

P4-2006-133

А. П. Бакулев¹, А. В. Пимиков²

**САМОСОГЛАСОВАННАЯ ГАУССОВА МОДЕЛЬ
НЕПЕРТУРБАТИВНОГО КХД-ВАКУУМА**

Направлено в журнал «Письма в ЭЧАЯ»

¹ E-mail: bakulev@theor.jinr.ru

² E-mail: pimikov@theor.jinr.ru

Показано, что гауссова модель нелокальности вакуумных кварковых и кварк-глюонных конденсатов в КХД нарушает поперечность коррелятора двух векторных токов. Предложена улучшенная гауссова модель непертурбативного вакуума КХД, согласованная с уравнениями движения КХД, в которой указанное нарушение калибровочной инвариантности минимизировано. Получены уточненные конформные моменты $\langle \xi^{2N} \rangle_\pi$ ($N = 1, \dots, 5$) пионной амплитуды распределения в новой модели вакуума КХД, в том числе обратные моменты $\langle x^{-1} \rangle_\pi$, недоступные для стандартных правил сумм КХД. Построены допустимые области значений регенбауровских коэффициентов a_2 и a_4 пионной амплитуды распределения для двух значений параметра нелокальности вакуума КХД, $\lambda_q^2 = 0,4$ и $0,5$ ГэВ².

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

We show that the minimal Gaussian model of nonlocal vacuum quark and quark-gluon condensates in QCD generates the non-transversity of vector current correlators. We suggest the improved Gaussian model of the nonperturbative QCD vacuum, which respects QCD equations of motion and minimizes the revealed gauge-invariance breakdown. We obtain the refined values of pion distribution amplitude (DA) conformal moments $\langle \xi^{2N} \rangle_\pi$ ($N = 1, \dots, 5$) using the improved QCD vacuum model, including the inverse moment $\langle x^{-1} \rangle_\pi$, being inaccessible if one uses the standard QCD sum rules. We construct the allowed region for Gegenbauer coefficients a_2 and a_4 of the pion DA for two values of the QCD vacuum nonlocality parameter, $\lambda_q^2 = 0.4$ and 0.5 GeV².

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–5] для анализа мезонных амплитуд распределения (АР) и формфакторов было предложено обобщение метода ПС КХД, основанное на учете нелокальности вакуумных конденсатов (НВК) [6–8] глюонных и кварковых полей в непертурбативном КХД-вакууме. Именно на основе этого обобщения возможно вычисление реалистичных функций распределения адронов, для которых эффекты нелокальности вакуума непертурбативной КХД являются ключевыми [9–13]. При этом выбор модели, параметризующей НВК, может играть важную роль.

В этом подходе вводятся бислокальные (кварк-антикварковые) НВК следующего вида (далее $x^2 = x_E^2 = -x_0^2 - \vec{x}^2 < 0$ — мы будем работать в евклидовой области, причем индекс «E» для краткости опускаем, и $A_0 = 2\alpha_s \pi \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 / 81$):

$$M_S(x) \equiv \langle \bar{\psi}(0)\mathcal{E}(0,x)\psi(x) \rangle = \langle \bar{\psi}\psi \rangle \int_0^\infty f_S(\alpha) e^{\alpha x^2/4} d\alpha;$$

$$M_\mu(x) \equiv \langle \bar{\psi}(0)\gamma_\mu\mathcal{E}(0,x)\psi(x) \rangle = -ix_\mu A_0 \int_0^\infty f_V(\alpha) e^{\alpha x^2/4} d\alpha;$$

$$\mathcal{E}(0,x) = \mathcal{P} \exp \left[ig \int_0^x A_\mu(\tau) d\tau^\mu \right],$$

которые параметризуются в общем случае функциями распределения по виртуальности $f_S(\alpha)$ и $f_V(\alpha)$. Явный вид этих функций должен браться, вообще говоря, из конкретной модели непертурбативного вакуума КХД, полученной либо точным решением КХД, либо в каком-нибудь приближении (например, при моделировании КХД на решетке). В пионерских работах [1–4] в отсутствие такой модели было предложено пользоваться первым нетривиальным приближением, учитывающим конечную ширину пространственного распределения кварков в вакууме:

$$f_S(\alpha) = \delta \left(\alpha - \frac{\lambda_q^2}{2} \right); \quad f_V(\alpha) = \delta' \left(\alpha - \frac{\lambda_V^2}{2} \right). \quad (1.1)$$

В этой модели, так называемом «дельта-анзаце», в качестве параметра используется средняя виртуальность кварков в вакууме:

$$\lambda_q^2 \equiv \frac{\langle \bar{\psi} D^2 \psi \rangle}{\langle \bar{\psi} \psi \rangle},$$

так что выполняются следующие условия нормировки:

$$\int_0^\infty f_S(\alpha) d\alpha = 1; \quad \int_0^\infty \alpha f_S(\alpha) d\alpha = \frac{\lambda_q^2}{2}. \quad (1.2)$$

Старшие моменты распределения $f_S(\alpha)$ связаны с вакуумными средними кварковых полей более высоких размерностей. Дельта-анзац (1.1) отвечает гауссова, $\sim \exp(\lambda_q^2 x^2/8)$, форма НВК в координатном представлении

$$M_S(x) = \langle \bar{\psi} \psi \rangle e^{\lambda_q^2 x^2/8}; \quad M_\mu(x) = \frac{i}{4} x_\mu x^2 A_0 e^{\lambda_q^2 x^2/8}, \quad (1.3)$$

поэтому в дальнейшем мы будем называть его гауссовой моделью НВК. Ширина такого распределения приблизительно равна $2,5/\lambda_q$ и хорошо согласуется с решеточными данными (на рис. 1 этому значению соответствует абсцисса

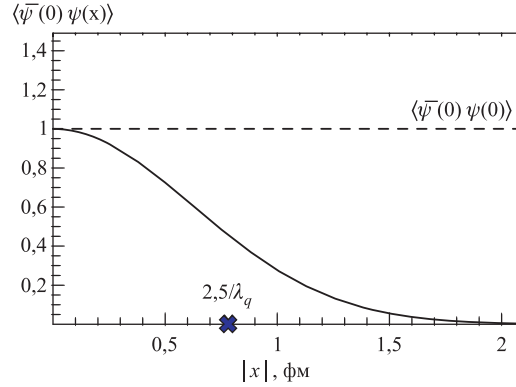


Рис. 1. Нелокальность кваркового конденсата по решеточным данным пизанской группы [14, 15] (сплошная линия). Пунктирная линия отвечает локальному пределу, когда кварковый конденсат постоянен и не зависит от расстояния x между кварками

символа \ast). Эта модель учитывает одно, но очень важное, свойство непертурбативного вакуума — кварки могут течь через вакуум с ненулевым импульсом k , причем средняя виртуальность кварков $\langle k^2 \rangle = \lambda_q^2/2$, см. (1.2). Поведение такого типа при промежуточных значениях $x \lesssim 1$ фм было подтверждено позднее в инстантонной модели вакуума КХД [16].

Следует сказать, что гауссова асимптотика при очень больших $|x|$ не отвечает ожидаемому экспоненциальному, $\sim \exp(-\Lambda|x|)$, спаданию НВК, следующему из модели ограниченных инстантонов [17], а также из эффективной теории тяжелых кварков [18]. Однако для моментных ПС КХД, в которых изучаются усредненные по функциям распределения НВК величины, — моменты AP [1, 4], формфакторы [3, 19] — эта неверная асимптотика НВК, как и более детальная информация о функциях распределения НВК, не играют большой роли (более подробное обсуждение этого вопроса см. в [15]).

