

P9-2003-247

А. М. Кондратенко\*, М. А. Кондратенко\*,  
Ю. Н. Филатов\*

КОМПЕНСАЦИЯ ДЕПОЛЯРИЗАЦИИ ПУЧКА  
ЧАСТИЦ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ СПИНОВЫХ  
РЕЗОНАНСОВ В УСКОРИТЕЛЯХ

Направлено в журнал «Письма в ЭЧАЯ»

---

\*Городская общественная организация «Заряд», Новосибирск

1. Проблема ускорения поляризованного пучка частиц до высоких энергий является важной в физике ускорителей. Деполяризация пучка в основном происходит в кольце ускорителя при пересечении спиновых резонансов. Одним из направлений исследований является анализ структур магнитного поля ускорителя, исключающих возможность пересечения спиновых резонансов для выбранного диапазона энергий. Такой структурой поля обладает традиционный ускоритель со вставленными в прямолинейные промежутки «сибирскими змейками» [1–4]. Примером может служить ускоритель RHIC (Брукхэйвен) для ускорения поляризованных пучков частиц.

Однако для меньших энергий (например, для ускорителей AGS (Брукхэйвен) и U-70 (Протвино)) использование «сибирских змеек» требует существенной перестройки кольца. Поэтому поиск эффективных методов пересечения спиновых резонансов, сохраняющих поляризацию, остается актуальной задачей для ускорителей частиц на энергии порядка десяти ГэВ и выше.

Для уменьшения деполяризующего воздействия спиновых резонансов при ускорении применяются методы, основанные на:

- увеличении скорости пересечения спинового резонанса за счет «скачков» бетатронных частот [5–8];
- увеличении скорости пересечения спинового резонанса за счет скачка спиновой частоты [9];
- компенсации мощности резонанса [5–8,10];
- преднамеренном увеличении мощности спинового резонанса с помощью специально введенных магнитных полей для адиабатического пересечения спинового резонанса. Принципиальным при этом является учет синхротронной модуляции энергий частиц в пучке [1,4,11];
- преднамеренном уменьшении скорости пересечения спиновых резонансов [1,4,11].

С увеличением максимальной энергии число спиновых резонансов растет, и сохранить поляризацию пучка указанными методами становится проблематичным.

В данной работе предлагается метод, позволяющий в принципе «исключить» деполяризующие эффекты при пересечении спиновых резонансов.

2. Основными характеристиками пересечения спинового резонанса являются:

- положение спинового резонанса

$$\nu = \nu_k,$$

где  $\nu$  — спиновая частота прецессии,  $\nu_k$  — целочисленная комбинация из частот орбитального движения в единицах частоты обращения в ускорителе  $\omega_o$ ;

- мощность резонанса  $|w_k|$ , которая является модулем Фурье-гармоники спинового возмущения;

- скорость изменения отстройки от резонанса  $\varepsilon' = \frac{d}{d\theta} \cdot (\nu - \nu_k)$ ,

$$\text{где } \theta = \int_0^t \omega_o dt \text{ — обобщенный азимут частицы в ускорителе.}$$

Степень поляризации пучка при пересечении резонанса с постоянной скоростью  $\varepsilon'$  вычисляется по хорошо известной формуле [5]:

$$\langle S_z \rangle = \left\langle \left( 2 \exp \left( -\frac{\pi |w_k|^2}{2 |\varepsilon'|} \right) - 1 \right) \cdot S_z^0 \right\rangle,$$

где  $S_z$  — компонента вектора спина вдоль нормали к плоскости орбиты, скобки  $\langle \dots \rangle$  означают усреднение по распределению частиц в пучке.

При быстром пересечении резонанса

$$|\varepsilon'| \gg |w_k|^2 \quad (1)$$

степень деполяризации  $D = 1 - |\langle S_z \rangle|$  становится равной

$$D = \pi |w_k|^2 / |\varepsilon'|.$$

Для произвольной зависимости  $\varepsilon(\theta)$  степень деполяризации при выполнении условия (1) вычисляется по формуле [4,11]:

$$D = \frac{1}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} w_k \exp(-i \int_0^{\theta} \varepsilon d\theta) d\theta \right|^2. \quad (2)$$

Следовательно, для компенсации деполяризации необходимо выполнить условие (при  $w_k = \text{const}$ ):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(i \int_0^{\theta} \varepsilon d\theta) d\theta = 0, \quad (3)$$

которое не зависит от мощности резонанса.

При выполнении этого условия компенсация деполяризации происходит с высокой точностью  $\sim (|w_k|^2 / |\varepsilon'|)^3$ .

