

P9-2003-244

П. Г. Акишин, А. В. Бутенко, А. Д. Коваленко,
В. А. Михайлов

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ
БЫСТРОЦИКЛИРУЮЩЕГО
СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ДИПОЛЬНОГО МАГНИТА
НА ИНДУКЦИЮ 4 Тл

Направлено в журнал «Письма в ЭЧАЯ»

1. Введение

Первые концептуальные предложения по созданию быстроциклирующих сверхпроводящих магнитов с полем до 4 Тл, использующих в качестве обмоток полые сверхпроводящие NbTi-кабели, были высказаны два года назад и представлены на EUCAS2001 [1]. Работа мотивировалась планами развития ускорительного комплекса GSI (Дармштадт, Германия) [2], в структуре которого необходимо использовать диполи с индукцией 4 Тл и выше со скоростью роста магнитного поля не менее 1 Тл/с

В рассматриваемом нами случае апертура магнита имеет круглое сечение диаметром 100–110мм. Однослойная обмотка выполнена полым NbTi-сверхпроводящим кабелем с количеством витков $2N = 12 - 16$, где N – число витков в полуобмотке (рис.1).

Максимальный расчетный рабочий ток в обмотке магнита составляет 30 кА. Понизить рабочий ток или увеличить максимальное значение магнитного поля можно с помощью двухслойной обмотки. Сверхпроводящий кабель обмотки охлаждается двухфазным гелием. Также было предложено ограничить холодную массу магнита ($T = 4,4$ К) до гелиевых температур обмоткой. Охлаждение последнего обеспечивается термическим контактом с обмоткой. Железное ядро находится при температуре жидкого азота $T = 50 - 80$ К.

В течение двух последних лет в Дубне на основе стандартных диполей, разработанных для нуклотрона, [3] были созданы и испытаны модели диполей типа «оконная рама» для $V_{\max} = 2$ Тл и $dB/dT = 4$ Тл/с с температурой ядра $T = 40 - 80$ К [4]. В этом случае экспериментально достигнуто снижение динамических тепловых нагрузок в 4 раза по сравнению с оригинальным образцом диполей. Возможно также уменьшение потерь энергии в кабеле при использовании сверхпроводящих NbTi-нитей меньшего диаметра (3,5 – 4 мкм) вместо 6 мкм).

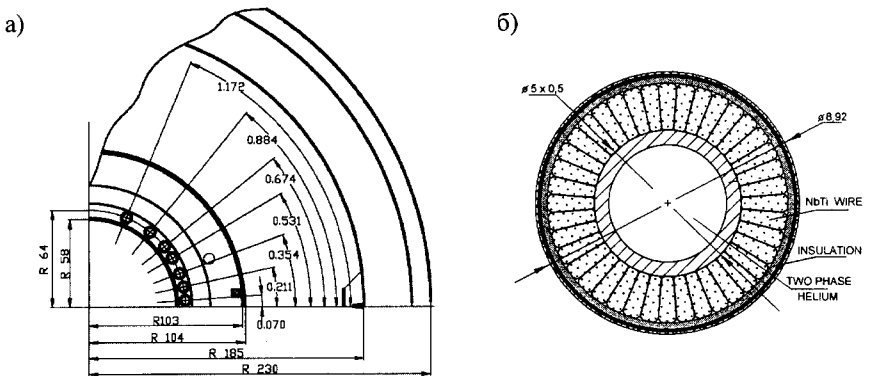


Рис.1. Поперечные сечения: а) $\frac{1}{4}$ быстроциклирующего дипольного магнита на индукцию 4 Тл; б) сверхпроводящего кабеля

Сочетание таких качеств, как малая индуктивность обмотки (малое число витков), высокая эффективность охлаждения сверхпроводника (трубчатый кабель), а также существенное уменьшение тепловых нагрузок на систему охлаждения магнитной системы ускорителя (ядро магнита при $T = 50 - 80$ К) делают описанный подход весьма перспективным для применения в устройствах с крутизной нарастания магнитного поля 4 Тл/с и амплитудой до 4 – 6 Тл, работающих в циклических режимах с паузами между циклами, близкими к нулевым.