В первых работах по ПС с НВК предполагалось, что параметры нелокальности разных конденсатов (скалярного, λ_q , векторного, λ_V , и кварк-глюон-антикваркового, $\lambda_{\bar{q}Aq}$) могут различаться [2, 4]. В дальнейшем для упрощения модели и уменьшения числа параметров был введен единый параметр нелокальности — как для скалярного и векторного НВК (см. (1.1)), так и для кварк-глюон-кварковых (трилокальных) НВК [10–12]: $\lambda_V = \lambda_{\bar{q}Aq} = \lambda_q$. Как будет показано в нашей работе, такое упрощение приводит к нарушению условия поперечности коррелятора векторных токов $\Pi_{\mu\nu}(q)$. Поэтому построение гауссовой модели НВК, согласованной с уравнениями движения безмассовой КХД, которая минимизирует указанное нарушение поперечности, представляется физически осмысленным. Полное устранение непоперечности оказалось невозможным, что мы связываем с ограниченностью гауссова приближения. Следует отметить, что в моделях с нелокальным взаимодействием коррелятор векторных токов может быть явно поперечным [20, 21]. Поэтому в дальнейшем мы планируем выйти за рамки гауссовых моделей КХД-вакуума и попытаться построить модель нелокального вакуума, согласованную с $U(1)$ -калибровочной инвариантностью.

Во втором разделе обсуждаются нелокальные вакуумные конденсаты КХД: билкальные ($\langle\langle\bar{\psi}(0)\psi(x)\rangle\rangle$ и $\langle\langle\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\psi(x)\rangle\rangle$), трилокальные ($\langle\langle\bar{\psi}(0)(\gamma_5)\gamma_\mu\hat{A}_\nu(y)\psi(x)\rangle\rangle$) и четырехкварковые ($\langle\langle\bar{\psi}(0)\psi(y)\bar{\psi}(z)\psi(x)\rangle\rangle$). Здесь же получены уравнения, следующие из уравнений движения КХД и связывающие билкальный векторный конденсат с суммой трилокальных. В следующем разделе определено операторное разложение для VV -коррелятора $\Pi_{\mu\nu}$ с учетом вкладов нелокальных конденсатов. Четвертый раздел посвящен анализу возможных дельта-анзацев, которые минимизируют непоперечную часть Π_L . На основе полученного базового анзаца в следующем разделе приведены результаты анализа ПС КХД для AP пиона. В заключении суммированы основные выводы работы.

2. ОСНОВНЫЕ ВАКУУМНЫЕ КОНДЕНСАТЫ

В дальнейшем мы будем использовать калибровку Фока–Швингера:

$$x^\mu A_\mu(x) = 0,$$

в которой калибровочное поле непосредственно связано с напряженностью [22]

$$A_\mu(x) = x^\nu \int_0^1 G_{\nu\mu}(\tau x) \tau d\tau.$$

Поэтому все струнные факторы Фока–Швингера $\mathcal{E}(0, x) \equiv \mathcal{P} \exp[ig \int_0^x A_\mu(z) dz^\mu]$ при выборе пути интегрирования в виде прямой линии, соединяющей точки 0 и x , обращаются в единицы, и мы их будем опускать.

А. Билокальные кварковые конденсаты. Вакуумное среднее билокального по кварковым полям оператора в общем виде можно представить

$$\langle \bar{\psi}_A^a(0) \psi_B^b(x) \rangle = \frac{\delta^{ab}}{N_c} \int_0^\infty \left\{ \frac{\delta_{AB}}{4} \langle \bar{\psi}\psi \rangle f_S(\alpha) - \frac{\hat{x}_{BA}}{4} iA_0 f_V(\alpha) \right\} e^{\alpha x^2/4} d\alpha, \quad (2.1)$$

где $A_0 = 2\alpha_s \pi \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2 / 81$, а $f_S(\alpha)$ и $f_V(\alpha)$ — функции, параметризующие скалярный и векторный конденсаты соответственно. Переход к локальному пределу определяется следующим образом:

$$f_S^{\text{loc}}(\alpha) = \delta(\alpha); \quad f_V^{\text{loc}}(\alpha) = \delta'(\alpha).$$

В. Трилокальные кварк-глюонные конденсаты Трилокальные вакуумные средние в калибровке Фока–Швингера удобно выразить через три скалярные функции (см. [2–4, 11])

$$\begin{aligned} M_{\mu\nu}(x, y) &\equiv \langle \bar{\psi}(0) \gamma_\mu (-g \hat{A}_\nu(y)) \psi(x) \rangle = \\ &= (y_\mu x_\nu - g_{\mu\nu}(xy)) \bar{M}_1(x^2, y^2, (x-y)^2) \\ &+ (y_\mu y_\nu - g_{\mu\nu}y^2) \bar{M}_2(x^2, y^2, (x-y)^2), \quad (2.2) \\ M_{5\mu\nu}(x, y) &\equiv \langle \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu (-g \hat{A}_\nu(y)) \psi(x) \rangle = i\varepsilon_{\mu\nu\gamma\delta} \bar{M}_3(x^2, y^2, (x-y)^2), \end{aligned}$$

где

$$\bar{M}_i(x^2, y^2, (x-y)^2) = A_i \int_0^\infty \int_0^\infty d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) e^{(\alpha_1 x^2 + \alpha_2 y^2 + \alpha_3 (x-y)^2)/4}.$$

Исходя из предположения, что кварк и антикварк в вакуумном конденсате в определенном смысле взаимозаменяемы, поскольку взаимодействуют с глюоном одинаково, мы можем положить

$$f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = f_i(\alpha_1, \alpha_3, \alpha_2). \quad (2.3)$$

Коэффициенты $A_i = \left\{ -\frac{3}{2}, 2, \frac{3}{2} \right\} A_0$, а локальный предел для параметрических функций $f_i^{\text{loc}}(\sigma, \rho, \tau) = \delta(\sigma) \delta(\rho) \delta(\tau)$.

С. Уравнения движения КХД и их следствия для конденсатов. Уравнения движения для раздвинутого кваркового тока $j_\mu(x) = \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(x)$ в безмассовой КХД записываются так:

$$\nabla^\mu j_\mu(x) = 0,$$

где ∇_μ^{AB} — ковариантная производная. Если произвести усреднение этого операторного уравнения по физическому вакууму КХД, то мы получим такое уравнение для конденсатов:

$$\partial^\mu \langle 0 | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(x) | 0 \rangle = i \langle 0 | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g \hat{A}^\mu(x) \psi(x) | 0 \rangle; \quad (2.4a)$$

$$\partial^\mu M_\mu(x) = -i M_\mu{}^\mu(x, x). \quad (2.4b)$$

Сначала разберемся с левой частью этого соотношения. Подставим в него выражение (2.1) и дельта-анзац (1.1):

$$\partial^\mu M_\mu(x) = + \frac{i A_0 x^2}{2} \left[3 + \frac{\Lambda x^2}{4} \right] e^{\Lambda x^2/4}.$$

Правая же часть (2.4) сразу получается при использовании (2.2):

$$-i M_\mu{}^\mu(x, x) = + \frac{i A_0 x^2}{2} \int_0^\infty \langle \langle 12f_2 - 9f_1 \rangle \rangle(\alpha) e^{\alpha x^2/4} d\alpha,$$

