

P11-2003-248

Е. Ю. Щетинин, К. М. Назаренко

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ ФУНКЦИЙ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН**

Направлено в журнал «Математическое моделирование»

Введение

Изучение статистических свойств экстремальных событий представляет одно из важнейших направлений в современной математике. Области приложений таких исследований являются, например, метеорология и сейсмология (прогнозирование различных событий катастрофического характера — ураганов, наводнений, землетрясений и пр.), экономика (финансовые риски), медицина (распространение эпидемий, испытания новых лечебных препаратов), социология, биология и др. В настоящей работе рассмотрены математические модели функций распределения экстремальных величин и методы оценивания их квантилей высокого порядка, а также модель экстремальных величин, превышающих некоторое критическое значение, в основе которой лежит обобщенное распределение Парето. В частности, эта модель была использована для описания значительных колебаний стоимости активов на мировых фондовых биржах [1].

Проблема оценивания величины убытков финансовых компаний от существенных падений стоимости их рыночных активов представляется весьма значимой в успешном корпоративном менеджменте. Значения квантилей высоких порядков, как правило, либо отсутствуют в исследуемой выборке убытков компании, либо их количество невелико, поскольку экстремальные события на финансовых рынках являются относительно редкими событиями. Нами разработаны эффективные вычислительные алгоритмы по оцениванию квантилей высокого порядка эмпирических функций распределения выборки экстремальных величин.

1. Предельные распределения экстремальных величин

Рассмотрим предельные распределения экстремальных величин, превышающих некоторую величину $u > 0$. Такие экстремальные величины мы в дальнейшем будем называть эксцессами. Пусть X_1, X_2, \dots, X_n — последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, имеющих некоторую неизвестную функцию распределения $F(x)$. Функция распределения эксцессов, превышающих некоторый уровень $u > 0$, имеет вид

$$F_u(x) = P(X - u < x | X > u), \quad (1)$$

где $0 \leq x < \omega(F) - u$, $\omega(F)$ — крайняя правая точка выборки. Выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$F_u(x) = \frac{F(x+u) - F(u)}{1 - F(u)}. \quad (2)$$

Обобщенное распределение Парето

$$G_{\xi, \beta}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x / \beta)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0, \\ 1 - \exp(-x / \beta), & \xi = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $\beta > 0$, $x \geq 0$, когда $\xi \geq 0$, и $0 \leq x \leq -\beta / \xi$, когда $\xi < 0$. Параметр ξ характеризует форму функции $G_{\xi, \beta}(x)$. Иногда в определение функции $G_{\xi, \beta}(x)$ необходимо ввести параметр локализации μ , тогда мы будем рассматривать обобщенное распределение Парето в виде $G_{\xi, \beta, \mu}(x) = G_{\xi, \beta}(x - \mu)$.

В работе А. Балкема и Л. де Хаана [2], а также Дж. Пикендса [3] доказано, что функция $F_u(x)$ слабо сходится к функции $G_{\xi, \beta}(x)$ при стремлении порога u к правой границе $\omega(F)$ функции $F(x)$, т. е.

$$\lim_{u \rightarrow \omega(F)} \sup_{0 \leq x \leq \omega(F) - u} |F_u(x) - G_{\xi, \beta}(x)| = 0 \quad (4)$$

тогда и только тогда, когда $F(x)$ принадлежит области притяжения $DA(H_\xi)$ [4] обобщенного распределения экстремальных величин $H_\xi(x)$:

$$F \in DA(H_\xi).$$

2. Методы оценивания статистических характеристик экстремальных величин

Рассмотрим методы оценивания статистических характеристик экстремальных величин, в частности эксцессов. Одна из основных задач, возникающих, например, в области финансового менеджмента, — оценивание потенциального ущерба в случае наступления экстремальных событий, являющихся редкими событиями, но наносящих значительный финансовый ущерб. Для решения этой задачи принято использовать методологию измерения риска *Value at Risk (VaR)* [5]. Тогда вычисление величины риска *VaR* сводится к вычислению квантили x_q функции распределения $F(x)$, где число q может принимать значения порядка $q \approx 0.95 - 0.9999$,

