеквадратичные радиусы распределения плотности протонов, нейтронов и вещества, а также их разности  $\Delta r_{np}$  для нескольких ядер-мишеней, полученные из анализа по ПФМ при  $E_\alpha \sim 141$  МэВ. Видно, что для ядер  $^{12}\text{C}$  и  $^{40}\text{Ca}$  величины радиусов распределения плотности протонов превышают нейтронные, а для остальных ядер ( $A=46-208$ ) наоборот, за исключением ядра  $^{58}\text{Ni}$ .

Таблица 5. Среднеквадратичные радиусы распределения плотности нейтронов, протонов и вещества ядер с  $A=12-208$ , а также разности  $\Delta r_{np} = \langle r_n^2 \rangle^{1/2} - \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$  при  $E_\alpha \sim 141$  МэВ

Ядро	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\Delta r_{np}$ (фм)
$^{12}\text{C}$	2.40	2.41	2.40	-0.01
$^{40}\text{Ca}$	3.34	3.38	3.36	-0.04
$^{46}\text{Ti}$	3.70	3.68	3.69	0.02
$^{48}\text{Ti}$	3.73	3.69	3.71	0.04
$^{50}\text{Ti}$	3.75	3.69	3.72	0.06
$^{58}\text{Ni}$	3.76	3.76	3.76	0.00
$^{90}\text{Zr}$	4.26	4.19	4.23	0.07
$^{208}\text{Pb}$	5.60	5.44	5.54	0.16

Значения параметров ПФМ, дающих наилучшее согласие с экспериментальными данными при энергии  $E_\alpha \sim 141$  МэВ, представлены в табл. 6. Там же приведены интегральные характеристики потенциалов взаимодействия:  $J_V$  - объемные интегралы,  $\langle r_{nfm}^2 \rangle^{1/2}$  - среднеквадратичные радиусы фолдинг-потенциалов.

Из табл. 6 видно, что тенденции изменения объемного интеграла  $J_V$  и величины среднеквадратичных радиусов при  $E_\alpha \sim 141$  МэВ такие же, как и при низких энергиях. Зависимость объемного интеграла  $J_V$  от массового числа представима в линейном виде (рис. 7):

$$-J_V = -1.228 + 1.211 A. \quad (16)$$

Таблица 6. Значения параметров ПФМ, объемные интегралы  $-J_V$  и средне-квадратичные радиусы  $\langle r_{пфм}^2 \rangle^{1/2}$  фолдинг-потенциалов для ядер с  $A=12-208$  при  $E_{\alpha} \sim 141$  МэВ

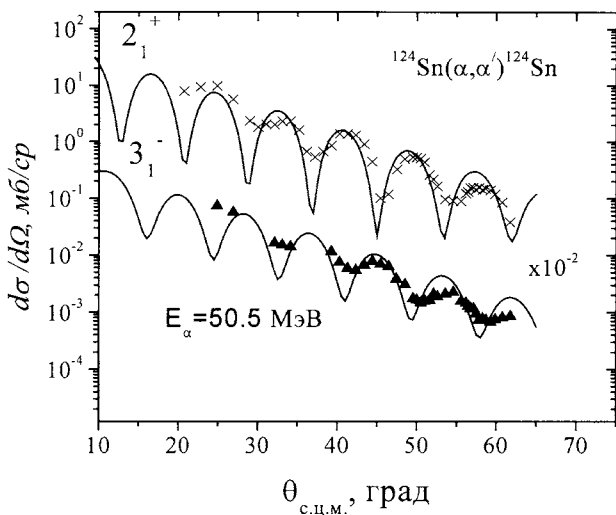
Ядро	$\varphi_v$	$N_w$	$\varphi_w$	$-J_V$ ( $10^3$ МэВ·м <sup>3</sup> )	$\langle r_{пфм}^2 \rangle^{1/2}$ (фМ)
<sup>12</sup> C	0.045	0.30	0.012	15.15	3.504
<sup>40</sup> Ca	0	0.30	0.03	49.31	4.273
<sup>46</sup> Ti	0.02	0.30	0.03	57.78	4.258
<sup>48</sup> Ti	0.026	0.30	0.025	60.08	4.550
<sup>50</sup> Ti	0.026	0.30	0.022	62.30	4.563
<sup>58</sup> Ni	0	0.30	0.03	71.27	4.603
<sup>90</sup> Zr	0.013	0.30	0.022	109.3	5.021
<sup>208</sup> Pb	0	0.30	0.027	253.3	6.203