где

$$\langle \langle f_i \rangle \rangle(\alpha) \equiv \int_0^1 \alpha dx \int_0^\infty d\alpha_3 f_i(x\alpha, (1-x)\alpha, \alpha_3).$$

Из (2.4) следует

$$\int_0^\infty \langle \langle 12f_2 - 9f_1 \rangle \rangle(\alpha) e^{\alpha x^2/4} d\alpha = \left[3 + \frac{\Lambda x^2}{4} \right] e^{\Lambda x^2/4}. \quad (2.5)$$

Отсюда сразу видно, что при использовании минимального дельта-анзаца для функций f_1 и f_2

$$f_i^{\text{min}}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \delta(\alpha_1 - x_i \Lambda) \delta(\alpha_2 - y_i \Lambda) \delta(\alpha_3 - z_i \Lambda) \quad (2.6)$$

для того, чтобы в (2.5) с обеих сторон была одна и та же экспоненциальная функция, мы должны положить

$$x_i + y_i = 1. \quad (2.7)$$

Но для равенства в (2.5) этого явно недостаточно: минимальный анзац генерирует только первое слагаемое в квадратных скобках правой части (2.5), а именно, $3 \cdot \exp(\Lambda x^2/4)$. Чтобы исправить этот недостаток, мы предлагаем вместо (2.6) использовать улучшенный дельта-анзац:

$$f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = (1 + X_i \partial_{x_i} + Y_i \partial_{y_i} + Z_i \partial_{z_i}) \times \\ \times \delta(\alpha_1 - x_i \Lambda) \delta(\alpha_2 - y_i \Lambda) \delta(\alpha_3 - z_i \Lambda). \quad (2.8)$$

Из (2.5) тогда получаем условие для коэффициентов X_i и Y_i :

$$12(X_2 + Y_2) - 9(X_1 + Y_1) = 1. \quad (2.9)$$

D. Четырехкварковые конденсаты. Вакуумные конденсаты четырехкварковых операторов с помощью ГВД преобразуются в произведения двух скалярных билочалов (для краткости записи мы включили в операторы A и B также и цветовые матрицы t^a и t^b):

$$\langle \bar{\psi}(0) A \psi(y) \bar{\psi}(z) B \psi(x) \rangle \cong \left(\frac{-\text{Tr} AB}{16 N_c^2} \right) M_S(x^2) M_S((z-y)^2). \quad (2.10)$$

Ясно, что из-за ослабления корреляций ГВД хорошо работает, если расстояния y^2 и $(z-x)^2$ велики по сравнению с характерным масштабом нелокальности КХД-вакуума $1/\lambda_q \sim 0,3$ фм. А вот в случае, когда $(z-x)^2 \ll 1/\lambda_q^2$ или $y^2 \ll 1/\lambda_q^2$, мы можем иметь нарушение ГВД в виде (2.10) за счет проявления истинно четырехкварковых корреляций. Учесть это проявление можно введением формфактора, учитывающего разнос кварковых пар $(0, x)$ и (z, y) , например, так:

$$\langle \bar{\psi}(0) A \psi(y) \bar{\psi}(z) B \psi(x) \rangle \cong \left(\frac{-\text{Tr} AB}{16 N_c^2} \right) M_S(x^2) \times \\ \times M_S((z-y)^2) [1 + \Phi_4(y^2 + (x-z)^2)],$$

где $\Phi_4(x^2)$ быстро убывает при $x^2 \gg 1/\lambda_q^2$. Такая модификация может быть проведена, но она оказывается не очень важной. Ее влияние мы обсудим в отдельной публикации, а в этой работе мы полагаем формфактор $\Phi_4(x^2) = 0$.

3. ОПЕРАТОРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОРРЕЛЯТОРА ДВУХ ВЕКТОРНЫХ ТОКОВ

Рассмотрим коррелятор

$$\Pi_{\mu\nu}^N = i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T [J_\mu^N(0) J_\nu^+(x)] | 0 \rangle \quad (3.1)$$

двух векторных токов

$$J_\nu^+(x) = \bar{u}(x) \gamma_\nu d(x), \quad J_\mu(0) = \bar{d}(0) \gamma_\mu u(0),$$

отвечающих заряженному ρ -мезону, с обобщенным первым током

$$J_\mu^N(0) = \bar{d}(0) \gamma_\mu (-in \nabla_0)^N u(0) \equiv \bar{d}(0) \gamma_\mu (-in \nabla_y)^N u(y) \Big|_{y=0},$$

где n — произвольный светоподобный вектор, $n^2 = 0$, удовлетворяющий $nq \neq 0$.

Для сокращения записи аргумент q у $\Pi_{\mu\nu}^N(q)$ будем в дальнейшем опускать и писать просто $\Pi_{\mu\nu}^N$. Отметим, что коррелятор $\Pi_{\mu\nu}^N$ зависит от двух векторов q и n , что позволяет его записать в виде разложений по следующим лоренцевым структурам:

$$\Pi_{\mu\nu}^N = A_N q_\mu q_\nu + B_N g_{\mu\nu} q^2 + C_N \frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^4 + D_N \frac{q_\mu n_\nu}{nq} q^2 + E_N \frac{n_\mu q_\nu}{nq} q^2 \quad (3.2)$$

и

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^N &= \Pi_{T_1}^N [q_\mu q_\nu - g_{\mu\nu} q^2] + \Pi_{T_2}^N \left[g_{\mu\nu} q^2 + \left(\frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^2 - \frac{q_\mu n_\nu + n_\mu q_\nu}{nq} \right) q^2 \right] \\ &+ \Pi_{T_3}^N \left[q_\mu q_\nu - \frac{q_\mu n_\nu}{nq} q^2 \right] + \Pi_L^N \left[\frac{q_\mu n_\nu + n_\mu q_\nu}{nq} q^2 \right] + \Pi_{LL}^N \frac{n_\mu n_\nu}{nq^2} q^4. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Лоренц-инвариантные функции A_N, \dots, E_N и $\Pi_{T_1}^N, \Pi_L^N, \Pi_{LL}^N$ связаны простыми алгебраическими соотношениями

$$\Pi_{T_1}^N = A_N + D_N - E_N; \quad \Pi_{T_2}^N = A_N + B_N + D_N - E_N; \quad \Pi_{T_3}^N = E_N - D_N; \quad (3.4a)$$

$$\Pi_L^N = A_N + B_N + D_N; \quad \Pi_{LL}^N = C_N + E_N - A_N - B_N - D_N. \quad (3.4b)$$

Если учесть сохранение векторного тока $J_\nu(x)$, то $q^\nu \Pi_{\mu\nu}^N = 0$ и мы получим

$$q^\nu \Pi_{\mu\nu}^N = q^\mu q^2 \Pi_L^N + \frac{n^\mu q^4}{nq} (\Pi_L^N + \Pi_{LL}^N) = 0 \quad (3.5)$$

или, переписывая через A_N, \dots, E_N ,

$$q^\nu \Pi_{\mu\nu}^N = q^\mu q^2 (A_N + B_N + D_N) + \frac{n^\mu q^4}{nq} (C_N + E_N) = 0. \quad (3.6)$$

Мы будем анализировать функцию Π_L^N , выделяемую проектором $n^\mu q^\nu / (nq)$. поскольку именно она может давать искажение коэффициента A_N , ответственного за амплитуды распределения ведущего твиста.