$$x_q = F^{-1}(q) = \inf \{x \in R, F(x) \geq q\}.$$

Величина $VaR(q) = x_q$ позволяет дать оценку потенциального ущерба от наступления экстремального события, т. е. того уровня убытков, который будет превышен в течение характерного интервала измерений, исходя из накопленных исторических данных и заданной вероятности q . Поскольку соответствующие им значения квантилей $x_q = F^{-1}(q)$ могут просто отсутствовать в исследуемой выборке, то для решения поставленной задачи нам необходимо прежде всего построить аппроксимацию эмпирического распределения заданной порядковой статистики $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$. Пусть $N_u = \sum_{i=1}^n 1\{X_i > u\}$ — количество эксцессов, полученных из выборки $\{X_i\}$ и превышающих порог u . Обозначим соответствующие эксцессы как Y_1, \dots, Y_{N_u} . Функцию распределения эксцессов $F_u(y)$ можно записать в следующем виде:

$$F_u(y) = P(X - u < y | X > u) = P(Y < y | X > u), \quad y \geq 0.$$

Откуда легко получить $\bar{F}_u(u + y) = \bar{F}(u)\bar{F}(y)$. Как уже было сказано выше, функция $F_u(y)$ при определенных условиях, сформулированных в утверждении (4), может быть аппроксимирована с помощью обобщенного распределения Парето в виде $G_{\xi, \tilde{\beta}}(y)$. В качестве оценки для $\bar{F}(u)$ возьмем ее эмпирическую функцию распределения $\bar{F}_n(u) = N_u/n$. В результате, переходя к переменной x , в качестве оценки $\bar{F}(x)$ получим следующее выражение:

$$\bar{F}(x) = 1 - \frac{N_u}{n} \left(1 + \tilde{\xi} \frac{x - u}{\tilde{\beta}} \right)^{-1/\tilde{\xi}}, \quad (5)$$

где $\tilde{\xi}$, $\tilde{\beta}$ — оценки параметров обобщенного распределения Парето, полученные, например, методом максимального правдоподобия.

Итак, мы построили оценку «хвоста» функции распределения эксцессов в виде выражения (5). Для заданной величины $q \geq \bar{F}(u)$ оценка q -квантили \tilde{x}_q может быть получена путем обращения выражения (5):

$$\tilde{x}_q = u + \frac{\tilde{\beta}}{\tilde{\xi}} \left(\left(\frac{n}{N_u} (1 - q) \right)^{-\tilde{\xi}} - 1 \right). \quad (6)$$

Кроме того, проблематика финансового менеджмента требует необходимости построения оценок ожидаемого, наиболее вероятного значения убытков *Expected Shortfall*, при условии, что они превысили неко-

торое пороговое значение $u > 0$, а именно значение потенциального ущерба $u = VaR(q)$. Тогда для вычисления оценки меры риска *Expected Shortfall* нужно рассматривать условное математическое ожидание

$$E(u) = E(X | X > u). \quad (7)$$

Обратимся к методу вычисления условного математического ожидания (7). Величина $E(q)$ связана с $VaR(q)$ следующим образом:

$$E(q) = VaR(q) + E(X - VaR(q) | X > VaR(q)), \quad (8)$$

где второе выражение является условным математическим ожиданием эксцессов над порогом $u = VaR(q)$. Соответствующая функция распределения $F_{VaR(q)}(y)$ — обобщенное распределение Парето:

$$F_{VaR(q)}(y) = G_{\xi, \beta + \xi(VaR(q) - u)}(y).$$

С учетом соотношения (6) выражение (8) можно записать в виде

$$E(q) = (\beta + \xi(VaR(q) - u)) / (1 - \xi),$$

откуда

$$E(q) = \frac{VaR(q)}{1 - \xi} + \frac{\beta - \xi u}{1 - \xi}. \quad (9)$$

Подставив оценку квантили $VaR(q) = \tilde{x}(q)$ в соотношение (9), получим оценку меры риска (8)

$$E(q) = \tilde{E}(q) = \frac{\tilde{x}_q}{1 - \xi} + \frac{\tilde{\beta} - \xi u}{1 - \xi}. \quad (10)$$

В работе [6] доказано, что для функций из класса распределений Фреше оценки $\tilde{\xi}$, $\tilde{\beta}$ являются асимптотически нормально распределенными.