Следуя работам [6–8], рассмотрим пересечение спинового резонанса, организуя скачок отстройки  $\varepsilon$ , как показано на рис.1. При быстром пересечении резонанса в области  $|\theta| \leq \tau$  и адиабатическом (медленном) приближении и удалении в области  $|\theta| > \tau$  из (2) получаем формулу для вычисления степени деполяризации:

$$D = \frac{\pi |w_k|^2}{|\varepsilon'|} I(\psi), \quad I(\psi) = \frac{1}{\pi \psi} \left| 1 + 2i\psi \exp(i\psi) \int_0^1 \exp(-i\psi x^2) dx \right|^2,$$

где  $\psi = \frac{\delta\tau}{2}$  — фаза, набираемая частицей в зоне скачка за время  $\tau$ .

В частности, при  $\psi \ll 1$  получаем известную формулу [6–8]:

$$D = \frac{2|w_k|^2}{\delta^2} \cdot \left( 1 + \frac{\delta^4}{3|\varepsilon'|^2} \right).$$

На рис. 2 приведен график зависимости фактора  $I$  от  $\psi$ .

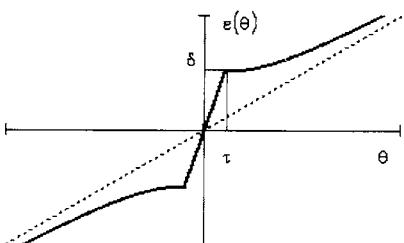


Рис.1

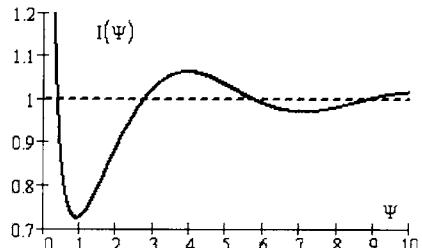


Рис.2

Видим, что степень деполяризации определяется скоростью пересечения в точке резонанса ( $\varepsilon' = \delta/\tau$ ) и в классе функций  $\varepsilon(\theta)$ , изображенных на рис.1, условию компенсации (3) удовлетворить нельзя.

Приведем примеры функций  $\varepsilon(\theta)$ , для которых условие (3) может быть выполненным. Ограничимся рассмотрением антисимметричных функций  $\varepsilon(\theta)$  с однократным пересечением резонанса.

Разрывная функция

$$\varepsilon(\theta) = \begin{cases} \varepsilon'_1 \theta, & |\theta| \leq \tau, \\ \varepsilon'_0 \theta, & |\theta| > \tau, \end{cases}$$

изображенная на рис.3, удовлетворяет условию компенсации при следующих значениях параметров:

$$\varepsilon'_1 \approx 5.26 \varepsilon'_0, \quad \tau \approx 1.03 \sqrt{\varepsilon'_0}, \\ \delta \approx 5.42 \sqrt{\varepsilon'_0}.$$

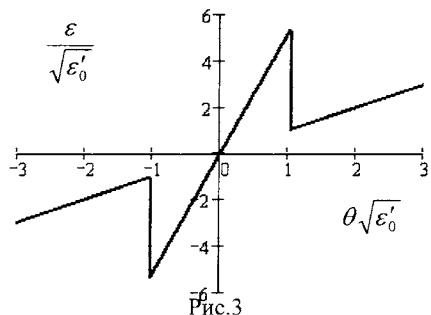


Рис.3

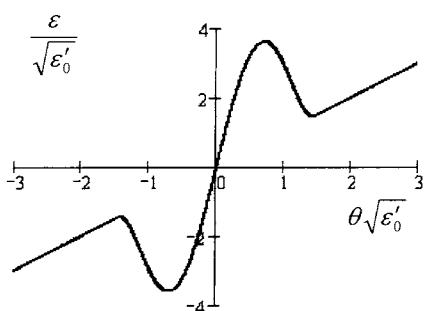


Рис.4

Этот пример показывает принципиальную возможность компенсации деполяризации. На рис.4 приведен пример непрерывной функции

$$\varepsilon(\theta) = \begin{cases} \varepsilon'_0 \theta + \varepsilon'_1 \theta \left( 1 - \frac{\theta^2}{\tau^2} \right)^2, & |\theta| \leq \tau, \\ \varepsilon'_0 \theta, & |\theta| > \tau, \end{cases}$$

$$\varepsilon'_1 \approx 7.04 \quad \varepsilon'_0, \quad \tau \approx \frac{1.45}{\sqrt{\varepsilon'_0}}, \quad (4)$$

$$\delta \approx 3.6 \sqrt{\varepsilon'_0} \quad \text{при} \quad \tau_\delta \approx \frac{0.71}{\sqrt{\varepsilon'_0}},$$

также удовлетворяющей условию компенсации.