В $O(\alpha_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2)$ -порядке вклады в $\Pi_{\mu\nu}^N$ генерируются билокальным векторным, кварк-глюон-кварковым (см рис. 2) и четырехкварковым конденсатами (см. рис. 3):

$$\Pi_{\mu\nu}^N = \Delta_{2V} \Pi_{\mu\nu}^N + \Delta_{\bar{q}Aq} \Pi_{\mu\nu}^N + \Delta_{4Q_1} \Pi_{\mu\nu}^N + \Delta_{4Q_2} \Pi_{\mu\nu}^N + (З.С.). \quad (3.7)$$

(З.С. обозначает здесь вклад зеркально-сопряженных диаграмм: для рис. 2 это будут диаграммы, в которых НЛК вставлены не в верхнюю линию, а в

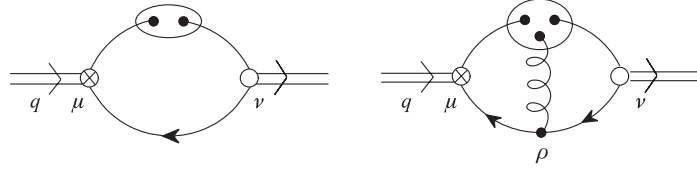


Рис. 2. Вклад билокального векторного ($\Delta_{2V} \Pi_{\mu\nu}^N$, слева) и кварк-глюонно-кваркового ($\Delta_{\bar{q}Aq} \Pi_{\mu\nu}^N$, справа) конденсатов в коррелятор $\Pi_{\mu\nu}^N$

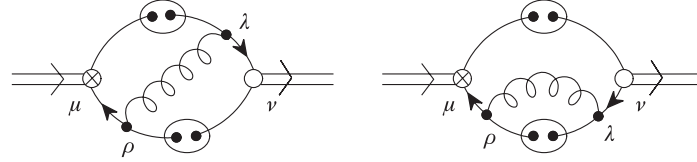


Рис. 3. Вклады четырехкваркового конденсата (слева $\Delta_{4Q_1} \Pi_{\mu\nu}^N$, справа $\Delta_{4Q_2} \Pi_{\mu\nu}^N$) в коррелятор $\Pi_{\mu\nu}^N$

нижнюю). Нас интересуют величины, отвечающие непоперечной структуре Π_L^N в представлении (3.4b),

$$\Delta_k \Pi_L^N(M^2) \equiv \frac{M^4}{2A_0} \hat{B}_{-q^2 \rightarrow M^2} \frac{\Delta_k \Pi_{\mu\nu}^N n^\mu q^\nu}{nq} = \int_0^1 x^N \varphi_{k,L}(x, M^2) dx,$$

где $k = 2V, \bar{q}Aq, 4Q_1$ и $4Q_2$. Здесь, так же как и при анализе правил сумм КХД, мы работаем с борелизованными величинами, которые получаются по-

сле применения преобразования Бореля $\widehat{B}_{-q^2 \rightarrow M^2}$. Используя параметризацию вакуумных конденсатов (2.1), (2.2), получим для этих вкладов:

$$\varphi_{2V,L}(x, M^2) = -M^4 x (f_V(M^2 \bar{x}) - M^2 \bar{x} f'_V(M^2 \bar{x})); \quad (3.8a)$$

$$\Delta_{\bar{q}Aq} \Pi_L^N(M^2) = \sum_{i=1}^3 \frac{2A_i}{A_0} \iiint_{000}^{\infty} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \times \quad (3.8b)$$

$$\times \frac{G_i(\bar{\Delta}_1 - \Delta_2)^N + H_i \bar{\Delta}_1^{N+2}}{(N+2) \bar{\Delta}_1^3 \Delta_2^3};$$

$$\Delta_{4Q_1} \Pi_L^N(M^2) = 18 \frac{(\log(\bar{\Delta}) F_1 + F_2) \bar{\Delta}^{N+2} + F_3}{(N+2)^2 (N+3) \Delta \bar{\Delta}^2}; \quad (3.8c)$$

$$\varphi_{4Q_2,L}(x, M^2) = 36 M^2 \frac{f_S(M^2 \bar{x})}{x}, \quad (3.8d)$$

где $\Delta = \Lambda_S/M^2$, $\bar{\Delta} = 1 - \Delta$, $\Delta_i = \alpha_i/M^2$, $\bar{\Delta}_1 = 1 - \Delta_1$. Явный вид функций F_i , G_i и H_i приведен в приложении А. Вклад $\Delta_{4Q_1} \Pi_L^N(M^2)$ записан для анзаца (1.1).

Кроме вкладов, нарушающих поперечность коррелятора $\Pi_{\mu\nu}$, нас также интересуют вклады в структуру $q_\mu q_\nu$, определяющую функцию A_N , см. (3.4a), которая просто равна сумме двух поперечных функций $\Pi_{T_1}^N + \Pi_{T_2}^N$. По этой причине мы в дальнейшем будем говорить об этой структуре как о поперечном вкладе

$$\Delta \Pi_T^N \equiv \Delta_{2V} \Pi_T^N + \Delta_{\bar{q}Aq} \Pi_T^N + \Delta_{4Q_1} \Pi_T^N + \Delta_{4Q_2} \Pi_T^N + (3.C.). \quad (3.9)$$

Он определяется вкладами отдельных диаграмм:

$$\Delta_k \Pi_T^N(M^2) \equiv \frac{M^6}{2A_0} \widehat{B}_{-q^2 \rightarrow M^2} \frac{\Delta_k \Pi_{\mu\nu}^N n^\mu n^\nu}{nq^2} = \int_0^1 x^N \varphi_{k,T}(x, M^2) dx \quad (3.10)$$

с $k = 2V, \bar{q}Aq, 4Q_1$ и $4Q_2$, которые имеют вид

$$\varphi_{2V,T}(x, M^2) = 2 M^4 x f_V(M^2 \bar{x}); \quad (3.11)$$

$$\varphi_{\bar{q}Aq,T}(x, M^2) = \frac{4A_i}{A_0} \iiint_{000}^{\infty} d\alpha_1 d\alpha_2 d\alpha_3 f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \tilde{\varphi}_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2); \quad (3.12)$$

$$\varphi_{4Q_1,T}(x, M^2) = 36 \iint_{00}^{\infty} d\alpha_1 d\alpha_2 f_S(\alpha_1) f_S(\alpha_2) \tilde{\varphi}(\alpha_1, \alpha_2, M^2); \quad (3.13)$$

$$\varphi_{4Q_2, T}(x, M^2) = 0, \quad (3.14)$$

где функции $\tilde{\varphi}_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2)$ и $\tilde{\varphi}(\alpha_1, \alpha_2, M^2)$ в явном виде выписаны в приложении А.

4. АНАЛИЗ ГАУССОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Сохранение векторного тока требует поперечности по индексу ν суммы вкладов векторного двухкваркового, кварк-глюон-кваркового и четырехкваркового конденсатов:

$$\Delta \Pi_L^N \equiv \Delta_{2\nu} \Pi_L^N + \Delta_{\bar{q}Aq} \Pi_L^N + \Delta_{4Q_1} \Pi_L^N + \Delta_{4Q_2} \Pi_L^N + (3.C.) = 0. \quad (4.1)$$

Заметим, что поскольку мы изучаем гауссову модель вакуума КХД, основанную на дельта-анзацах (1.1), (2.8), ожидать полного сокращения вкладов конденсатов в непоперечность не приходится: мы заложили гауссов характер пространственных зависимостей нелокальных конденсатов (1.3) и (2.8) извне (нам так удобнее считать), а не получили как следствие КХД-уравнений движения. Поэтому наша задача состоит в выборе таких параметров анзацев, при которых $|\Delta \Pi_L^N|$ минимален. Более точно, нас интересует минимальность не абсолютных значений всех моментов $\Delta \Pi_L^N$ с $N = 0, 1, 2, \dots$, а их линейных комбинаций, отвечающих конформным моментам $\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L$, которые и анализируются в правилах сумм КХД для АР мезонов. Связь величин $\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L$ с моментами $\Delta \Pi_L^N$ рассмотрена в приложении В.