3. Вычислительные эксперименты

Рассмотренные в работе методы вычисления статистических характеристик эксцессов были применены для оценивания квантилей высокого порядка функций распределения существенных изменений стоимости мировых фондовых индексов. В вычислительных экспериментах была использована статистика фондовых индексов NASDAQ, DAX-30 и РТС [7]. На рис. 1 представлен график отрицательных логарифмических приращений дневных значений закрытия фондового индекса Российской Торговой Системы (РТС) за период 10.01.1995–31.10.2003.

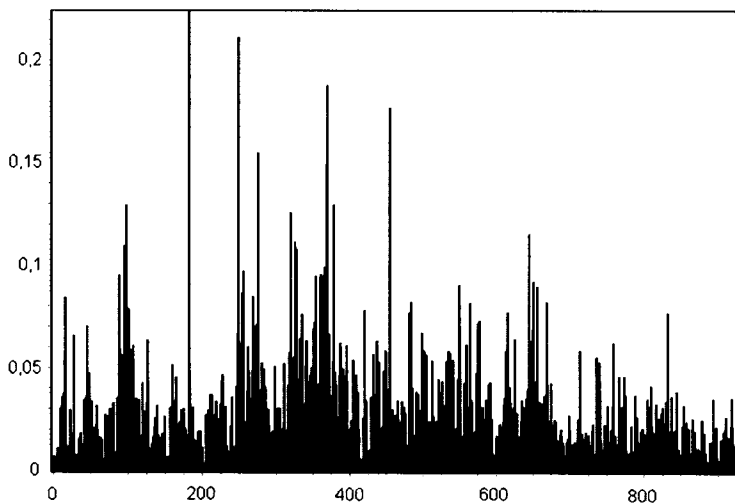


Рис. 1. График отрицательных логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995 – 31.10.2003

На практике для конечных выборок имеет место лишь асимптотическое выполнение теоремы А. Балкема, Л. де Хаана, поэтому между теоретическим $G_{\xi, \beta}(x)$ и эмпирическими распределениями всегда существуют различия. Одним из методов, позволяющих увидеть эти различия на качественном уровне, является квантильный метод, который наглядно можно проиллюстрировать $Q\tilde{Q}$ -графиком. По его вертикальной оси откладываются Q -квантили экспоненциального распределения как частного случая обобщенного распределения Парето, а по горизонтальной оси — \tilde{Q} -квантили эмпирического распределения. $Q\tilde{Q}$ -график описывается формулой

$$\left\{ \left(X_{k:n}, G_{0,1}^{-1} \left(\frac{n-k+1}{n} \right) \right), k = 1, \dots, n \right\},$$

где $X_{k:n}$ — k -я порядковая статистика, $G_{0,1}^{-1}$ — функция, обратная экспоненциальному распределению. Точки статистики должны лежать приблизительно на прямой линии, если они являются независимыми и одинаково распределенными по экспоненциальному закону. Отклонение от указанного поведения свидетельствует о различных типах поведения «хвоста» распределения: выпуклый вверх график функции свидетельствует о его «тяжелохвостости», т. е. принадлежности к типу распределений Фреше. На рис. 2 приведены графики функций распределения из

класса распределений Фреше (Стьюдента- T_4 , Парето, обобщенного распределения Парето), аппроксимирующих эмпирическое распределение отрицательных логарифмических приращений дневных значений закрытия индекса РТС за период 10.01.1995–31.10.2003. На нем также представлен график аппроксимации эмпирической функции распределения рассматриваемых данных с помощью логнормального распределения, строго говоря, не принадлежащего к этому классу, но достаточно часто используемого для моделирования приращений стоимости финансовых активов. Анализ рис. 2 показывает, что наилучшим из изученных распределений приближением эмпирической функции распределения исследуемых данных является обобщенное распределение Парето.

