P4-2005-115

В. В. Пупышев*

ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ТРИПЛЕТНОГО pp-РАССЕЯНИЯ В ОБЛАСТЬ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ

Направлено в журнал «Письма в ЖЭТФ»

*E-mail: pupyshev@thsun1.jinr.ru

Пупышев В. В. Р4-2005-115
Экстраполяция дифференциального сечения
триплетного pp-рассеяния в область низких энергий

Показано, что в пределе низких энергий дифференциальное сечение триплетного pp-рассеяния, порожденное суммой ядерного и магнитного взаимодействий в кулоновском поле протонов, быстро осциллирует и имеет полюса второго порядка в направлении рассеяния вперед и назад. Для экстраполяции такого сечения в область энергий ниже 10 МэВ предложено простое низкоэнергетическое приближение. Обсуждаются новые явления (протон-протонные аналоги эффектов Мотта и Швингера).

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2005

Pupyshev V. V. P4-2005-115
Extrapolation of Differential Cross-Section
of Triplet pp Scattering to Low Energies

It is shown that in the low-energy limit the triplet pp-scattering differential cross-section, generated by the sum of the nuclear and magnetic interactions in the Coulomb field of the protons, oscillates rapidly and has the second-order poles in the directions of forward and backward scattering. For the extrapolation of this cross-section to a range of energies below 10 MeV, a simple low-energy approximation is proposed. Novel phenomena (proton–proton analogues of the Mott and Schwinger effects) are discussed.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2005

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа — продолжение нашего предыдущего исследования [1] роли магнитного взаимодействия в низкоэнергетическом триплетном pp-рассеянии. С этой целью используется та же общепринятая pp-модель [2]. Напомним ее.

Рассеяние протонов описывается стандартным уравнением Шредингера с полным взаимодействием $V^{ca} = V^c + V^a$, слагаемое которого V^a убывает при $r \to \infty$ быстрее кулоновского потенциала $V^c(r) = m_p(e/\hbar)^2/r = 1/rR$, где m_p — масса протона, e — заряд электрона, r — расстояние между протонами, а R — боровский радиус pp-системы.

Теоретически возможны три случая $a = s, m, ms$: в первом случае $a = s$ и $V^a = V^s$ — короткодействующее ядерное взаимодействие, во втором случае $a = m$ и $V^a = V^m$ — магнитное взаимодействие, наконец, в третьем и наиболее реалистическом случае $a = ms$ и $V^a = V^{ms} = V^m + V^s$ — суперпозиция магнитного и ядерных взаимодействий. Магнитное взаимодействие V^m — сумма $V^m = V^{mt} + V^{m\ell s}$ тензорного взаимодействия магнитных моментов протонов:

$$
\begin{aligned}
V^{mt} &\equiv b_t \frac{S_{12}}{r^3}\,, \quad b_t \equiv -\frac{m_p}{\hbar^2}\mu_p^2\mu_0^2, \\
S_{12} &\equiv \left[3(\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{r})(\mathbf{s}_2\cdot\mathbf{r}) - r^2(\mathbf{s}_1\cdot\mathbf{s}_2)\right]/(4r^2)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

и спин-орбитального взаимодействия магнитного момента одного протона с электромагнитным полем другого протона:

$$
V^{m\ell s} = b_{\ell s}\frac{(\mathbf{l}\cdot\mathbf{s})}{r^3}, \quad b_{\ell s} \equiv -\frac{m_p}{\hbar^2}8\mu_0^2\left(\mu_p - \frac{1}{4}\right). \tag{2}
$$

Здесь μ_p — магнитный момент протона в ядерных магнетонах μ_0, $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$ — операторы спинов протонов, а $\mathbf{s} \equiv \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$, $\mathbf{l}$ и $\mathbf{j} \equiv \mathbf{l} + \mathbf{s}$ — операторы спина углового и полного моментов pp-системы. Для вычислений в качестве V^s используется взаимодействие Рида с мягким кором [3].