Для определения таких значений наших параметров $\{X_i\}$ мы вводим следующую оптимизационную функцию ($\Delta \equiv \lambda_q^2 / (2M^2)$)

$$\begin{aligned} \Phi_K(\{X_i\}) &= \sum_{N=0}^K w_N \langle \langle |\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta; \{X_i\})|^2 \rangle \rangle; \\ \langle \langle F(\Delta) \rangle \rangle &\equiv \frac{1}{17} \sum_{j=1}^{17} F(\Delta = 0,024 \cdot j), \end{aligned}$$

суммирующую вклады «норм» первых нетривиальных K моментов $\Delta \langle \xi^n \rangle_L(\Delta; \{X_i\})$ с $n = 0, 2, \dots, 2K$. Для определения соответствующей «нормы» функции $F(\Delta)$, $\langle \langle F(\Delta) \rangle \rangle$, мы численно «проинтегрировали» по $\Delta \in [0 - 0,45]$, т. е. по физически важной в правилах сумм области значений Δ . Веса w_N , означающие важность вклада определенного конформного момента $\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L$ в оптимизационную функцию $\Phi_K(\{X_i\})$, зададим, опираясь на значения

$$\Phi_{2N}^{\min} = \langle \langle |\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta; \{X_v = 1, X_i = Y_i = Z_1 = 0, x_i = y_i = z_i = 1\})|^2 \rangle \rangle,$$

отвечающие минимальному анзацу (2.6), из работ [11–13]. Именно, положим

$$w_N = \frac{\Phi_0^{\min}}{\Phi_{2N}^{\min}},$$

приводя нормировку всех моментов в соответствие друг с другом: в случае минимального анзаца вклады всех моментов в оптимизационную функцию одинаковы и равны 1, так что $\Phi_K(\{X_v = 1, X_i = Y_i = Z_1 = 0, x_i = y_i = z_i = 1\}) = K + 1$. Это дает следующие численные значения для $K = 5$:

$$w_0 = 1; \quad w_2 = 13; \quad w_4 = 29; \quad w_6 = 45; \quad w_8 = 55; \quad w_{10} = 59.$$

Обсудим набор имеющихся в нашем распоряжении параметров $\{X_i\}$. Для скалярного и векторного конденсатов мы применяем дельта-анзацы (1.1) с одним свободным параметром X_v :

$$\lambda_V^2 = X_v \lambda_q^2. \quad (4.2)$$

Для кварк-глюон-кваркового конденсата мы применяем анзац (2.8) с $\Lambda = X_v \lambda_q^2/2$ и используем условие (2.3):

$$Z_i = Y_i; \quad x_i = x; \quad y_i = z_i = 1 - x; \quad (i = 1, 2, 3).$$

Эти параметры не свободны, поскольку имеется условие (2.9), из анализа уравнения движения (2.4). После учета указанных связей у нас остаются свободными следующие семь параметров: $x, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_3$ и X_v . Минимизация функции $\Phi_5(x, X_1, X_2, X_3, Y_1, Y_3, X_v)$ дает нам следующий набор параметров:

$$\begin{aligned} X_1 &= +0,082; \quad Y_1 = Z_1 = -2,243; \quad x_1 = x_2 = x_3 = x = 0,788; \quad X_v = 1,00; \\ X_2 &= -1,298; \quad Y_2 = Z_2 = -0,239; \quad y_1 = y_2 = y_3 = 1 - x = 0,212; \\ X_3 &= +1,775; \quad Y_3 = Z_3 = -3,166; \quad z_1 = z_2 = z_3 = 1 - x = 0,212, \end{aligned} \quad (4.3)$$

который мы будем рассматривать как базовый.

Для обсуждения качества улучшенного анзаца мы приводим на рис. 4 графики функций $\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L(\Delta)$ с $N = 0, 2, 5$ для улучшенного анзаца (4.3) в сравнении с минимальным анзацем (2.6). Как видно из приведенных графиков, анзац (4.3) значительно уменьшает абсолютную величину непоперечных конформных моментов $\Delta \langle \xi^{2N} \rangle_L$, т. е. лучше учитывает поперечность векторного коррелятора.

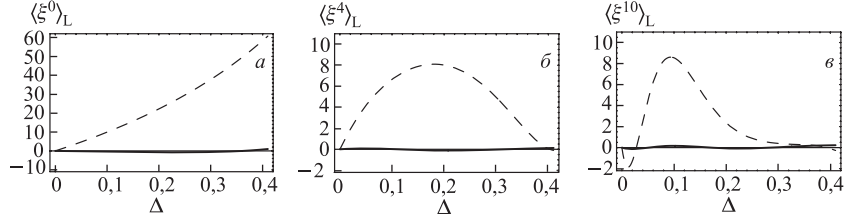


Рис. 4. Функции $\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L(\Delta)$ при $N = 0, 4, 10$ для улучшенных анзацев (сплошная линия) в сравнении с получаемой для минимального анзаца (пунктирная линия)

5. АМПЛИТУДА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПИОНА

Полученная модель позволяет более точно рассчитать моменты $\langle\xi^{2N}\rangle$ АР пиона $\varphi_\pi(x, \mu^2)$, введенной в [23] и определяемой согласно

$$\langle 0 | \bar{d}(z)\gamma^\mu\gamma_5 u(0) | \pi(P) \rangle \Big|_{z^2=0} = i f_\pi P^\mu \int_0^1 dx e^{ix(zP)} \varphi_\pi(x, \mu^2). \quad (5.1)$$

Напомним, что из-за отсутствия спина у пиона он дает вклад только в структуру $q_\mu q_\nu$ коррелятора аксиальных токов, см. (3.2), (3.3), операторное разложение которого в безмассовой КХД связано с коррелятором векторных токов простыми соотношениями [24]. Эта структура выделяется из полного коррелятора проекцией на $n^\mu n^\nu$ и дает согласно (3.9), (3.10) моменты $\Delta\Pi_T^N$. Так же как и в случае продольных структур, нас интересуют не сами моменты $\Delta\Pi_T^N$, а их линейные комбинации, отвечающие конформным моментам

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_T \equiv \int_0^1 (2x-1)^{2N} \varphi_T(x) dx = \sum_{k=0}^{2N} (-2)^{2N-k} \binom{2N}{k} \Delta\Pi_T^{2N-k}, \quad (5.2)$$

которые затем используются в правилах сумм КХД для АР пиона.