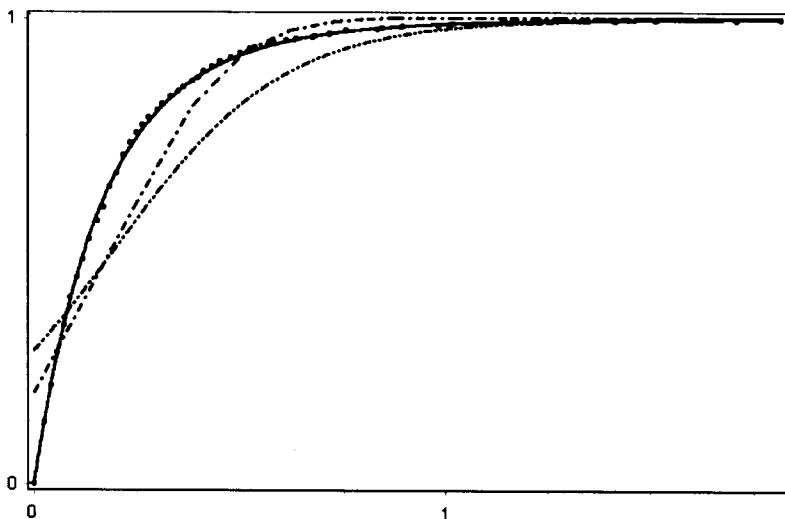


Рис. 2. Графики функций распределения, аппроксимирующих эмпирическую функцию распределения отрицательных логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995–31.10.2003

Применение модели эксцессов предполагает, что мы можем выбрать порог $u > 0$ такой, что справедлива теорема А. Балкема, Л. де Хаана (4), и вычисленные некоторым способом оценки параметров $\tilde{\xi}(u)$, $\tilde{\beta}(u)$ позволят построить удовлетворительное приближение функции распределения эксцессов с помощью функции $G_{\tilde{\xi}(u), \tilde{\beta}(u)}(x)$. Одним из способов выбора значения u является анализ графика средних значений эксцессов выборки

$$\{(u, e_n(u)), X_{n:n} \leq u \leq X_{1:n}\},$$

где наши данные X_i упорядочены в виде

$$\min\{X_1, \dots, X_n\} = X_{n,n} \leq X_{n-1,n} \leq \dots \leq X_{1,n} = M_n,$$

а $X_{1,n}$ и $X_{n,n}$ — первый и последний члены порядковой статистики эксцессов. Функция средних значений выборки эксцессов $e_n(u)$ имеет вид

$$e_n(u) = \frac{\sum_{i: X_i > u} (X_i - u)}{\sum_{i=1}^n I(X_i > u)},$$

т. е. представляет собой сумму значений эксцессов, превысивших заданный порог u , деленная на их количество. Функция $e_n(u)$ является эмпирической оценкой для условного математического ожидания $e(u) = E(X - u | X > u)$. Если график $e_n(u)$ представляет собой некоторую монотонно возрастающую функцию за пределами порога u , то это позволяет утверждать, что распределение выбранных нами эксцессов следует обобщенному распределению Парето с положительным параметром $\xi > 0$. В этом случае выражение для $e(u)$ имеет следующий вид: $e(u) = (\beta + \xi u) / (1 - \xi)$, $\xi < 1$, $\beta + \xi u > 0$. На рис. 3а приведен график $Q\tilde{Q}$ -квантилей относительно квантилей экспоненциального распределения, а на рис. 3б — график функции $e_n(u)$. Они также показывают, что рассматриваемые нами данные имеют функцию распределения с «тяжелыми» хвостами. Графическая интерпретация $e_n(u)$ такова: если построенный график имеет положительный наклон, начиная с некоторого уровня u , то это показатель того, что исследуемые данные имеют обобщенную функцию распределения Парето с положительным параметром ξ (рис. 3б).