Пусть k — импульс, $E = (k\hbar)^2/m_p$ — энергия, а θ и φ — углы рассеяния протонов, $q \equiv kR$ и $\eta \equiv 1/2q$ — безразмерные параметры, $\delta^{c,a}_{\ell,j}$, $\varepsilon^{c,a}_j$ и $d\sigma^{c,a}(\theta;q)$ — фазы, параметры смешивания и дифференциальное сечение $d\sigma^{c,a}/(d\theta\,\sin\theta)$ рассеяния, порожденного взаимодействием V^a в поле V^c. Фаза $\delta^{c,a}_{\ell,j}$ равна разности между полной фазой $\delta^{ca}_{\ell,j}$ рассеяния суперпозицией $V^c + V^a$ и кулоновской фазой δ^c_ℓ. Фазы и сечения $\delta^{c,a}_{\ell,j}$ и $d\sigma^{c,a}$ в случаях $a = s, m, ms$ называем кулон-ядерными, кулон-магнитными и кулон-магнитно-ядерными.

Наша главная цель — восполнить имеющийся в литературе по теории низкоэнергетического pp-рассеяния пробел, а именно: вывести простую формулу, пригодную для экстраполяции кулон-магнитно-ядерного сечения $d\sigma^{c,ms}$ в область низких энергий ($E < 10$ МэВ) и явно описывающую все низкоэнергетические и угловые особенности такого сечения. Для обсуждения этих особенностей потребуются знания эффектов Мотта [4] и Швингера [5].

Эффект Мотта [6] — быстрые осцилляции дифференциального сечения кулоновского рассеяния двух тождественных частиц в пределе низких энергий, описываемые множителем $\cos\{2\eta \ln[(\text{ctg}\,(\theta/2))]\}$, где θ — угол рассеяния, а η — параметр Зоммерфельда.

Эффект Швингера [7] — быстрый рост дифференциального сечения рассеяния $d\sigma_n$ нейтрона на бесспиновом ядре в пределе малых углов рассеяния ($d\sigma_n \approx \text{const}\,[\text{ctg}\,(\theta/2]^2$, $\theta \to 0$), обусловленный спин-орбитальным взаимодействием магнитного момента нейтрона с электромагнитным полем ядра.

1. АНАЛИЗ СЕЧЕНИЙ

Приступим к выводу низкоэнергетических ($q \to 0$) приближений сечений $d\sigma^{c,a}$, $a = s, m, ms$. Согласно табл. II работы [8]

$$d\sigma^{c,a} = \pi\left[(1/2)\,|M_{00}^{c,a}|^2 + |M_{10}^{c,a}|^2 + |M_{01}^{c,a}|^2 + |M_{1,-1}^{c,a}|^2 + |M_{11}^{c,a}|^2\right], \tag{3}$$

где амплитуды $M_{nn'}^{c,a}(\varphi, \theta; q)$ — бесконечные ряды, содержащие присоединенные полиномы Лежандра P_ℓ^n, $\ell = 1, 3, \ldots$, и парциальные амплитуды

$$\begin{aligned} \alpha_{\ell,j}^{c,a} &= \exp(2i\delta_\ell^c)\left[\cos 2\varepsilon_j^{c,a} \exp(2i\delta_{\ell,j}^{c,a}) - 1\right], \\ \alpha_j^{c,a} &= i\,\sin 2\varepsilon_j^{c,a} \exp\left\{i[\delta_{j+1,j}^{c,a} + \delta_{j-1,j}^{c,a}]\right\}. \end{aligned} \tag{4}$$

Например,

$$M_{10}^{c,a} = R\frac{\exp(-i\varphi)}{\sqrt{2}iq} \sum_{\ell=1,3,\ldots} \left\{\alpha_{\ell,\ell+1}^{c,a} - \alpha_{\ell,\ell-1}^{c,a} + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{\ell+2}{\ell+1}\right]^{1/2} \alpha_{\ell+1}^{c,a} - \left[1 - \frac{1}{\ell}\right]^{1/2} \alpha_{\ell-1}^{c,a}\right\} P_\ell^1(\cos\theta).$$