Результаты анализа $\langle\xi^{2N}\rangle_\pi$ в правилах сумм КХД [12] представлены в таблице. Как видно из таблицы, значения амплитуды распределения пиона и

Моменты $\langle\xi^N\rangle_\pi(\mu_0^2)$, определенные при $\mu_0^2 = 1, 35 \text{ ГэВ}^2$

Модель	$f_\pi, \text{ГэВ}$	$N = 2$	$N = 4$	$N = 6$	$N = 8$	$N = 10$
Минимальная [12]	0,137(8)	0,266(20)	0,115(11)	0,060(7)	0,036(5)	0,025(4)
Улучшенная	0,140(13)	0,290(29)	0,128(13)	0,067(7)	0,040(5)	0,025(4)

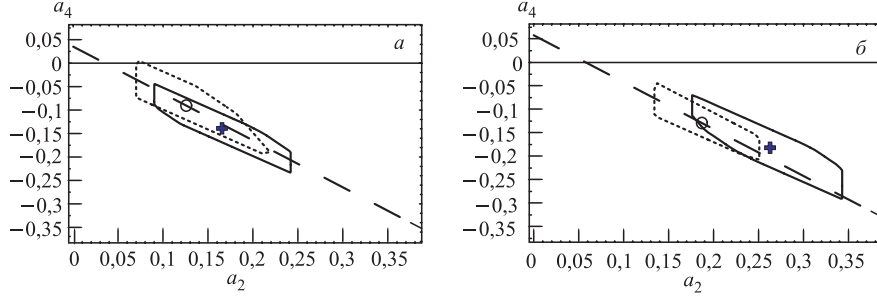


Рис. 5. Область допустимых значений параметров (a_2, a_4) для улучшенной модели (сплошная линия) в сравнении с областью для минимальной модели (пунктирная линия): *a*) — результаты, полученные для значения $\lambda_q^2 = 0,5 \text{ ГэВ}^2$, *б*) — для значения $\lambda_q^2 = 0,4 \text{ ГэВ}^2$. Все значения приведены для значения параметра перенормировки $\mu^2 = 1,35 \text{ ГэВ}^2$

ее моментов в новой модели систематически отличаются от соответствующих величин в минимальной модели. На рис.5 приведена область допустимых коэффициентов Гегенбауэра a_2 и a_4 , задающих АР пиона в виде разложения по полиномам Гегенбауэра $C_n^m(x)$, являющимся собственными функциями однопетлевого ядра эволюции:

$$\varphi_\pi(x; \mu^2 = 1,35 \text{ ГэВ}^2) = 6 x \bar{x} \left[1 + a_2 C_2^{3/2}(2x-1) + a_4 C_4^{3/2}(2x-1) \right]. \quad (5.3)$$

Для проверки самосогласованности процедуры восстановления АР по пяти определенным значениям конформных моментов мы использовали тот же прием, что и в предыдущем анализе [11, 12]: было построено специальное ПС для обратного момента $\langle x^{-1} \rangle_\pi$ и результат его обработки ($\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{ПС}}$) сравнивался с определяемым АР (5.3):

$$\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{АР}} = 3(1 + a_2 + a_4). \quad (5.4)$$

Для значения $\lambda_q^2 = 0,4 \text{ ГэВ}^2$ мы получили следующие значения:

$$\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{АР}} = 3,25 \pm 0,20; \quad \langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{ПС}} = 3,40 \pm 0,34,$$

а для значения $\lambda_q^2 = 0,5 \text{ ГэВ}^2$:

$$\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{АР}} = 3,08 \pm 0,15; \quad \langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{ПС}} = 3,27 \pm 0,35.$$

В обоих случаях полученные разными способами значения обратных моментов хорошо согласуются друг с другом, что свидетельствует о разумности используемой процедуры восстановления АР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрели гауссову модель нелокальности вакуумных кварковых и кварк-глюонных конденсатов в КХД и проанализировали лоренцеву структуру коррелятора $\Pi_{\mu\nu}(q)$ двух векторных кварковых токов. Оказалось, что в минимальной гауссовой модели вакуума КХД, использовавшейся в работах [4, 11–13], поперечность этого коррелятора нарушена и нелокальные конденсаты не согласованы с уравнениями движения КХД.

Для исправления этой ситуации мы предложили улучшенную гауссову модель непертурбативного вакуума КХД (2.8), минимально согласованную с уравнениями движения КХД, в которой указанное нарушение калибровочной инвариантности минимизировано специальным выбором параметров (4.3).

Используя эту модель нелокального вакуума КХД, мы проанализировали правила сумм КХД для пионной АР и показали, что правила сумм КХД приводят к двухпараметрическому «пучку» допустимых моделей для пионной АР с параметрами a_2 и a_4 , показанными на рис. 5 для двух значений параметра нелокальности КХД-вакуума, $\lambda_q^2 = 0,4$ и $0,5$ ГэВ². Эти модели хорошо согласуются с результатами обработки независимого правила сумм для обратного момента пионной АР, $\langle x^{-1} \rangle_{\pi}^{\text{ПС}}$.

Особо хотим подчеркнуть тот факт, что полученная ранее в минимальной гауссовой модели непертурбативного вакуума КХД модель BMS [12], показанная на рис. 5 символом \circ , находится внутри нового двухпараметрического «пучка» допустимых моделей. Это говорит, с одной стороны, о преемственности обоих подходов, а с другой — о том, что все характерные черты старого «пучка» BMS присущи и новому «пучку»: на рис. 6 видно, что в сравнении с

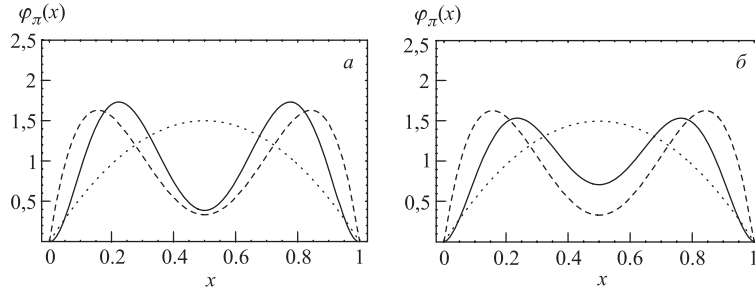


Рис. 6. Профили пионных АР, отвечающих центральным точкам «пучков» для значения параметра нелокальности $\lambda_q^2 = 0,4$ ГэВ²; а) сплошная линия — результат, полученный в улучшенной гауссовой модели нелокального вакуума КХД (символ на рис. 5, б); б) сплошная линия — результат минимальной модели (модель BMS, символ + на рис. 5, б). Для сравнения показаны также асимптотическая АР (пунктирная линия) и АР Черняка–Житницкого (CZ) [25] (штриховая линия)

моделью CZ [25] (штриховая линия, которой отвечают параметры $a_2 = 0,52$ и $a_4 = 0$ при $\mu^2 = 1,35$ ГэВ²) диктуемые (при $\lambda_q^2 = 0,4$ ГэВ²) нелокальными правилами сумм КХД-модели (сплошные линии) сильно подавлены в конечных точках $x = 0$ и $x = 1$, хотя также являются двугорбыми. Такое разное поведение приводит к совершенно разным значениям обратных моментов AP: $\langle x^{-1} \rangle_\pi^{\text{CZ}} = 4,56$, в то время как для нашего «пучка» $\langle x^{-1} \rangle_\pi = 3,24 \pm 0,20$, а для «пучка» BMS [12] $\langle x^{-1} \rangle_\pi = 3,16 \pm 0,08$.¹

Авторы благодарны А. Дорохову, С. Михайлову, Н. Стефанису и О. Теряеву за плодотворные обсуждения и критические замечания. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 06-02-16215) и программы «Гейзенберг–Ландау» (грант 2006 г.)