2. Метод расчета магнитного поля осесимметричных систем

Рассмотрим проблему оптимизации распределения двумерного магнитного поля дипольного магнита с помощью варьирования местоположения токовых обмоток, без изменения конфигурации железного экрана. Основная цель заключается в получении поля с заданной неоднородностью в рабочей области магнита, имеющей форму круга радиуса R . Пусть мы имеем $2N$ токовых витков, центры которых находятся на окружности радиуса r . Местоположение каждой i -ой обмотки характеризуется углом ϕ_i . Решать задачу оптимизации будем путем варьирования углов ϕ_i . Одним из наиболее удобных инструментов оценки качества распределения поля является разложение компонент магнитного поля в ряд Фурье. В пределе для получения абсолютно однородного поля необходимо, чтобы отличной от нуля была только основная дипольная компонента индукции B_y , а все остальные равными нулю. Сложность задачи заключается также в том, что необходимо получить однородность для достаточно широкого диапазона изменения модуля индукции. Отметим, что при малых значениях тока в обмотках хорошо работают модели, использующие постоянное (достаточно большое) значение магнитной проницаемости μ в железе. Преимущество данных моделей перед остальными заключается в том, что полученное поле является линейной вектор-функцией от тока в обмотках. Этот факт позволяет существенно сократить вычислительные затраты при оптимизации параметров магнитной системы.

Рассмотрим интегральную постановку задачи магнитостатики. Пусть $B(x)$ – индукция магнитного поля в точке x ; $H(x)$ – напряженность; $M(x)$ – магнитный момент; $\mu = \mu(x)$ – магнитная проницаемость; $H^S(x)$ – поле от токовых элементов. Пусть G – область, заполненная железом. Интегральная постановка задачи магнитостатики в трехмерном случае имеет вид [5]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^S(\mathbf{a}) + \frac{1}{4\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \int_G \left(\mathbf{M}(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{a}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \right) dV_{\mathbf{x}} \quad (1)$$

Величины $B(x)$, $H(x)$ и $M(x)$ удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu(|\mathbf{B}(\mathbf{a})|) \mu_0}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu_0} - \mathbf{H}(\mathbf{a}) \quad (2)$$

Поле $H^S(a)$ в (1) может быть посчитано по закону Био-Саварра:

$$\mathbf{H}^S(\mathbf{a}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} \left[\nabla_{\mathbf{a}} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{a}|} \times \mathbf{J}_i^S(\mathbf{x}) \right] d\mathbf{v}_x, \quad (3)$$

где $\{\Omega_i, i=1, N\}$ – токовые обмотки; $J_i^S(x)$ – плотность тока в i -ой обмотке.

Для двух измерений (1) редуцируется к следующему уравнению

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^S(\mathbf{a}) + \frac{1}{2\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \int_G (\mathbf{M}(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}|) dS_{\mathbf{x}}. \quad (4)$$

Поле $H^S(a)$ может быть посчитано по следующим формулам

$$\mathbf{H}^S(\mathbf{a}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [\nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| \times \mathbf{e}_0 J_i^S(\mathbf{x})] dS_{\mathbf{x}}, \quad (5)$$

где \mathbf{e}_0 – единичный вектор, ортогональный плоскости.