Каждый ряд $M_{nn'}^{c,a}$ представим в виде

$$M_{nn'}^{c,a} = M_{nn'}^{c,a}(j \le 2) + M_{nn'}^{c,a}(j > 2), \tag{5}$$

где конечная подсумма $M^{c,a}_{nn'}(j \le 2)$ — вклад в амплитуду $M^{c,a}_{nn'}$ от pp-состояний с $j \le 2$, а бесконечный ряд $M^{c,a}_{nn'}(j > 2)$ — вклад от всех остальных состояний. Как известно [1], при $E < 10$ МэВ в любом из случаев $a = s, m, ms$ все параметры $\delta^{c,a}_{\ell,j}$ и $\varepsilon^{c,a}_j$ много меньше единицы, поэтому для всех парциальных амплитуд (4) полагаем $\alpha^{c,a}_{\ell,j} \approx 2i\exp{(2i\,\delta^c_\ell)}\,\delta^{c,a}_{\ell,j}$ и $\alpha^{c,a}_j \approx 0$.

Исследуем кулон-ядерное ($a = s$) рассеяние. При $q \to 0$ все кулон-ядерные фазы быстро убывают:

$$\delta^{c,s}_{\ell,j}(q) \sim q^{2\ell+1}\,\exp{(-\pi\eta)}. \qquad (6)$$

Поэтому основной вклад в амплитуды $M^{c,s}_{nn'}$ дают pp-состояния с $j < 2$ и верно стандартное приближение: $M^{c,s}_{nn'} \approx M^{c,s}_{nn'}(j < 2)$. В этом приближении кулон-ядерное сечение (3) равно сумме $d\sigma^{c,a}_2$, $a = s$,

$$\begin{aligned} d\sigma^{c,a}_2 \quad \equiv \quad & \pi(R/q)^2\left\{\left[2\left(\delta^{c,a}_{1,0} + 2\delta^{c,a}_{1,2}\right)^2 + 9\left(\delta^{c,a}_{1,1} + \delta^{c,a}_{1,2}\right)^2\right](\cos\theta)^2 + \right. \\ + \quad & \left.\left[(9/2)\,\left(\delta^{c,a}_{1,1} - \delta^{c,a}_{1,2}\right)^2 + 2\left(\delta^{c,a}_{1,2} - \delta^{c,a}_{1,0}\right)^2\right](\sin\theta)^2\right\}. \end{aligned} \qquad (7)$$

В этой сумме для всех фаз $\delta^{c,s}_{\ell,j}$ верно приближение [1]

$$\delta^{c,s}_{1,j} \approx \bar{\delta}^{c,s}_{1,j} \equiv -q^3 C^2_1(\eta) A^{c,s}_{1,j}\left[1 + h^c(\eta) q^3 C^2_1(\eta) A^{c,s}_{1,j}\right], \qquad (8)$$

где $h^c(\eta)$, $C^2_1(\eta)$ — известные кулоновские функции, а $A^{c,s}_{1,j}$ — вычисленные в [1] кулон-ядерные длины рассеяния в случае взаимодействия Рида с мягким кором.

Исследуем кулон-магнитное рассеяние ($a = m$) в случае $V^m = V^{m\ell s}$, когда все фазы $\delta^{c,m}_{\ell,j}$ имеют низкоэнергетические асимптотики [1, 9]

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}^{c,m}_{\ell,j}(q) \quad &= \quad [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\,\tau_\ell(q)\,, \\ \tau_\ell(q) \quad &\equiv \quad -q\frac{b_{\ell s}}{R}\frac{2\ell + 1 - \eta[\pi - 2\mathrm{Im}\,\psi(\ell + 1 + i\eta)]}{2\ell(\ell+1)(2\ell+1)}\,, \end{aligned} \qquad (9)$$