Интересно проследить, как изменяется поперечная компонента спина  $|S_{\perp}| = \sqrt{1 - S_z^2}$  при пересечении резонанса.

На рис.5 изображено изменение поперечной компоненты спина  $|S_{\perp}|$  в единицах  $\sqrt{2\pi w_k^2 / \varepsilon'_0}$  для антисимметричной функции (4). Поперечная компонента спина, изображенная сплошной линией, при  $\theta > -\tau$  начинает отличаться от графика

функции  $|S_{\perp 0}|$ , изображенного пунктирной линией, соответствующего пересечению резонанса с постоянной скоростью  $\varepsilon'_0$ . В момент пересечения резонанса ( $\theta = 0$ ) спин при выполнении условия компенсации остается вертикальным ( $S_{\perp} = 0$  при  $\theta = 0$ ), а в области  $\theta \gg 1/\sqrt{\varepsilon'_0}$  сильно отличается от функции  $|S_{\perp 0}|$ , полученной для  $\varepsilon'_0 = \text{const}$ .

При сравнении с известными методами данный метод отличается менее критичными характеристиками отклонения отстройки при пересечении резонанса. Так, в предложенном методе амплитуда скачка  $\delta$  и характерное время его «включения»  $\tau$  порядка  $\sqrt{\varepsilon'_0}$  и  $1/\sqrt{\varepsilon'_0}$  соответственно. Для методов, основанных на увеличении скорости пересечения резонанса  $\varepsilon'$ , чтобы уменьшить степень деполяризации в  $|\varepsilon'/\varepsilon'_0| \gg 1$  раз, необходимо иметь амплитуду в  $\sqrt{\varepsilon'/\varepsilon'_0}$  раз большую, а время в это число раз меньшее, чем в предлагаемом методе.

Проанализируем влияние разброса траекторий частот, приводящего к разбросу момента пересечения спинового резонанса. Условие, когда разброс  $|\Delta\varepsilon|$  сохраняет компенсацию деполяризации выглядит следующим образом:

$$|\Delta\varepsilon|^4 \ll |\varepsilon'_0|^2.$$

Степень деполяризации при сдвиге частоты на  $\Delta\varepsilon$  определяется условием

$$D = \frac{w_k^2}{2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(i \int_0^{\theta} \varepsilon d\theta\right) \exp(-i \Delta\varepsilon \theta) d\theta \right|^2.$$

На рис.6 приведена зависимость отношения степеней деполяризации  $D/D_0$  от отклонения точки резонанса на величину  $|\Delta\varepsilon|$ , где

$$D_0 = \pi \frac{|w_k|^2}{\varepsilon'_0}$$

– степень деполяризации при пересечении резонанса с постоянной скоростью  $\varepsilon'_0$ . Так, при сдвиге точки резонанса на величину  $|\Delta\varepsilon| < 0.48\sqrt{\varepsilon'_0}$  отношение  $D/D_0 < 0.01$ .

Анализ зависимости условия компенсации от других параметров проводится аналогично.

