

КЛАССИЧЕСКИЕ ГЛЮОННЫЕ ПОЛЯ И КОЛЛЕКТИВНАЯ ДИНАМИКА СИСТЕМ ЦВЕТОВЫХ ЗАРЯДОВ

© 2015 г. В. Воронюк^{1),2)}, В. В. Головизнин²⁾, Г. М. Зиновьев²⁾,
В. Кассинг³⁾, С. В. Молодцов^{1),4)}, А. М. Снигирев⁵⁾, В. Д. Тонеев^{1)*}

Поступила в редакцию 13.08.2013 г.; после доработки 15.07.2014 г.

При изучении цветовых полей, возникающих в столкновениях релятивистских тяжелых ионов, обнаружено, что из-за наличия в неабелевом случае дополнительного члена, обусловленного изменением цветового заряда, в хромоматричном и хромоматричном полях возникает существенный вклад “цветового свечения” таких зарядов. Обсуждается возможность появления цветового “эхо” в случае рассеяния составных цветовых частиц типа диполя. Приводятся аргументы в пользу важности таких эффектов при моделировании начального момента ультрарелятивистских столкновений тяжелых ионов, где исходное партонное состояние определяется высокой (неравновесной) партонной плотностью и сильными локальными флуктуациями цвета.

DOI: 10.7868/S0044002715010213

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа и обсуждаемые в ней проблемы в значительной степени мотивированы недавними экспериментальными исследованиями ультрарелятивистских столкновений тяжелых ионов на коллайдерах RHIC и LHC. При ядерных столкновениях, близких к центральным, реализуются колоссальные плотности энергии, при которых квантовая хромодинамика (КХД) — теория сильных взаимодействий — предсказывает фазовый переход из нормальной адронной материи в деконфайнированное состояние почти несвязанных кварков и глюонов, называемое кварк-глюонной плазмой (КГП). К настоящему времени получен большой объем экспериментальных данных о свойствах образующегося сильно нагретого и сжатого вещества, что позволяет извлечь информацию об уравнении состояния такой материи. Однако свойства этой новой партонной материи поняты еще далеко не до конца.

В нецентральных столкновениях открытием явилось обнаружение на RHIC большого

эллиптического потока v_2 рожденных частиц, свидетельствующего о коллективном характере взаимодействия при столь высоких релятивистских энергиях. Как показал анализ, образующаяся анизотропная возбужденная материя ведет себя скорее как цветовая идеальная жидкость, а не газ [1]. За прошедший более чем десятилетний период различными группами было выполнено огромное количество экспериментальных измерений эллиптических потоков, анизотропных в поперечной плоскости при энергиях от SPS до LHC, измерены более высокие гармоники $v_n (n > 2)$, обнаружены скейлинговые свойства потоковых гармоник, изучена их зависимость от центральности взаимодействия, выбранного интервала быстрот, типа регистрируемых адронов и даже методов анализа потоков. Исследования азимутальной асимметрии оказались близко связанным с изучением жестких и полужестких процессов, приводящих к подавлению в среде струй, рождающихся в партонной фазе [2].

Существенным фактором при этом явилось понимание того, что движущийся с высокой скоростью большой электрический заряд Z сталкивающихся ядер может генерировать интенсивные электрические и магнитные поля на нетривиальной шкале (которая определяется не только большой энергией в системе центра масс и малостью константы связи), характерной для сильных взаимодействий, как показано в [3]. Наличие сильного электромагнитного поля в сочетании с киральной аномалией среды будет приводить к разделению наблюдаемых зарядов относительно плоскости реакции, что может служить сигналом кирального

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев.

³⁾Институт теоретической физики, Университет Гиссен, Германия.

⁴⁾Институт теоретической и экспериментальной физики, НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

⁵⁾Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, НИИЯФ МГУ, Россия.

*E-mail: toneev@theor.jinr.ru

магнитного эффекта (КМЭ), свидетельствующего о возможном нарушении четности в сильных взаимодействиях [4]. В последние годы [5] высокая экспериментальная активность изучения КМЭ разумно балансируется тщательным анализом соответствующих данных RHIC и LHC по зарядовой зависимости азимутальной анизотропии коллективных поперечных потоков и корреляций по отношению к плоскости реакции. В частности, измерения соответствующих корреляций, выполненные на LHC Коллаборацией ALICE [6], казалось бы, согласуются с ожиданиями возможного проявления КМЭ, однако эти результаты находятся в качественном согласии также и с предположением о наличии локального сохранения заряда в комбинации со значительным эллиптическим потоком [7].