В случае постоянной магнитной проницаемости μ уравнение (4) сводится к граничному интегральному уравнению:

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^S(\mathbf{a}) + \frac{1}{2\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \oint_{DG} (\mathbf{M}(\mathbf{x}), \mathbf{n}_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}|) d\mathbf{l}_{\mathbf{x}}. \quad (6)$$

Пусть для $x \in DG$ функция $\sigma(x)$ есть $\sigma(x) = (B(x), n_x)$. Тогда из (2), (6) получаем [6]:

$$\frac{\sigma(\mathbf{a})}{\mu} = \mu_0 (\mathbf{H}^S(\mathbf{a}), \mathbf{n}_{\mathbf{a}}) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) (\mathbf{n}_{\mathbf{a}}, \nabla_{\mathbf{a}} \oint_{DG} \sigma(\mathbf{x}) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}|) d\mathbf{l}_{\mathbf{x}}. \quad (7)$$

Пусть $H_i^S(a)$ есть

$$\mathbf{H}_i^S(\mathbf{a}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_i} [\nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| \times \mathbf{e}_0 J_i^S(\mathbf{x})] dS_{\mathbf{x}}.$$

Тогда $\sigma(a)$ из (7) равно

$$\sigma(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{a}), \quad (8)$$

где $\sigma_i(a)$ есть решение

$$\frac{\sigma_i(\mathbf{a})}{\mu} = \mu_0(\mathbf{H}_i^s(\mathbf{a}), \mathbf{n}_a) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) (\mathbf{n}_a, \nabla_a \oint_{DG} \sigma_i(\mathbf{x}) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| d\mathbf{l}_x). \quad (9)$$

Таким образом, в случае постоянной магнитной проницаемости μ поле от нескольких обмоток может быть получено как сумма полей от каждой обмотки в отдельности. Очевидным следствием этого является факт, что коэффициенты Фурье разложения компонент поля для системы, состоящей из магнита и нескольких обмоток, могут быть посчитаны как сумма коэффициентов фурье-разложения для систем, состоящих из магнита и каждой обмотки в отдельности. Рассмотрим процедуру оптимизации распределения поля. Обозначим $\{f_i, i = 0; L\}$ и $\{g_i, i = 0; L\}$ первые $(L + 1)$ - гармоники компоненты магнитного поля B_x и B_y , соответственно. Определим функционал F , отвечающий за однородность магнитного поля, следующим образом:

$$F = F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) = \sum_{i=0}^L \left(\frac{f_i}{g_0} \right)^2 + \sum_{j=1}^L \left(\frac{g_j}{g_0} \right)^2 \quad (10)$$

Для минимизации функционала $F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ использовался метод градиентного спуска. Однако следует отметить, что ввиду сильной нелинейной зависимости поля от тока в обмотках однородность поля при малых значениях не гарантирует однородности при больших значениях индукции. Поэтому для выбранной конфигурации обмоток проводилось решение интегрального уравнения (4), позволяющее учесть эффекты насыщения железа при больших полях [7].

3. Результаты расчетов и обсуждение

Расчеты дипольного поля показали, что требуемая индукция магнитного поля 4Тл реализуется в магните с 7 витками в полуобмотке при токе 30 кА. Для 6 витков индукция поля при токе 30 кА составляет 3,5 Тл (см. рис.2). Угловые координаты витков были выбраны так, чтобы минимизировать амплитуды нечетных гармоник поля, начиная с третьей. Некоторые результаты представлены на рис. 2 и 3.

Значения нелинейностей поля рассчитывались на радиусе 40 мм. Очевидно, что для 6 витков компенсация секступольных компонент при разбросе значений магнитного поля от минимальных значений до 4 Тл является удовлетворительной. С другой стороны, не удастся уменьшить относительную величину секступольной нелинейности до 2×10^{-4} , только оптимизируя положение витков по азимуту в случае, когда $N = 7$. Дальнейшая оптимизация предполагает также модификацию формы магнитного железного экрана. Для расчетов диаметр наружного кабеля был выбран 9 мм. Величины нелинейностей магнитного поля при $B = 4$ Тл и

R = 40 мм представлены в таблице. Оптимальное угловое положение 7 витков в полуобмотке показано на рис. 1.