При средних энергиях для ядер-мишеней с  $A=12-208$  значение параметра  $\varphi_v$  уменьшается с увеличением массового числа ядра-мишени. Значение параметра  $N_w$  не изменяется, а значение параметра  $\varphi_w$  вначале растет с возрастанием  $A$ , достигает максимума при  $A=40-58$ , а затем монотонно уменьшается при  $A=90-208$ . На рис. 8 а проведена интерполяция зависимости оптимальных величин  $\varphi_v$  от массового числа при фиксированной энергии  $E_{\alpha} \sim 141$  МэВ. Аналитическая аппроксимация  $N_w$  и  $\varphi_w$  линейной зависимостью от массового числа  $A$  (рис.8 б, в) методом наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$N_w = 0.3 ; \varphi_w = -0.027 + 0.0000061 A . \quad (17)$$

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ К НЕУПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ

В рамках ПФМ получено хорошее описание дифференциальных и полных сечений реакций и тенденций изменения величины объемного интеграла фолдинг-потенциалов. Нами проверено, как полученный глобальный потенциал описывает экспериментальные УР неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц. При тестировании глобальных зависимостей параметров ПФМ достигнуто вполне удовлетворительное согласие с экспериментальными УР неупругого рассеяния с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядер на примере изотопа <sup>124</sup>Sn (рис. 10).



**Рис. 10.** Угловые распределения неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на ядрах  $^{124}\text{Sn}$  (символы – эксперимент, сплошная кривая – ПФМ) при  $E_{\alpha}=(50.5\pm 0.5)$  МэВ

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе впервые получены глобальные (энергетическая и массовая) зависимости параметров ПФМ для  $\alpha$ -частиц в области низких и средних энергий для широкого класса ядер с  $A=12-208$ . Для их построения проведен совместный анализ семейства экспериментальных данных (УР рассеяния, полные сечения реакций, тенденции изменения величины объемного интеграла и др.), что позволило провести глобальный поиск единых параметров ПФМ в указанном энергетическом диапазоне. Из проведенного анализа установлено, что ПФМ достаточно точно передает форму и величину дифференциальных и полных сечений на ядрах с  $A=12-208$  во всем диапазоне углов при низких и средних энергиях  $\alpha$ -частиц. Отметим, что идентификация и локализация параметров ПФМ для сложных частиц в приемлемом приближении может быть выполнена с использованием вышеуказанных критериев.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору С.А. Фаянсу за поддержку исследования.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект 03-01 – 00657.