где $s = 1$, а ψ — пси-функция. Борновское приближение фаз $\delta^{c,m}_{\ell,j} \approx \tilde{\delta}^{c,m}_{\ell,j}$ порождает борновское приближение амплитуд: $M_{nn'} \approx \tilde{M}^{c,m}_{nn'}$. Так как из пяти амплитуд $\tilde{M}^{c,m}_{nn'}$ не равны нулю только две:

$$\begin{aligned} \tilde{M}^{c,m}_{10} \quad &= \quad -\left[\tilde{M}^{c,m}_{01}\right]^* = \sqrt{2}b_{\ell s}\exp{(-i\varphi)}\,\left[g(\theta; q) + g(\pi - \theta; q)\right], \\ g(\theta; q) \quad &\equiv \quad \sum_{\ell=1,2,\ldots} \exp{[2i\delta^c_\ell(q)]}\tau_\ell(q) P^1_\ell(\cos\theta), \end{aligned} \qquad (10)$$

то сечение (3), $a = m$, аппроксимируется формулой

$$d\sigma^{c,m} \approx d\tilde{\sigma}^{c,m} \equiv 2\pi|\tilde{M}^{c,m}_{10}|^2. \qquad (11)$$

Старшее слагаемое низкоэнергетической асимптотики вспомогательного ряда g найдем способом, подробно описанным в [10]. Сначала убедимся в том, что это слагаемое порождается подсуммой ряда g с большими $\ell \gg \eta$. Затем в этой подсумме заменим кулоновские фазы и полиномы старшими слагаемыми их асимптотик при $\ell \to \infty$, полученный ряд аппроксимируем интегралом по ℓ, асимптотику интеграла определим методом стационарной фазы. Точка стационарной фазы $\ell_0 \sim \eta\,\mathrm{ctg}\,(\theta/2)$, поэтому асимптотика ряда g определяется его слагаемыми с большими номерами $\ell \sim \ell_0$. Заменив в (10) ряд g его найденной асимптотикой, получим явные низкоэнергетические асимптотики амплитуд $\tilde{M}_{10}$ и $\tilde{M}_{01}$:

$$\tilde{M}_{10}^{c,m} = -\left[\tilde{M}_{01}^{c,m}\right]^* \sim \left[i2^{-1/2}\exp\left(-i\varphi\right)\right] b_{\ell s}\,\exp\left[i\omega(\eta)\right]\left[\alpha(\theta)+\alpha(\pi-\theta)\right], \quad (12)$$

где по определению $\omega(\eta) \equiv 2\eta(\ln\eta - 1)$, а

$$\alpha(\theta) \equiv \frac{t(\theta)}{\left[\sin\left(\theta/2\right)\right]^{2i\eta}}, \quad t(\theta) \equiv \frac{2\mathrm{ctg}\,(\theta/2) + \theta - \pi}{1 + \cos\theta}\,. \quad (13)$$

Согласно (11)–(13) сечение $d\sigma^{c,m}$ имеет низкоэнергетическую асимптотику

$$\begin{aligned} d\sigma^{c,m} \quad &\approx \quad d\tilde{\sigma}^{c,m} \sim \pi|b_{\ell s}|^2\left(|t(\theta)|^2 + |t(\pi-\theta)|^2\right) + \\ &+ \quad 2\pi|b_{\ell s}|^2\cos\left\{2\eta\ln\left[\mathrm{tg}\,(\theta/2)\right]\right\}\, t(\theta)t(\pi-\theta)\,. \end{aligned} \quad (14)$$

Эта асимптотика из-за моттовского множителя $\cos\{2\eta\ln[\mathrm{tg}\,(\theta/2)]\}$ быстро осциллирует, а из-за функций $t(\theta)$ и $t(\pi-\theta)$ неограниченно возрастает при $\theta \to 0$ и $\theta \to \pi$ как $|\mathrm{ctg}\,(\theta/2)|^2$ и $|\mathrm{tg}\,(\theta/2)|^2$. Так как асимптотику ряда g определяют его слагаемые с $\ell \sim \ell_0 \sim \eta\,\mathrm{ctg}\,(\theta/2)$, то при низких энергиях основной вклад в ненулевые амплитуды $\tilde{M}_{10}^{c,m}$, $\tilde{M}_{01}^{c,m}$, в сечение $d\sigma^{c,m}$ и его приближение $d\tilde{\sigma}^{c,m}$ дают pp-состояния с большими полными моментами $j \sim \ell_0$.