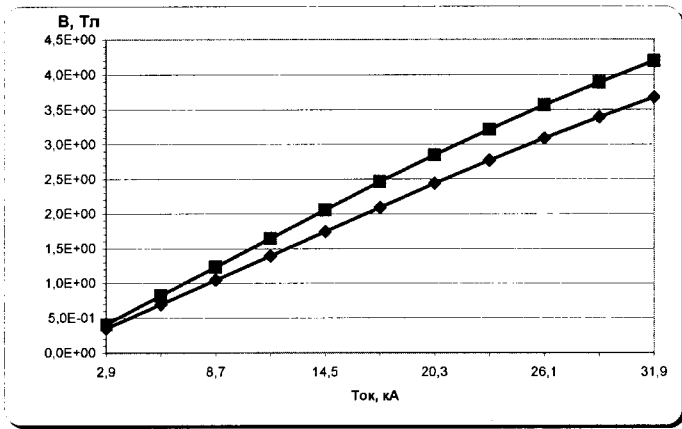


Рис. 2. Зависимость дипольного магнитного поля от рабочего тока для магнита с 6 и 7 витками в полуобмотке

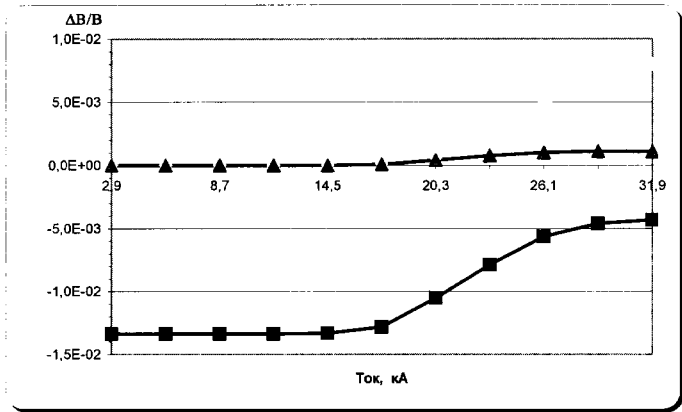


Рис.3. Относительная величина секступольной компоненты поля до и после оптимизации

Относительные величины высших гармоник магнитного поля при индукции 4Тл

Гармоники	N=7 (без оптимизации)	N=7 (после оптимизации)
3	$4.31 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$
5	$-1.29 \cdot 10^{-3}$	$3.01 \cdot 10^{-5}$
7	$5.93 \cdot 10^{-3}$	$-2.28 \cdot 10^{-5}$
9	$1.29 \cdot 10^{-3}$	$-6.81 \cdot 10^{-6}$

Распределение магнитного поля по радиусу для оптимизированного варианта приведено на рис. 4.

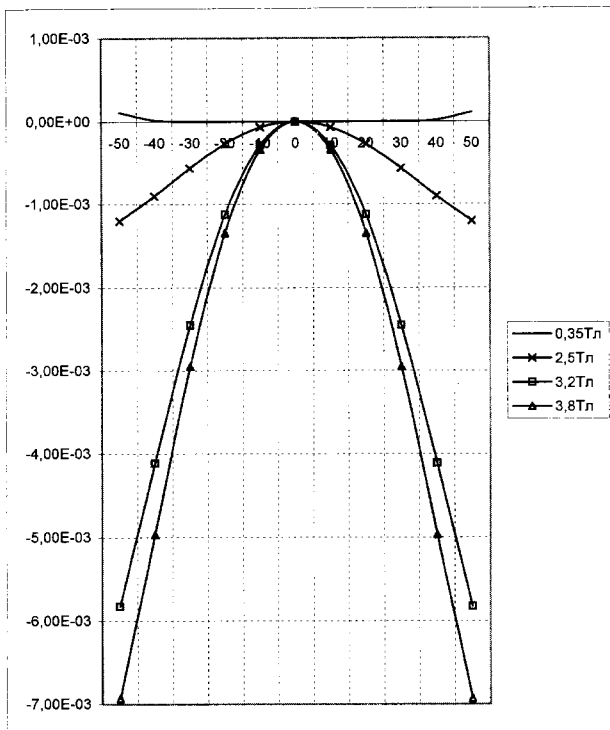


Рис.4. Распределение погрешности поля $\Delta B_y/B_0$ по радиусу для семивитковой обмотки с учетом оптимизации