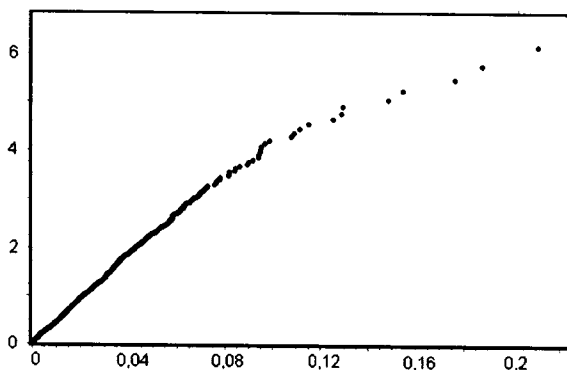


Рис. 3а. График $Q\tilde{Q}$ -квантилей

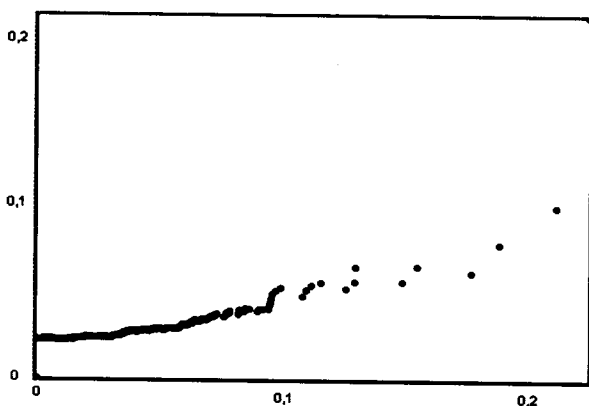


Рис. 36. График функции $e_n(u)$

Для рассматриваемых данных индекса РТС мы провели аппроксимацию эмпирической функции распределения с помощью функции обобщенного распределения Парето при выбранном значении порога $u = 0.06$. Параметры функции распределения были вычислены по методу максимального правдоподобия и имели значения соответственно $\tilde{\xi} = 0.0557$, $\tilde{\beta} = 4.87$. Для $u = 0.1$ получены следующие значения: $\tilde{\xi} = 0.116$, $\tilde{\beta} = 6.135$.

Графики эмпирического распределения и его аппроксимация с помощью обобщенного распределения Парето с полученными значениями параметров представлены на рис. 4.

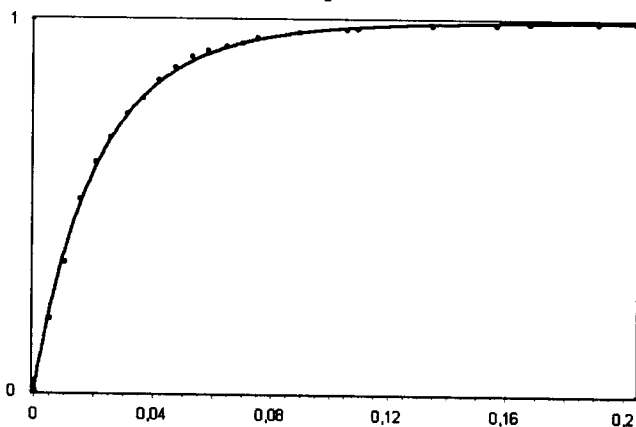


Рис. 4. Аппроксимация эмпирического распределения отрицательных логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995-31.10.2003 обобщенным распределением Парето при значении порога $u = 0.06$

Необходимо отметить, что оценки (7) и (10) зависят от выбранного значения порога u и соответствующего количества эксцессов N_u . Сложность решения проблемы выбора порога заключается в том, что при больших значениях u , близких к крайней правой точке статистики, размер выборки эксцессов N_u может оказаться недостаточным для получения достоверных оценок параметров ξ , β . Графики $Q\tilde{Q}$ -квантилей и $e_n(u)$ позволяют сделать выводы лишь качественного характера о свойствах эмпирического распределения выборки эксцессов. Более содержательным при выборе порога является анализ графика значений оценки Хилла $((k, H_{k,n}^{-1}), 1 \leq k < n)$ для параметра ξ . В работе [8] величина $H_{k,n} = 1/\xi$ определена следующим образом:

$$H_{k,n} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \ln \frac{X_i}{X_{k+1}},$$