Исследуем кулон-магнитно-ядерное рассеяние ($a = ms$). Как было показано в [1], для корректного описания фаз $\delta_{\ell,j}^{c,ms}$ в области низких энергий наряду с ядерным взаимодействием V^s следует учитывать оба магнитных взаимодействия V^{mt} и $V^{m\ell s}$, если $j < 2$, а в противном случае достаточно учитывать только взаимодействие $V^{m\ell s}$. Поэтому при $j < 2$ используем точные фазы $\delta_{\ell,j}^{c,ms}$, порожденные суммой $V^s + V^{mt} + V^{m\ell s}$, а при $j > 2$ полагаем $\delta_{\ell,j}^{c,ms} = \delta_{\ell,j}^{c,m} \approx \tilde{\delta}_{\ell,j}^{c,m}$, где $\tilde{\delta}_{\ell,j}^{c,m}$ — приближения (9) фаз $\delta_{\ell,j}^{c,m}$, порожденных взаимодействием $V^{m\ell s}$. Следовательно, $M^{c,ms}(j > 2) \approx \tilde{M}^{c,m}(j > 2)$, поэтому разбиения (5) приближаются суммами

$$M_{nn'}^{c,ms} \approx M_{nn'}^{c,ms}(j \le 2) + \tilde{M}_{nn'}^{c,m}(j > 2)\,. \quad (15)$$

Как было показано выше, $\tilde{M}^{c,m}_{nn'}(j>2)=0$, если $|n|=|n'|$, а основной вклад в ненулевые ряды $\tilde{M}^{c,m}_{10}$ и $\tilde{M}^{c,m}_{01}$ дают pp-состояния с большими j. Поэтому подсуммы $\tilde{M}^{c,m}_{10}(j>2)$ и $\tilde{M}^{c,m}_{01}(j>2)$ этих рядов имеют те же низкоэнергетические асимптотики (12). В силу перечисленных свойств амплитуд $\tilde{M}^{c,ms}_{nn'}$ представлению (15) соответствует приближение сечения (3):

$$d\sigma^{c,ms} \quad \approx \quad d\tilde{\sigma}^{c,ms} \equiv d\tilde{\sigma}^{c,m} + d\sigma_{\rm int} + d\sigma_2^{c,ms}\,, \tag{16}$$

где $d\sigma_2^{c,ms}$ и $d\tilde{\sigma}^{c,m}$ — сечения (7) и (14), а интерференционное сечение

$$d\sigma_{\rm int} \quad \equiv \quad \pi b_{\ell s}(R/q)\left[2(\delta^{c,ms}_{1,2}-\delta^{c,ms}_{1,0})+\sqrt{3}(\delta^{c,ms}_{1,1}-\delta^{c,ms}_{1,2})\right]\gamma_{\rm int} \tag{17}$$

зависит от угла рассеяния θ как функция

$$\begin{aligned}\gamma_{\rm int} \quad &\equiv \quad \sin\{2\eta\ln[\sin(\theta/2)]\}\; t(\theta)\, \cos(\theta/2) + \\ &+ \quad \sin\{2\eta\ln[\cos(\theta/2)]\}\; t(\pi-\theta)\, \sin(\theta/2)\,.\end{aligned} \tag{18}$$