Еще одним побуждающим моментом для нашего рассмотрения является стремление прояснить (насколько это возможно) другой до сих пор открытый принципиальный вопрос, критический для построения картины (механизма) релятивистских столкновений тяжелых ионов. Мы имеем в виду вопрос о начальных условиях таких столкновений и, как результат, о природе среды, порождаемой ими [8]. Измерения, которые планирует Коллаборация ALICE на ближайшие годы, обещают быть особенно информативными в ответах на эти вопросы и, возможно, существенно усилят стандартное приближение к физике механизма насыщения [9], который трактует глюонные поля и соответствующие сечения рассеяния классически (не зависящими от быстроты), что как раз и необходимо для построения адекватного транспортного кода для процессов релятивистских столкновений ядер. Возможность такого подхода обусловлена высокой плотностью глюонов в области насыщения и малым сечением их взаимодействия [9].

Казалось бы, можно верить, что проблема определения надлежащих неабелевых полевых конфигураций легко решается в процессе усреднения по их цветовым источникам и в последующей работе в рамках линейного BFKL-приближения [10] на языке пертурбативной КХД (включающего даже квантовые поправки), а также в квазиклассическом пределе [11] или с нелинейными эволюционными уравнениями [12] и [13, 14] для CGC (Color Glass Condensate)-концепции, впервые введенной в [15]. Однако опыт теоретиков, заинтересованных в решении конкретных задач анализа данных, учит, что на сегодня этот путь вряд ли является самым эффективным. Существующее на теоретическом рынке элегантное и достаточно прозрачное приближение на языке функционального интеграла, позволившее провести важные S -матричные вычисления, прослеживающие внутриядерную эволюцию неабелевых цветовых и цветосинглетных

диполей [16], не может рассматриваться как альтернативное. При малых плотностях партонов в сталкивающихся ядрах соответствующие амплитуды являются малыми, и необходимые ограничения из условия унитарности могут быть оправданно опущены. Для жестких процессов в ядрах эти амплитуды становятся пропорциональными толщине ядра, и для достаточно тяжелых ядер унитаризация делает эти амплитуды сильно нелинейными функционалами свободных нуклонных амплитуд. В случае же пертурбативных вычислений в CGC-сценарии ограничение унитарности приводит к существованию отмеченной выше новой размерной шкалы, так называемой шкалы насыщения. В подходе [16] соотношение унитарности устанавливает важную связь между свободной нуклонной и ядерной амплитудами, что, в свою очередь, ведет к определению плотности глюонов в ядре в виде нелинейного функционала глюонной плотности свободного нуклона. Однако это еще не решает проблему определения глюонных полей.

Таким образом, складывается довольно парадоксальная ситуация. Если генерируемые на начальной стадии ядро-ядерных соударений глюонные поля оказываются малыми, то достаточно будет ограничиться малой поправкой по ним. Если же, напротив, они велики, то их действие необходимо учитывать при описании транспорта энергии системы (а также ее флуктуаций). Подробнее мы разберем ниже соответствующие вопросы включения цветового взаимодействия на примере некоторых элементарных цветовых конфигураций. Дополнительный член (чисто неабелевого происхождения) в напряженности глюонного поля, обусловленный изменением цветового заряда, генерирует своеобразную волну цветового поля — сияние цветового заряда. (Как следствие, переход к переменным светового конуса и партонные функции распределения требуют доопределения. Однако рассмотрение этих вопросов выходит далеко за рамки рассматриваемой нами задачи и оказывается излишним, поскольку нас интересует только оценка напряженности хромополей.) Кроме того, интересно также отметить, что анализ гармоник потока частиц, который чувствителен к ранней стадии реакции, проводился для двух начальных условий: CGC и глауберовского. Оба варианта модели, которые активно эксплуатируются [17, 18], дали в основном достаточно близкие результаты (предпочтение той или другой модели колеблется от работы к работе). Первые результаты LHC о рождении частиц в Pb + Pb-столкновениях находятся в хорошем согласии с продвинутыми CGC-вариантами, но они также вполне согласуются и с монте-карловским моделированием, которое явным образом не включает цветовых степеней свободы. Чтобы более определенно дискриминировать

эти подходы, в будущем необходим всесторонний анализ детальных дифференциальных характеристик (ср. [17, 19]).