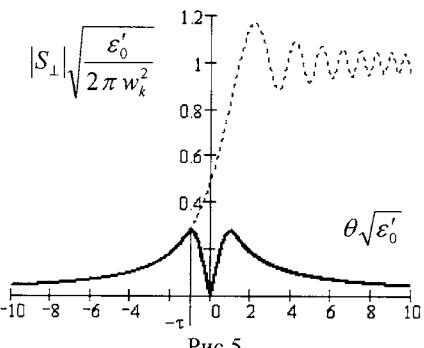


Рис.5

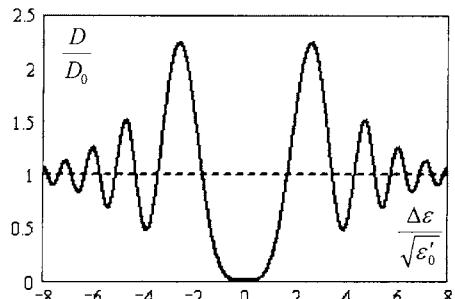


Рис.6

**3.** Приведем численный пример для компенсации деполяризации внутреннего резонанса  $\nu = 16 - \nu_2$  при  $E_k \approx 3,85$  ГэВ с мощностью резонанса  $w_k \approx 10^{-3}$  и скоростью пересечения  $\varepsilon'_0 \approx 7 \cdot 10^{-6}$  при ускорении протонов в кольце Нуклotronа (ОИЯИ, Дубна). Если не принимать специальных мер, степень деполяризации при пересечении указанного резонанса равна  $D \sim 40\%$ . При организации скачка бетатронной частоты с амплитудой  $2\delta(1 - \varepsilon'_0/\varepsilon') \approx 0,04$  за время  $2\tau \approx 24$  мкс степень деполяризации уменьшится до  $D \approx 1\%$  [5–8]. В предлагаемом методе происходит компенсация деполяризации, если организовать дополнительное изменение отстройки с амплитудой  $2(\delta - \varepsilon'_0\tau_\delta) \approx 0,015$  за время  $2\tau \approx 150$  мкс.

Авторы признательны за полезные обсуждения И.Б. Иссинскому, В.А. Михайлову и всем участникам семинара ЛВЭ ОИЯИ. Мы благодарны за постоянную помощь и внимание С.С. Шиманскому.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Я.С. Дербенев, А.М. Кондратенко, Ускорение поляризованных частиц, ДАН СССР 1975, 223, стр.830, (Sov. Phys. Dokl. 1976, 20, p. 562 ).
- [2] Я.С. Дербенев, А.М. Кондратенко, Ускорение поляризованных частиц в синхротронах до высоких энергий, Proc.X International Conference on High Energy Accelerators. Protvino, 1977, 2, p70.
- [3] Я.С. Дербенев, А.М. Кондратенко, *О критериях сохранения поляризации в ускорителях с сибирскими змейками*, ЖТФ, 1989, 59, стр.104  
(Sov. Tech. Phys., The Russian Journal of Applied Physics, 1989, 34(10), p.1152 ).
- [4] А.М. Кондратенко. Поляризованные пучки в накопителях и циклических ускорителях. Докторская диссертация, СО АН СССР, ИЯФ, Новосибирск, 1982.
- [5] M. Froissart, R. Stora. *Depolarisation d'un faisceau de protons polarizes dans un synchrotron*. Nuclear Instruments and Methods, 1960, 7, №3, p.p. 297-305.
- [6] T.Knoe et al., *The Acceleration of Polarized Protons to 8.5 GeV/c*  
Part. Accel., 1975, 6, p.213.
- [7] E.D. Courant and R.D. Ruth, *The Acceleration of Polarized Protons in Circular Accelerators*, 1980, BNL 51270.
- [8] I.G. Ratner , High Energy Spin Physics-1982, BNL, AIP Conference Proceedings, 95, Particles and Fields Subseries, 1982, 28, p.412.
- [9] N.I. Golubeva, A.M. Kondratenko, Yu.N. Filatov *A jump in spin precession frequency as a method to pass spin resonance* . Proceedings of the International Workshop “Deuteron-93”, Dubna, 1994, p.374.
- [10]F.Z. Khiari, et al, *Acceleration of polarized protons to 22 GeV/c and the measurement of spin-spin effects in p + p → p + p* Phys. Rev. (1989) D 39 P.45-85.
- [11] Я.С. Дербенев, А.М. Кондратенко, А.Н. Скринский, *Динамика поляризации частиц вблизи спиновых резонансов*, ЖЭТФ, 1971, 60, стр.1216  
(Sov. Phys. JETP1971, 33, 658).

Получено 28 декабря 2003 г.

Кондратенко А. М., Кондратенко М. А., Филатов Ю. Н.

P9-2003-247

Компенсация деполяризации пучка частиц  
при пересечении спиновых резонансов в ускорителях

Предлагается метод сохранения поляризации пучка при пересечении спинового резонанса в циклических ускорителях. Результаты актуальны для получения интенсивных поляризованных пучков частиц высоких энергий. Приведен численный пример.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод авторов

Kondratenko A. M., Kondratenko M. A., Filatov Yu. N.

P9-2003-247

The Method to Compensate a Depolarization  
of a Particle Beam at Crossing Spin Resonances in Accelerators

The method of preservation of polarization of a beam at crossing a spin resonance in cyclic accelerators is offered. Results are essential for production of the intensive polarized beams of high energy particles. The numerical example is presented.

The investigation has been performed at the Veksler-Baldin Laboratory of High Energies, JINR.

Редактор *М. И. Зарубина*  
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 06.02.2004.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 0,37. Уч.-изд. л. 0,5. Тираж 270 экз. Заказ № 54293.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.  
E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)  
[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)