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение А. Вклады $O(\alpha_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2)$ -порядка. Вклады $O(\alpha_s \langle \bar{\psi}\psi \rangle^2)$ -порядка в $\Delta_{2V}\Pi_{\mu\nu}^N$ представляются четырьмя объектами: биллокальный векторный конденсат ($\Delta_{2V}\Pi_{\mu\nu}^N$), трилокальный кварк-глюон-кварковый конденсат ($\Delta_{\bar{q}Aq}\Pi_{\mu\nu}^N$), четырехкварковый конденсат ($\Delta_{4Q_1}\Pi_{\mu\nu}^N$ и $\Delta_{4Q_2}\Pi_{\mu\nu}^N$). Мы рассматриваем вклады, отвечающие диаграммам рис. 2 и 3, а вклад от зеркально-сопряженных диаграмм учтем с помощью симметричных соображений, см. разд. 4.

$$\Delta_{2V}\Pi_{\mu\nu}^N = \frac{i}{(nq)^N} \int dx e^{iqx} \langle \bar{u}(0)\gamma_\mu(-in\nabla_0)^N \overline{d(0)} \bar{d}(x)\gamma_\nu u(x) \rangle; \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\bar{q}Aq}\Pi_{\mu\nu}^N &= \frac{i(ig)}{(nq)^N} \int dx e^{iqx} \int dy \times \\ &\times \langle \bar{d}(0)\gamma_\mu(-in\nabla_0)^N \overline{u(0)} \bar{u}(y)\gamma_\rho \hat{A}_\rho(y) u(y) \overline{u(x)} \bar{u}(x)\gamma_\nu d(x) \rangle; \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \Delta_{4Q_1}\Pi_{\mu\nu}^N &= \frac{i(ig)^2}{(nq)^N} \int dx e^{iqx} \int dy \int dz \\ &\times \langle \bar{d}(0)\gamma_\mu(-in\vec{\nabla}_0)^N \overline{u(0)} \bar{u}(y)\gamma^\rho \hat{A}_\rho(y) u(y) \overline{u(x)} \bar{u}(x)\gamma_\nu d(x) \overline{d(z)} \gamma^\lambda \hat{A}_\lambda(z) d(z) \rangle; \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

¹Заметим, что меньшие ошибки в анализе [12] связаны с их оценкой только по стабильности результата относительно вариаций борелевского параметра M^2 в пределах «окна доверия» ПС КХД. В нашей работе мы учитывали внутренние ошибки метода ПС КХД и считали, что суммарная ошибка полученных результатов не может быть меньше 10 %.

$$\begin{aligned}
\Delta_{4Q_2} \Pi_{\mu\nu}^N &= \frac{i(iq)^2}{(nq)^N} \int dx e^{iqx} \int dy \int dz \\
&\times \langle \bar{d}(0) (-in \vec{\nabla}_0)^N \overline{\gamma_\mu u(0) \bar{u}(y) \gamma^\rho \hat{A}_\rho(y) u(y) \bar{u}(z) \gamma^\lambda \hat{A}_\lambda(z) u(z) \bar{u}(x) \gamma_\nu u(x)} \rangle.
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Интересующие нас величины $\Delta_k \Pi_L^N(M^2)$, $k = 2V, \bar{q}Aq, 4Q_1$ и $4Q_2$, входящие в (4.1), имеют вид (3.8a)–(3.8b), где

$$\begin{aligned}
H_1 &= N(N+1) \bar{\Delta}_1 \Delta_2^2 + H_2 \frac{\Delta_2}{\bar{\Delta}_1} - NH_3, \\
H_2 &= -\bar{\Delta}_1 ((N+3) \Delta_1 \Delta_2 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_3) + \Delta_3 (3\Delta_2 + 2\Delta_1 \bar{\Delta}_1)), \\
H_3 &= \Delta_2 ((N + (N+3) \Delta_1) \Delta_2 \bar{\Delta}_1 + \Delta_3 (3\Delta_2 + \Delta_1 \bar{\Delta}_1 - (N+3) \Delta_1 \Delta_2)), \\
G_1 &= -N(N+1) \Delta_2^2 \bar{\Delta}_1 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_2)^2 + G_2 \frac{\Delta_2}{\bar{\Delta}_1} - G_3 N, \\
G_2 &= \bar{\Delta}_1^2 \Delta_2 [3(N+1)(N+2) \Delta_2^2 - (N+1)(N+3) \Delta_1 \Delta_2^2 \\
&\quad + N(N+3) \Delta_1 \bar{\Delta}_1 \Delta_2 + (N+3) \Delta_1 \bar{\Delta}_1^2] \\
&\quad + \bar{\Delta}_1 \Delta_3 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_2) [(N+1) (\bar{\Delta}_1 + 2) \Delta_2^2 \\
&\quad + (N-1) \Delta_1 \bar{\Delta}_1 \Delta_2 + 3\bar{\Delta}_1 \Delta_2 + 2\Delta_1 \bar{\Delta}_1^2], \\
G_3 &= -\Delta_2 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_2) [\Delta_1 \Delta_3 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_2)^2 + 3\Delta_2 \Delta_3 (\bar{\Delta}_1 - \Delta_2) \\
&\quad + \Delta_2 \bar{\Delta}_1 (N \bar{\Delta}_1 + (N+3) (\Delta_1 \bar{\Delta}_1 + \Delta_2 (\bar{\Delta}_1 + 1)))] , \\
F_1 &= (n+1 + \bar{\Delta}) (n+2)(n+3), F_2 = \bar{\Delta} - (n+3)[(n+1)(n+4)\Delta + 1], \\
F_3 &= (n+3) \bar{\Delta} - 1,
\end{aligned}$$

а $\Delta = \Lambda_S/M^2$, $\bar{\Delta} = 1 - \Delta$, $\Delta_i = \alpha_i/M^2$, $\bar{\Delta}_1 = 1 - \Delta_1$.

Для поперечных компонент $\Delta_k \Pi_T^N(M^2)$, см. (3.10), соответствующие величины даются выражениями

$$\begin{aligned}
\tilde{\varphi}(\alpha_1, \alpha_2, M^2) &= \frac{x \theta(\Delta_1 - \bar{x})}{\Delta_1^2 \Delta_2 \bar{\Delta}_1^2} \times \\
&\quad \times \left(\bar{x} \Delta_2 \bar{\Delta}_1 + \log \left(\frac{x \Delta_1 \bar{\Delta}_2}{x \Delta_1 - (\Delta_1 - \bar{x}) \Delta_2} \right) \Delta_1 (\Delta_1 - \bar{x}) \bar{\Delta}_2 \right); \\
\tilde{\varphi}_1(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2) &= \left(\frac{\Delta_3}{\Delta_2} - \frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2} \right) \delta(\bar{x} - \Delta_1) - \left(1 - \frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2} \right) \delta(\bar{x} - \Delta_1 - \Delta_2) - \\
&\quad - \frac{x (x \Delta_3 + \Delta_2 (\Delta_1 + \Delta_3 - 1))}{\Delta_1^2 \Delta_2^2} \theta(\bar{x} - \Delta_1) \theta(\Delta_1 + \Delta_2 - \bar{x});
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_2(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2) = & - \left(1 - \frac{\bar{\Delta}_1}{\Delta_2}\right) \delta(\bar{x} - \Delta_1 - \Delta_2) \\ & + \frac{x(2(\Delta_1 - \bar{x})\Delta_3 + \Delta_2(\Delta_1 + \Delta_3 - 1))}{\bar{\Delta}_1\Delta_2^3} \theta(\bar{x} - \Delta_1) \theta(\Delta_1 + \Delta_2 - \bar{x});\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_3(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, M^2) = & - \frac{x((\Delta_1 - \bar{x})\Delta_3 + \Delta_2(\Delta_1 + \Delta_3 - 1))}{\bar{\Delta}_1^2\Delta_2^2} \times \\ & \times \theta(\bar{x} - \Delta_1) \theta(\Delta_1 + \Delta_2 - \bar{x}),\end{aligned}$$

где $\Delta_i = \alpha_i/M^2$, $\bar{\Delta}_i = 1 - \Delta_i$ и $\bar{x} = 1 - x$.