В пределе $q\to 0$ вклады в сечение (16) таковы, что

$$d\tilde{\sigma}^{c,m}=O(b^2_{\ell s})\neq 0,\;\; d\sigma_{\rm int}=O[b_{\ell s}(b_t+b_{\ell s})q^2],\;\; d\sigma_2^{c,ms}=O[(b_t+b_{\ell s})^2q^4]\,. \tag{19}$$

Вклад $d\tilde{\sigma}^{c,m}$ осциллирует и сингулярен при $\theta=0,\pi$; вклад $d\sigma_{\rm int}$ осциллирует, но несингулярен; вклад $d\sigma_2^{c,ms}$ несингулярный и не осциллирует. Поэтому при низких энергиях сечение $d\sigma^{c,ms}$ имеет особенности: оно слабо зависит от энергии, неограниченно растет в направлении рассеяния вперед ($\theta=0$) и назад ($\theta=\pi$) и быстро осциллирует по углу θ.

Слабая зависимость от энергии и неограниченное возрастание сечения $d\sigma^{c,ms}$ в направлении рассеяния вперед ($\theta=0$) как $[{\rm ctg}\,(\theta/2)]^2$ — особенности того же типа, что и у швингеровского сечения $d\sigma_n\approx{\rm const}\,[{\rm ctg}\,(\theta_n/2)]^2$, и порождены взаимодействиями одной и той же природы, а именно: взаимодействием магнитного момента одной частицы с электромагнитным полем другой. Поэтому ожидаемый в триплетном pp-рассеянии эффект, проявляющийся как эти особенности сечения $d\sigma^{c,ms}$, является кулон-магнитным pp-аналогом эффекта Швингера.

Быстрые осцилляции сечения $d\sigma^{c,ms}$ по углу в пределе низких энергий — та же особенность, что и у сечения кулоновского рассеяния двух любых тождественных частиц, и обусловлена тождественностью и кулоновским взаимодействием протонов. Поэтому второй ожидаемый в триплетном pp-рассеянии эффект, проявляющийся как такие осцилляции сечения $d\sigma^{c,ms}$, является кулон-магнитным pp-аналогом эффекта Мотта. Амплитуды осцилляций невелики, потому что осциллирующий вклад в сумму (14) при всех углах намного меньше ее первого и второго слагаемых, а согласно (19) другое осциллирующее слагаемое $d\sigma_{\rm int}$ сечения $d\sigma^{c,ms}$ убывает при уменьшении энергии. Расчет сечений подтверждает эти выводы.

Выведем еще одно приближение сечения $d\sigma^{c,ms}$. Формулы (7), (16)–(18) — приближенные параметризации $d\sigma^{c,s} \approx d\sigma_2^{c,s}$, $d\sigma^{c,ms} \approx \tilde{d}\sigma^{c,ms}$ сечений $d\sigma^{c,s}$ и $d\sigma^{c,ms}$ через фазы $\delta^{c,s}_{\ell,j}$ и $\delta^{c,ms}_{\ell,j}$ с $j \leq 2$. Заменим в этих формулах фазы $\delta^{c,s}_{\ell,j}$ и $\delta^{c,ms}_{\ell,j}$ соответственно приближениями $\bar{\delta}^{c,s}_{\ell,j}$ и доказанными в [1] приближениями $\delta^{c,ms}_{\ell,j} \approx \bar{\delta}^{c,s}_{\ell,j} + \tilde{\delta}^{c,m}_{\ell,j}$, где $\bar{\delta}^{c,s}_{\ell,j}$ и $\tilde{\delta}^{c,m}_{\ell,j}$ — фазы (8) и (9). В итоге получим явные приближенные параметризации $d\hat{\sigma}^{c,s}$ и $d\hat{\sigma}^{c,ms}$ сечений $d\sigma^{c,s}$ и $d\sigma^{c,ms}$ кулон-ядерными длинами $A^{c,s}_{\ell,j}$. Их значения — единственная информация о ядерном взаимодействии, необходимая для вычисления приближения $d\hat{\sigma}^{c,ms}$. В этом смысле аппроксимация $d\sigma^{c,ms} \approx d\hat{\sigma}^{c,ms}$ автомодельна относительно выбора ядерного взаимодействия.