Подобное состояние проблемы заставляет задаться вполне практическим вопросом о том, в какой степени имеющиеся на сегодня транспортные коды приспособлены для описания динамики как глюонных полей, скажем, в сценарии CGC, так и ансамбля частиц. Чтобы получить хотя бы исходную ориентацию, нам представляется достаточно информативным пройти сначала по пути упрощенного (квазиклассического) описания кварков, рассматривая их по аналогии с электродинамикой в виде точечных объектов с координатой и массой, несущих классический цветовой заряд. В качестве подготовительного этапа в настоящей работе мы рассматриваем конфигурации двух цветовых зарядов, цветового заряда и цветового диполя, а также двух цветовых диполей, которые движутся вдоль прямой линии навстречу друг другу. Мы ограничиваем наше рассмотрение неабелевыми полями для цветовой группы $SU(2)$. Понятно, что изучаемые нами цветовые конфигурации могут выступать в качестве простейших базисных элементов при описании процессов релятивистских столкновений тяжелых ионов для существующих феноменологических моделей [20]. Как обычно, классический характер неабелевых полей означает, что полевые операторы заменяются их средними значениями для квантового состояния, а недиагональными элементами просто пренебрегают. В такой постановке вопроса мы сосредоточены на получении оценки характерных интенсивностей классических глюонных полей, а не партонных (глюонных) функций распределения. Здесь мы пытаемся также выделить специфические черты неабелевых полей, которые усложняют — иногда очень существенно — оценки и могут качественно изменить общую картину в сравнении с полями, генерируемыми классическими источниками в электродинамике (см. также последний раздел настоящей работы). Подробному исследованию динамики полей, генерируемых ансамблем классических неабелевых зарядов, будет посвящена отдельная публикация.

2. ПОЛЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Для начала напомним некоторые положения электродинамики. Поле точечного заряда с траекторией $\mathbf{r}(t)$ в точке наблюдения \mathbf{x} определяется при помощи потенциала Льеонара–Вихерта:

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e}{R - \mathbf{v}\mathbf{R}} \right]_{t'}, \\ \mathbf{A} &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e\mathbf{v}}{R - \mathbf{v}\mathbf{R}} \right]_{t'}.\end{aligned}\quad (1)$$

В настоящей работе мы будем придерживаться естественной системы единиц, в которой скорость света c равна единице, заряд электродинамический e и заряд g в неабелевой теории безразмерны, т.е. входят с нужными множителями $\hbar c$, типичные расстояния в задаче порядка 1 Фм, потенциалы и напряженности полей измеряются в m_π и m_π^2 соответственно, где m_π есть масса π -мезона. Здесь скалярная (нулевая) и векторная компоненты потенциала обозначены через φ и \mathbf{A} , а e и \mathbf{v} есть заряд частицы и ее скорость в некоторый запаздывающий момент времени t' , который определяется расстоянием от точки наблюдения до частицы $R = |\mathbf{R}|$, где радиус-вектор направлен от заряда в точку наблюдения $\mathbf{R} = \mathbf{x} - \mathbf{r}(t')$. Причем имеется важное соотношение, связывающее лабораторное время t и время запаздывания t' ,

$$R = t - t'. \quad (2)$$

Напряженности электрического и магнитного полей даются выражениями

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (3)$$

Применяя основное соотношение (2), можно показать, что имеют место равенства:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \times \varphi \mathbf{v}, \\ \frac{\partial t'}{\partial t} &= \frac{1}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}}, \quad \nabla t' = -\frac{\mathbf{n}}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}}, \\ \nabla R &= \frac{\mathbf{n}}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}}, \\ \nabla(\mathbf{v}\mathbf{R}) &= \mathbf{v} - \frac{\mathbf{n}}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}}(\dot{\mathbf{v}}\mathbf{R} - \mathbf{v}^2) \\ \nabla \times \mathbf{v} &= \nabla t' \times \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t'} = -\frac{\mathbf{n}}{1 - \mathbf{v}\mathbf{n}} \times \dot{\mathbf{v}},\end{aligned}\quad (4)$$