Отметим, что результат представлен для параметрических функций $f_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ и $f_S(\alpha)$ таких, что при интегрировании вклад дают области $\alpha_1 + \alpha_2 < M^2$, $\alpha_1 + \alpha_3 < M^2$ и $2\alpha < M^2$. Для анзаца (1.1), (2.8) эти условия соответствуют области, в которой работают ПС КХД.

Приложение В: Конформные моменты. Рассмотрим линейные комбинации моментов $\Delta\Pi_L^N$, отвечающие конформным моментам

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L \equiv \int_0^1 (2x-1)^{2N} \varphi(x) dx = \sum_{k=0}^{2N} (-2)^{2N-k} \binom{2N}{k} \int_0^1 x^{2N-k} \varphi(x) dx,$$

которые и анализируются в правилах сумм КХД для АР мезонов. В конформные моменты З.С.-диаграммы дают такой же вклад, что и посчитанные нами диаграммы: если x -плотность, отвечающая посчитанным моментным диаграммам, есть $\varphi_0(x)$, тогда $\varphi_0(1-x)$ отвечает З.С.-диаграммам и

$$\int_0^1 (2x-1)^{2N} \varphi_0(x) dx = \int_0^1 (2x-1)^{2N} \varphi_0(1-x) dx.$$

То есть полный вклад в конформный момент определенной диаграммы равен удвоенному вкладу одной из двух З.С.-диаграмм

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L = 2 \int_0^1 (2x-1)^{2N} \varphi_0(x) dx.$$

Обозначая

$$\Delta\tilde{\Pi}_0^k \equiv \int_0^1 x^k \varphi_0(x) dx,$$

мы получаем сразу же необходимые нам конформные моменты

$$\Delta\langle\xi^{2N}\rangle_L = 2 \sum_{k=0}^{2N} (-2)^k \binom{2N}{k} \Delta\tilde{\Pi}_0^k.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* Nonlocal condensates and QCD sum rules for pion wave function // JETP Lett. 1986. V. 43. P. 712–715.
2. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* Quark condensate nonlocality and pion wave function in QCD: General formalism // Sov. J. Nucl. Phys. 1989. V. 49. P. 494–529.
3. *Bakulev A. P., Radyushkin A. V.* Nonlocal condensates and QCD sum rules for the pion form-factor // Phys. Lett. B. 1991. V. 271. P. 223–230.
4. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* The pion wave function and QCD sum rules with nonlocal condensates // Phys. Rev. D. 1992. V. 45. P. 1754–1759.
5. *Mikhailov S. V.* Nonlocal gluonic condensate in QCD sum rules for the meson wave functions // Phys. Atom. Nucl. 1993. V. 56. P. 650–657.
6. *Baier V. K., Pinelis P.* Effect of vacuum fluctuations on cross-sections of hard processes in QCD. Preprint IYF-81-141. Novosibirsk, 1981. P. 4.
7. *Gromes D.* Space-time dependence of the gluon condensate correlation function and quarkonium spectra // Phys. Lett. B. 1982. V. 115. P. 482–486.
8. *Shuryak E. V.* The role of instantons in quantum chromodynamics // Nucl. Phys. B. 1982. V. 203. P. 116–139.
9. *Radyushkin A. V.* Pion wave function from QCD sum rules with nonlocal condensates: Proc. of Workshop «Continuous advances in QCD», Minneapolis, Feb 18–20, 1994/ Ed.: A. V. Smilga, World Scientific, River Edge, N.J. 1994. P. 238–248.
10. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* QCD sum rules for pion wave function revisited // Z. Phys. C. 1995. V. 68. P. 451–458.
11. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* The rho meson and related meson wave functions in QCD sum rules with nonlocal condensates // Phys. Lett. B. 1998. V. 436. P. 351–362.
12. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* QCD based pion distribution amplitudes confronting experimental data // Phys. Lett. B 2001. V. 508. P. 279–289; Erratum // Ibid. 2004. V. 590. P. 309–310.

13. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* On a QCD based pion distribution amplitude versus recent experimental data: Proc. of the 36th Rencontres De Moriond On QCD And Hadronic Interactions, Les Arcs, Mar 17–24, 2001 / Ed. J. T. T. Van, Singapore: World Scientific, 2002. P. 133–136.
14. *D’Elia M., Di Giacomo A., Meggiolaro E.* Gauge invariant quark–anti-quark nonlocal condensates in lattice QCD // *Phys. Rev. D.* 1999. V. 59. P. 054503(1–6).
15. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* Lattice measurements of nonlocal quark condensates, vacuum correlation length, and pion distribution amplitude in QCD // *Phys. Rev. D.* 2002. V. 65. P. 114511(1–10).
16. *Dorokhov A. E., Esaibegian S. V., Mikhailov S. V.* Virtualities of quarks and gluons in QCD vacuum and nonlocal condensates within single instanton approximation // *Phys. Rev. D.* 1997. V. 56. P. 4062–4068.
17. *Dorokhov A. E., Esaibegian S. V., Maximov A. E., Mikhailov S. V.* Nonlocal gluon condensate within a constrained instanton model // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 13. P. 331–345.
18. *Radyushkin A. V.* QCD sum rule calculation of the Isgur–Wise form-factor // *Phys. Lett. B.* 1991. V. 271. P. 218–222.
19. *Mikhailov S. V., Radyushkin A. V.* The process $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ and nonlocality of condensates // *Sov. J. Nucl. Phys.* 1990. V. 52. P. 697–703.
20. *Andrei Nathan, Gross David J.* The effect of instantons on the short distance structure of hadronic currents // *Phys. Rev. D.* 1978. V. 18. P. 468–481.
21. *Dorokhov A. E., Broniowski W.* Vector and axial-vector correlators in a nonlocal chiral quark model // *Eur. Phys. J. C.* 2003. V. 32. P. 79–96.
22. *Fock V.* Proper time in classical and quantum mechanics // *Phys. Z. Sowjetunion* 1937. V. 12. P. 404–425;
Швингер Ю. Частицы, источники, поля. Т. 1. М.: Мир, 1976;
Smilga A. V. Calculation of power corrections in fixed-point gauge // *Yad. Fiz.* 1982. V. 35. P. 473–484.
23. *Radyushkin A. V.* Deep elastic processes of composite particles in field theory and asymptotic freedom. JINR Preprint P2-10717. Dubna, 1977. 7p.
24. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* QCD vacuum tensor susceptibility and properties of transversely polarized mesons // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 17. P. 129–135.
25. *Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R.* Exclusive decays of heavy mesons // *Nucl. Phys. B.* 1982. V. 201. P. 492–526; Erratum // *Ibid.* 1983. V. 214. P. 547(E).

Получено 16 ноября 2006 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 01.02.2007.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,37. Уч.-изд. л. 1,66. Тираж 350 экз. Заказ № 55652.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/