где $k < n$. С. Резник и Л. де Хаан доказали [9], что $H_{k,n}$ является асимптотически нормальной оценкой для ξ , т. е. $H_{k,n} \rightarrow \xi$, вероятно, при $n \rightarrow \infty$, $k/n \rightarrow 0$. Это значит, что оценка Хилла на некотором интервале значений k — асимптотически постоянная величина. График Хилла позволяет выделить данный интервал значений k и, таким образом, выбрать соответствующий порог u . На рис. 5 представлен график Хилла (вместе с 95%-ми доверительными интервалами) для значений индекса РТС.

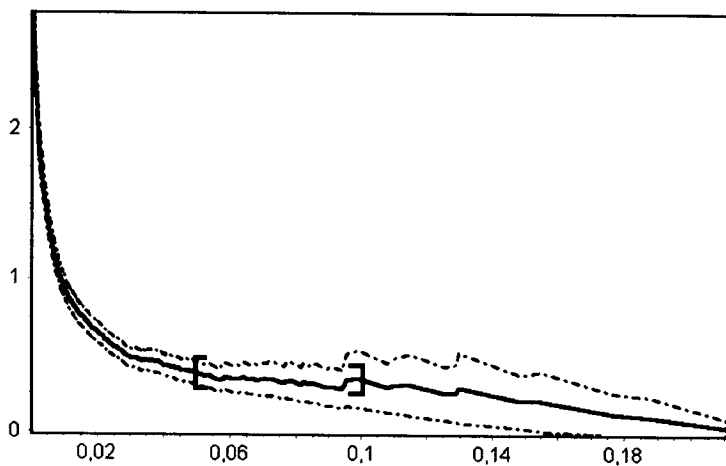


Рис. 5. График оценки Хилла $((k, H_{k,n}^{-1}), 1 \leq k < n)$

На нем выделен интервал стабильности и для различных принадлежащих ему значений порога были вычислены оценки $VaR(q)$ для $q = 0.999, 0.9999$. Результаты вычислений приведены в табл. 1. Из нее видно, что устойчивое значение оценки $VaR(q)$ может быть получено для интервала значений порога $[0.05, 0.1]$. Аналогичные расчеты были выполнены также для других, указанных выше фондовых индексов. Их результаты представлены в табл. 2, 3. Для фондового индекса РТС было выбрано значение порога $u = 0.06$. Для значений $q = 0.99 - 0.9999$ вычислены оценка $VaR(q)$ по формуле (7), величина $ES(q)$ превышения порога $VaR(q)$ по формуле (10), а также построены их 95%-е доверительные интервалы. Результаты вычислений приведены в табл. 4. На рис. 6 приведен график эмпирического распределения эксцессов с порогом $u = 0.06$ и оценка квантили $\tilde{\chi}_{0.999}$ вместе с 95%-м доверительным интервалом для нее.

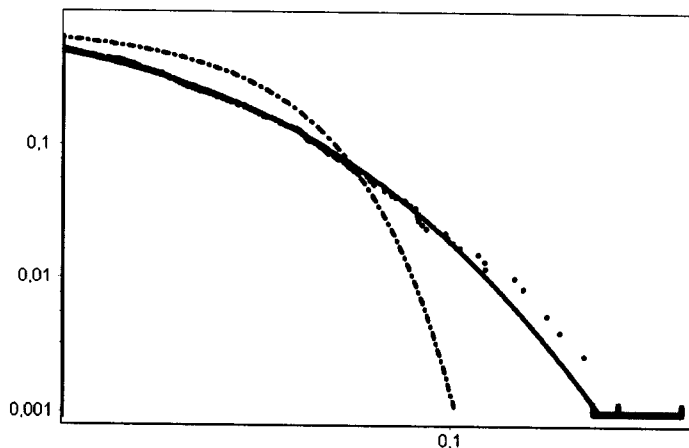


Рис. 6. Оценка квантили $\tilde{\chi}_{0.999}$ и ее 95%-й доверительный интервал эмпирического распределения отрицательных логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995–31.10.2003. • — эмпирическая функция распределения; ••• — логнормальное распределение, — — обобщенное распределение Парето