$\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$, и ускорение частицы в запаздывающий момент времени определено как $\dot{\mathbf{v}} = \partial \mathbf{v} / \partial t'$, см., например, [21]. Используя полученные соотношения, с помощью потенциалов (1) можно определить векторы напряженности электрического и магнитного полей:

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e}{R^2} \frac{(1 - \mathbf{v}^2)(\mathbf{n} - \mathbf{v})}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{e}{R} \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \mathbf{v}) \times \dot{\mathbf{v}}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} \right]_{t'}, \\ \mathbf{H} &= \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{e}{R^2} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{v}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} (1 - \mathbf{v}^2 + \dot{\mathbf{v}}\mathbf{R}) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{e}{R} \mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}} \right]_{t'} = \mathbf{n} \times \mathbf{E}.\end{aligned}\quad (5)$$

Приведем также формулы, в которых потенциалы и напряженности полей выражены через текущие

координаты частиц $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 - \mathbf{v}t$, где \mathbf{r}_0 — соответствующее расстояние в начальный момент времени (координату точки наблюдения \mathbf{x} не выписываем). Электрическое и магнитное поля имеют вид

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi} \frac{e\mathbf{r}(1 - \mathbf{v}^2)}{[(\mathbf{r}\mathbf{v})^2 + \mathbf{r}^2(1 - \mathbf{v}^2)]^{3/2}}, \quad (6)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{v} \times \mathbf{E}.$$

Напомним также, как выглядят электромагнитные потенциалы:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \frac{e}{[(\mathbf{r}\mathbf{v})^2 + \mathbf{r}^2(1 - \mathbf{v}^2)]^{1/2}}, \quad (7)$$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \frac{e\mathbf{v}}{[(\mathbf{r}\mathbf{v})^2 + \mathbf{r}^2(1 - \mathbf{v}^2)]^{1/2}},$$

которые будут использоваться ниже для сравнения.

3. ПОЛЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА. НЕАБЕЛЕВ СЛУЧАЙ

Теперь обратимся к случаю неабелева поля. Мы рассмотрим интересующие нас задачи только для случая группы $SU(2)$. Важная для физических приложений группа $SU(3)$ намного сложнее в техническом отношении, но возникающие принципиальные вопросы, как нам кажется, можно уяснить и на более простом примере $SU(2)$. В квазиклассическом приближении неабелевы поля представляют собой c -числовые функции, которые определяются посредством решений уравнений Янга—Миллса. Плотность интересующего нас лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}\tilde{G}^{\mu\nu}\tilde{G}_{\mu\nu} - \tilde{j}^\mu\tilde{A}_\mu, \quad (8)$$

где $\tilde{A}_\mu = (A_\mu^1, A_\mu^2, A_\mu^3)$ обозначает триплет янг-миллсовских полей различного цвета (изоспина), \tilde{j}^μ есть плотность тока внешних цветовых источников, а тензор напряженности глюонного поля определен как $\tilde{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\tilde{A}_\nu - \partial_\nu\tilde{A}_\mu + g\tilde{A}_\mu \times \tilde{A}_\nu$; при этом ковариантная производная действует по правилу, $\tilde{D}^\mu\tilde{f} = \partial^\mu\tilde{f} + g\tilde{A}^\mu \times \tilde{f}$ и знак умножения (\times) соответствует векторному произведению векторов цветового (изотопического) пространства. Полевые уравнения имеют вид

$$\tilde{D}^\mu\tilde{G}_{\mu\nu} = \tilde{j}_\nu. \quad (9)$$

Наиболее существенное отличие этих уравнений от уравнений электродинамики заключается в условии совместности системы уравнений (9)

$$\tilde{D}^\mu\tilde{j}_\mu = 0, \quad (10)$$

которое в общем случае означает, что заряд-вектор может не сохраняться в том смысле, как это понимается в электродинамике. В качестве приемлемого решения уравнений Янга—Миллса для одной частицы можно принять потенциалы вида

$$\tilde{\varphi} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\tilde{C}}{R - \mathbf{v}\mathbf{R}} \right]_{t'}, \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\tilde{C}\mathbf{v}}{R - \mathbf{v}\mathbf{R}} \right]_{t'}$$