6. Выводы

Разработка сверхпроводящего быстроциклирующего дипольного магнита на индукцию 4 Тл, основанного на сверхпроводящем полом кабеле, продолжается. На данном этапе была проведена оптимизация магнитного поля в рабочей области посредством углового распределения витков катушки. Полученные результаты являются приемлемыми для быстрого ускорения ионов, например, в бустере нуклотрона. Дальнейшее улучшение качества поля мы связываем с оптимизацией формы магнитного экрана и введением активной коррекции секступольной составляющей.

Литература

- [1] A.D.Kovalenko et al. Fast cycling superconducting magnets: new design for ion synchrotrons. // *Physica C*, Vol. 372-376, P. 1394-1397. Elsevier Science B.V. 2002.
- [2] G.Moritz et al. Towards Fast Pulsed Superconducting Synchrotron Magnets // Proc. of PAC'2001, Chicago, June 2001, P. 211-214.
- [3] A.A. Smirnov. The Nuclotron – A New Technology of the Synchrotron Superconducting Magnet System // *Physics of Particles and Nuclei*, Vol.32, No.1 2001 JINR, MAIK Interperiodica Publ.
- [4] A.Kovalenko et al. Superferric Model Dipol Magnet with the Yoke at 80K for the GSI Future Fast Cycling Synchrotron. // *IEEE Trans. On Appl. Superconductivity*, Vol.13, No.2, p.1335-1338, June 2003.
- [5] Newman M.J., Trowbridge G.W., Turner L.R. GFUN: An interactive program as aid to magnet design. // Proc. 4th Internat. Conf. Magnet Technol. Brookhaven, 1972. P.617-626.
- [6] П.Г.Акишин, Е.П.Жидков. Вычисление магнитного поля методом интегральных уравнений в случае постоянной магнитной проницаемости. ОИЯИ, P11-82-702, Дубна, 1982.
- [7] П.Г.Акишин, Е.П.Жидков. Метод интегральных уравнений в двумерных задачах магнитостатики. ОИЯИ, P11-84-799, Дубна, 1984.

Получено 28 декабря 2003 г.

Акишин П. Г. и др.

P9-2003-244

Расчет магнитного поля быстроциклирующего сверхпроводящего дипольного магнита на индукцию 4 Тл

Рассматривается проблема оптимизации распределения двумерного магнитного поля дипольного магнита с полем 4 Тл и диаметром апертуры 100–110 мм, предназначенного для быстроциклического синхротрона. Однослойная маловитковая обмотка магнита выполнена полым NbTi-сверхпроводящим кабелем с рабочим током до 30 кА. Дано описание математического метода, позволяющего минимизировать амплитуды высших гармоник магнитного поля варьированием местоположения токовых обмоток. Приведены результаты расчета двумерных магнитных полей сверхпроводящего магнита.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод авторов

Akishin P. G. et al.

P9-2003-244

The Magnetic Field Design of a 4 T Fast Cycling Superconducting Dipole Magnet

The problem of a 2D magnetic field of a 4 T dipole magnet and aperture of 100–110 mm in diameter for a fast cycling synchrotron is considered. A single layer coil is made of a hollow superconducting NbTi cable designed to operate at a current of 30 kA. The description of a mathematical method to minimise higher harmonic amplitude by variation of the current coil position is given. The numerical simulation results for 2D magnetic fields are presented.

The investigation has been performed at the Veksler and Balдин Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna. 2003

Редактор *М. И. Зарубина*
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 12.03.2004.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,44. Уч.-изд. л. 0,8. Тираж 270 экз. Заказ № 54337.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/