2. РАСЧЕТ СЕЧЕНИЙ

Сечение $d\sigma^{c,a}$ вычислялось при низких энергиях $(E < 10\,\text{МэВ})$ в двух случаях $a = s$ и $a = ms$, но по одной и той же схеме. Для расчета фаз $\delta^{c,a}_{\ell,j}$, $a = s, ms$, $j \leq 2$, использовались уравнения для фазовых функций [1]. При $j > 2$ полагалось, что $\delta^{c,s}_{\ell,j} \equiv 0$, а $\delta^{c,ms}_{\ell,j} = \tilde{\delta}^{c,m}_{\ell,j}$, т. е. при $j > 2$ вклад в фазы $\delta^{c,ms}_{\ell,j}$ от ядерного взаимодействия V^s не учитывался, а вклад $\delta^{c,m}_{\ell,j}$ от магнитного взаимодействия $V^m = V^{m\ell s} + V^{mt}$ аппроксимировался суммой старших слагаемых их равномерных по ℓ асимптотик (9) фаз при $q \to 0$. Все эти приближения, как упоминалось в [1] при анализе pp-фаз, вполне приемлемы, если $E < 10\,\text{МэВ}$. Полученные значения фаз использовались для вычисления конечных $(\ell \leq \ell_{\max} < 20\,\eta\,\mathrm{ctg}\,(\theta/2))$ подсумм всех бесконечных рядов $M^{c,a}_{nn'}$. Такой выбор $\ell_{\max}$ обеспечивал вычисление с четырехзначной точностью изображенных на рис. 1 сечений $d\sigma^{c,a}$, $a = s, ms$, и функции $\chi \equiv \log\,[d\sigma^{c,ms}/d\sigma^{c,s}]$. Вычисленное сечение $d\sigma^{c,ms}$ сравнивалось с его приближениями $d\tilde{\sigma}^{c,ms}$ и $d\hat{\sigma}^{c,ms}$. Оказалось, что при $E < 10\,\text{МэВ}$ и $0 < \theta < \pi$ относительная точность аппроксимаций $d\sigma^{c,ms} \approx d\tilde{\sigma}^{c,ms}$ и $d\sigma^{c,ms} \approx d\hat{\sigma}^{c,ms}$ соответственно равна 10^{-3} и 10^{-2}.

Рис. 1, *а* иллюстрирует pp-аналог эффекта Швингера, заключающийся в росте сечения $d\sigma^{c,ms}$ в пределе малых углов $(\theta \to 0)$ рассеяния. При энергии $E = 10\,\text{кэВ}$ сечение $d\sigma^{c,ms}$ в масштабе рисунка неотличимо от сечения $d\tilde{\sigma}^{c,m}$, заданного формулой (14). Заметные осцилляции сечений $d\sigma^{c,ms}$ — проявление pp-аналога эффекта Мотта. Как видно, сечения $d\sigma^{c,s}$ и $d\sigma^{c,ms}$ радикально разные.

Рис. 1, *б* — наглядное доказательство необходимости учета вклада магнитного взаимодействия при расчете дифференциального сечения $d\sigma^{c,ms}$. Видно, что при $E \leq 200\,\text{кэВ}$ этот вклад существенно превышает вклад от ядерного взаимодействия и превышение тем больше, чем меньше энергия или угол θ.