## ЛИТЕРАТУРА

1. G.R. Satchler, *Direct Nuclear Reaction* (Oxford Univ., New York, 1983).
2. S.A. Fayans et al., *Phys.Lett. B* **357**, 509 (1995).
3. О.М. Князьков, А.А. Коложвари, И.Н. Кухтина, С.А. Фаянс, *ЯФ* **59**, 466 (1996).
4. Д.В. Болотов, О.М. Князьков, И.Н. Кухтина, С.А. Фаянс, *ЯФ* **63**, 1631 (2000).
5. L.W. Put and A.M.J. Paans, *Nucl. Phys. A* **291**, 93 (1977).
6. О.М. Knyazkov, I.N. Kuchtina, S.A. Fayans, *Physics of Particles and Nuclei* **30**, 870 (1999).  
О.М. Knyazkov, I.N. Kuchtina, S.A. Fayans, *Physics of Particles and Nuclei* **28**, 1061 (1997).
7. А.В. Смирнов, С.В. Толоконников, С.А. Фаянс, *ЯФ* **48**, 1661 (1988),  
S.A. Fayans, A.P. Platonov, G. Graw, D. Hofer, *Nucl. Phys. A* **577**, 557 (1994),  
S.A. Fayans et al., *Phys. Lett. B* **338**, 1 (1994).
8. M.Wit, J.Schiele and K.A. Eberhard, *Phys.Rev. C* **12**, 1447 (1975).
9. E.J. Martens and A. M. Bernstein, *Nucl. Phys. A* **117**, 241 (1968).
10. D. Rychel et al., *Z. Phys. A* **326**, 455 (1987).  
B.J. Lund, et al., *Phys. Rev. C* **51**, 635 (1995).
11. А. Дуйсебаев и др., *ЯФ* **66**, 1 (2003).
12. C.R. Bingham, M.L. Halbert, R.H. Bassel, *Phys. Rev.* **148**, 1174 (1966).
13. D.A. Goldberg, S.M. Smith and G.F. Burdzik, *Phys. Rev. C* **10**, 1362 (1974).
14. Н. Буртебаев и др., Препринт 88-01, ИЯФ (Алма-Ата, 1988);  
Н.Н. Павлова и др., Препринт ИЯФ (Алма-Ата, 1990);  
К.А. Кутербеков и др., Препринт ИЯФ (Алма-Ата, 1991).
15. S.M. Smith et al., *Nucl. Phys. A* **207**, 273 (1973).
16. А.Д. Дуйсебаев и др., Изв. АН Каз. ССР, сер. физ.-мат. №6, 49 (1984).
17. P.L. Robertson et al., *Phys. Rev. Lett.* **42**, 54 (1979).
18. К.А. Кутербеков и др., Изв. РАН. Сер. физ. **59**, 112 (1995).
19. D.A. Goldberg et al., *Phys. Rev. C* **42**, 1938 (1973).
20. К.А. Кутербеков, И.Н. Кухтина, Н. Буртебаев, *ЯФ* **51**, 1301 (1990).
21. А. Дуйсебаев и др., Известия Министерства Образования и Науки Республики Казахстан, НАН РК. Сер. физ.-мат., №2, 104 (2002).
22. G. Igo, V. Wilkins, *Phys. Rev.* **131**, 1251 (1963).
23. R.M. De Vries, J.C. Peng, *Phys. Rev. C* **22**, 1055 (1980).
24. G. Hauser et al., *Nucl. Phys. A* **128**, 81 (1969).
25. A. Auce et al., *Phys. Rev. C* **50**, 871 (1994),  
A. Ingemarson et al., *Nucl.Phys. A* **676**, 3 (2000).
26. A.K. Ghaudhuri, D.N. Basu, B. Sinha, *Nucl. Phys. A* **439**, 415 (1985).
27. I. Tanihata et al., *Phys. Lett. B* **206**, 592 (1988).
28. J. Raynal, *Phys. Lett. B* **196**, 7 (1987).
29. M. Nolte, H. Machner, J. Vojewald, *Phys. Rev. C* **36**, 1312 (1987).
30. R.B. Firestone, *Table of Isotopes*, 8th ed. (Wiley, New York, 1999).
31. D.J. Horen et al., *Nucl. Phys. A* **600**, 193 (1996).
32. С. Махау, R. Sartor, *Nucl. Phys. A* **568**, 1 (1994).
33. Е.А. Романовский и др., *ЯФ* **63**, 468 (2000).
34. О.В. Беспалова и др., Изв. РАН Сер. физ. **67**, 66 (2003).
35. E.Gadioli, P.E. Hodgson, *Pre-Equilibrium Nuclear Reaction*, (Oxford Univ., New York, 1992).
36. К.А. Kuterbekov, I.N. Kukhtina, T.K. Zholdybayev et al., Preprint № E7-2002-220, JINR (Dubna, 2002)

Кутербеков К. А. и др.

Обобщенная зависимость параметров полумикроскопической фолдинг-модели для альфа-частиц в области низких и средних энергий

Впервые исследованы энергетическая и массовая зависимости параметров полумикроскопического  $\alpha$ -частичного потенциала в области низких и средних энергий. В целом в рамках полумикроскопической фолдинг-модели получено хорошее описание как упругих и неупругих дифференциальных, так и полных сечений реакций на различных ядрах с использованием найденных глобальных параметров.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

#### Перевод авторов

Kuterbekov K. A. et al.

Generalized Dependence of Semi-Microscopic Folding-Model Parameters for Alpha-Particles in the Field of Low and Medium Energy

Energy and mass dependences of the semi-microscopic  $\alpha$ -particle potential parameters have been investigated for the first time. In general, a good description of elastic and inelastic differential and total reaction cross sections for different nuclei using the revealed global parameters has been obtained within the framework of semi-microscopic approaches.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2003

Редактор *О. Г. Андреева*  
Макет *Е. В. Сабатовой*

Подписано в печать 10.12.2003.  
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 1,38. Уч.-изд. л. 1,3. Тираж 350 экз. Заказ № 54216.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.  
E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)