В ряде случаев оценка Хилла является слишком волатильной, чтобы на основании графика Хилла с достаточной уверенностью выделить искомый интервал значений порога u . В этой ситуации, возможно, будут полезными различные модификации графика оценки Хилла, в частности, *smooHill*, *AltHill* и некоторые другие, рассмотренные, например, в [10]. В настоящей работе также для выбора оптимального значе-

ния порога u^* (оптимального размера выборки N_n^*) был использован метод минимизации асимптотической среднеквадратичной ошибки оценки Хилла, состоящей из суммы величин асимптотических дисперсии и смещения оценки Хилла в следующем виде:

$$AMSE(H_{k,n}) = AVAR(H_{k,n}) + ABias^2(H_{k,n}), \quad (11)$$

где $N_u^* = \arg \min_k (AMSE(H_{n,k}))$.

Расчеты $VaR(q)$ и $ES(q)$ с полученным по методу (11) значением оптимального порога $u^* = 0.06$ приведены в табл. 4.

Таблица 1. Оценки квантилей $\tilde{\chi}_q$ для логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995 – 31.10.2003 для различных значений порога u .

u	k	$\tilde{\xi}$	$q = 0.999$	$q = 0.9999$
.05	729	0.0369	[0.198, 0.224, 0.261]	[0.32, 0.37, 0.426]
.06	597	0.0557	[0.206, 0.238, 0.321]	[0.349, 0.396, 0.47]
.08	361	0.0985	[0.227, 0.26, 0.348]	[0.35, 0.43, 0.485]
.1	239	0.1168	[0.23, 0.26, 0.36]	[0.373, 0.43, 0.55]

Таблица 2. Оценки квантилей $\tilde{\chi}_q$ для логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса NASDAQ за период 01.01.1970 – 31.10.2003 для различных значений порога u .

u	k	$\tilde{\xi}$	$q = 0.99999$	$q = 0.999999$
.01	834	0.217	[0.101, 0.122, 0.143]	[0.187, 0.241, 0.29]
.015	414	0.158	[0.101, 0.122, 0.143]	[0.19, 0.249, 0.307]
.02	227	0.118	[0.102, 0.126, 0.15]	[0.195, 0.25, 0.316]

Таблица 3. Оценки квантилей $\tilde{\chi}_q$ для логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса DAX-30 за период 01.01.1990 – 12.05.2003 при различных значениях порога u .

u	k	$\tilde{\xi}$	$q = 0.999$	$q = 0.9999$
.005	914	0.00062	[0.038, 0.063, 0.089]	[0.032, 0.09, 0.149]
.01	546	0.03938	[0.033, 0.064, 0.096]	[0.024, 0.093, 0.161]
.02	163	0.0116	[0.021, 0.069, 0.117]	[0.005, 0.094, 0.194]
.03	48	0.0077	[0.044, 0.069, 0.094]	[0.058, 0.096, 0.127]

Таблица 4. Оценки значений и 95%-е доверительные интервалы для $VaR(q)$ и $ES(q)$ для отрицательных логарифмических приращений дневных цен закрытия фондового индекса РТС за период 10.01.1995 – 31.10.2003 при значении порога $u = 0.06$

q	$VaR(q)$		$ES(q)$	
	Value	CI	Value	CI
.99	0.111	[0.103, 0.123]	0.17	[0.169, 0.172]
.995	0.152	[0.129, 0.215]	0.21	[0.197, 0.221]
.999	0.238	[0.206, 0.321]	0.322	[0.232, 0.387]
.9999	0.32	[0.314, 0.382]	0.435	[0.337, 0.539]