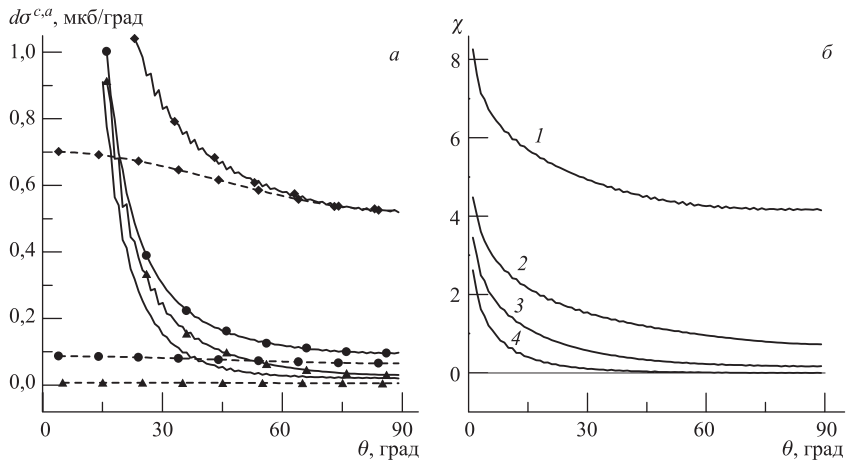

Рис. 1. *а*) Сечения $d\sigma^{c,ms}$ и $d\sigma^{c,s}$ при $E = 50, 100, 200$ кэВ — сплошные и штриховые кривые со значками ▲, ● и ♦ соответственно, сечение $d\sigma^{c,ms}$ при $E = 10$ кэВ — кривая без значков; *б*) функция $\chi(d\sigma, \theta)$ при $E = 10, 50, 100, 200$ кэВ — кривые *1, 2, 3, 4* соответственно, тонкая линия — прямая $\chi = 0$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируем наши выводы. При энергиях ниже 10 МэВ взаимодействие магнитного момента протона с электромагнитным полем другого протона оказывает существенное влияние на поведение триплетного дифференциального сечения pp-рассеяния $d\sigma^{c,ms}$, порожденного суммой ядерного и магнитного взаимодействий в кулоновском поле протонов. Благодаря магнитному взаимодействию при таких энергиях сечение $d\sigma^{c,ms}$ слабо зависит от энергии при углах рассеяния $\theta < 30°$ и $\theta > 150°$, имеет полюса второго порядка в направлении рассеяния вперед и назад (кулон-магнитный pp-аналог эффекта Швингера), а вследствие тождественности протонов быстро осциллирует по углу рассеяния (кулон-магнитный pp-аналог эффекта Мотта). Все особенности энергетической и угловой зависимостей сечения $d\sigma^{c,ms}$ при $E < 10$ МэВ с относительной точностью $\sim 10^{-3}$ описываются впервые выведенной экстраполяционной формулой (16). Из нее следует менее точная параметризация $d\hat{\sigma}^{c,ms}$ сечения $d\sigma^{c,ms}$ кулон-ядерными длинами рассеяния $A^{c,s}_{\ell,j}$ с $j \leq 2$.

Настоящая работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 04-02-16828).

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.В. Пупышев* // ЖЭТФ **124**, 1222 (2003).
2. *V.G.J. Stoks, J.J. de Swart* // Phys. Rev. C **42**, 1235 (1990).
3. *Jr. R.V. Reid* // Ann. Phys. **50**, 411 (1968).
4. *N.F. Mott* // Proc. Roy. Soc. London A. **124**, 425 (1929).
5. *J. Schwinger* // Phys. Rev. **73**, 407 (1948).
6. *Дж. Тейлор. Теория рассеяния*. М.: Мир, 1975.
7. *Н.А. Власов. Нейтроны*. М.: Наука, 1971.
8. *H.P. Stapp, T.J. Ypsilantis, M. Metropolis* // Phys. Rev. **105**, 302 (1957).
9. *R.O. Berger, L. Spruch* // Phys. Rev. **138**, B1106 (1965).
10. *А.А. Квицинский* // ТМФ **65**, 226 (1985).

Получено 21 июля 2005 г.

Редактор *Е. В. Калинникова*

Подписано в печать 3.08.2005.
Формат $60 \times 90/16$. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,5. Уч.-изд. л. 0,6. Тираж 350 экз. Заказ № 54984.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/