Заключение

В работе рассмотрены методы и модели оценивания квантилей высокого порядка эмпирических функций распределения экстремумов случайных величин. Проведенный анализ их статистических свойств на примерах поведения эксцессивных убытков в различных секторах мировых финансовых рынков показал, что эмпирические распределения эксцессов принадлежат классу «тяжелохвостых» распределений. При сравнительном анализе распределений из этого класса, таких как распределения Стьюдента, Парето, а также обобщенное распределение Парето, обнаружено, что более предпочтительным для моделирования функции распределения экстремальных величин, превышающих некоторое пороговое значение, является обобщенное распределение Парето. Варьирование величины порога u дает возможность более точно по сравнению с другими рассмотренными в работе функциями распределения аппроксимировать эмпирическое распределение эксцессов и, следовательно, более точно вычислять оценки его квантилей высокого порядка. Нами изучены различные методы выбора порога и предложено для нахождения оптимального значения порога использовать величину, минимизирующую функционал (11) асимптотической среднеквадратичной ошибки оценки Хилла.

Выполненные вычислительные эксперименты для использованных в работе биржевых индексов показали эффективность предложенных методов для оценивания квантилей высокого порядка эмпирических функций распределения эксцессивных колебаний стоимости активов на мировых фондовых биржах по сравнению со стандартными методами, использующими нормальное распределение. Полученные оценки могут быть использованы при анализе рискованности капиталовложений и доходности финансовых активов на рынках капитала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lapushkin A.S., Shchetinin Eu.Yu., Extreme events risk management based on excesses over threshold model, 5th International Congress on mathematical modelling. Book of Abstracts, v. 2, p. 165, 2002.
2. Balkema A., de Haan L., Residual life time at great age, Annals of Probability. P. 792-804, 1974.
3. Pickands J., Statistical inference using extreme order statistics, Annals of Statistics, 3, p. 119-131, 1975.
4. Galambos J., The asymptotic theory of extreme order statistics, 1978, J.Wiley & Sons, N.Y.
5. Basel Committee on Banking Supervision, Amendment to the capital accord to incorporate market risks. Basel Committee Publications, Bank of International Settlements, 1996.
6. Hosking J., Wallis J., Parameter and quantile estimation for the generalized Pareto distribution, Technometrics, 29, p. 339-349, 1989.
7. www.economagic.com, www.finam.ru.
8. Hill B., A simple approach to inference about the tail of a distribution, Annals of Statistics, 3, p. 1163-1174, 1975.
9. Haan L. de, Resnik S., On asymptotic normality of the Hill estimator, Stoch. Mod., 12, p. 699-724, 1996.
10. Resnick S., Satrica C., Smoothing the Hill estimator, Journal of Applied Probability, 33, p. 139-167, 1996.

Получено 30 декабря 2003 г.

Щетинин Е. Ю., Назаренко К. М.

P11-2003-248

Математические модели и методы оценивания функций распределения экстремальных величин

Рассмотрены математические модели функций распределения экстремальных величин и методы оценивания их статистических характеристик. Выполненные вычислительные эксперименты для использованных в исследовании биржевых индексов показали эффективность предложенных методов для оценивания квантилей высокого порядка эмпирических функций распределения эксцессивных колебаний стоимости активов на мировых фондовых биржах по сравнению со стандартными методами, использующими нормальное распределение. Полученные оценки могут быть применены при анализе рискованности капиталовложений и доходности финансовых активов на рынках капитала.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий и Научном центре прикладных исследований ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод авторов

Shchetinin Eu. Yu., Nazarenko K. M.

P11-2003-248

Mathematical Models and Methods
for Extreme Value Distributions Estimation

Mathematical models and methods for extreme value distributions estimation are considered. We test them on a variety of stock exchange data to show their effectiveness for extreme quantiles estimation of empirical distribution functions of excessive fluctuations of stock indexes. We propose to use the method for estimating VaR and related risk measures in analysis of asset pricing on the capital markets.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, and at the Scientific Center of Application Research, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2003

Редактор *О. Г. Андреева*
Макет *Е. В. Сабатовой*

Подписано в печать 03.03.2004.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,94. Уч.-изд. л. 0,92. Тираж 310 экз. Заказ № 54343.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/