с постоянным цветовым зарядом частицы \tilde{C} . В электродинамике можно убедиться в единственности решения вида (1) для точечного заряда (принимая во внимание известную проблему сингулярности, связанную с самодействием [22]), поскольку справедлив принцип суперпозиции решений, и имеется общий вид запаздывающего решения. В неабелевой теории у нас нет возможности анализировать решение уравнений Янга—Миллса в целом (нет общего вида запаздывающего решения), но можно пойти по пути построения (приближенных) решений, близких по своим свойствам к электродинамическим. В частности, в настоящей работе, как было сказано во Введении, мы сосредоточимся на анализе нескольких важных для практики простых задач для частиц, сталкивающихся на прямой.

При построении приближенных решений нам понадобятся некоторые сведения, полученные при рассмотрении задачи о двух цветовых зарядах для случая медленно движущихся частиц [23, 24]. Пусть первая частица несет заряд \tilde{P} , вторая — \tilde{Q} . В условиях совместности (10) для точечных источников цветового заряда правомерно в этом случае оставить

$$\dot{\tilde{P}} = g\tilde{\varphi}(t, \mathbf{x}_1) \times \tilde{P}, \quad (12)$$

$$\dot{\tilde{Q}} = g\tilde{\varphi}(t, \mathbf{x}_2) \times \tilde{Q},$$

где точка обозначает дифференцирование по времени; $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ — текущие положения точечных зарядов в момент времени t ; $\tilde{\varphi}(t, \mathbf{x}_i)$ — значение скалярного потенциала в точке расположения заряда. Непосредственно из (12) следует сохранение модуля цветового заряда частицы, $\dot{\tilde{P}}^2 = 0, \dot{\tilde{Q}}^2 = 0$. Анализ рядов теории возмущений по константе связи g и по скорости частиц v/c показывает, что если скалярный потенциал $\tilde{\varphi}$ “натянут” на упомянутые выше два цветовых вектора:

$$\tilde{\varphi} = \varphi_1\tilde{P} + \varphi_2\tilde{Q} \quad (13)$$

(в частности, так выглядит первый член итерационного ряда), то генерируемый им векторный

потенциал $\tilde{\mathbf{A}}$ будет “натянут” только на векторное произведение векторов зарядов частиц:

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{a} \tilde{P} \times \tilde{Q}, \quad (14)$$

причем вследствие правил векторной алгебры он в свою очередь будет приводить в скалярном потенциале только к членам, “натянутым” на два вектора зарядов частиц \tilde{P} и \tilde{Q} . В результате задача факторизуется, и для введенных компонент потенциалов φ_1, φ_2 , \mathbf{a} можно получить замкнутую систему уравнений:

$$\mathbf{D} \mathbf{D} \Phi = \delta, \quad (15)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{a} - g \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \Phi J \mathbf{D} \Phi.$$

Здесь $\Phi = \varphi - \dot{\varphi}$ есть столбец, где значения потенциалов заданы в точках расположения частицы $\varphi^T = \|\varphi_1, \varphi_2\|$, $\dot{\varphi}^T = \|\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2\|$, $\dot{\varphi}_1 = \varphi_1(\mathbf{x}_2)$, $\dot{\varphi}_2 = \varphi_2(\mathbf{x}_1)$; ковариантная производная определена как $\delta^T = \|\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1), \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2)\|$; $\mathbf{D}_{kl} = \nabla \delta_{kl} + g \mathbf{a} C_{kl}$, $k, l = 1, 2$; C и J есть матрицы:

$$C = \begin{pmatrix} -(\tilde{P}\tilde{Q}) & -(\tilde{Q}\tilde{Q}) \\ (\tilde{P}\tilde{P}) & (\tilde{P}\tilde{Q}) \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Здесь круглые скобки обозначают скалярное произведение векторов, дельта-функция δ отвечает источнику единичной интенсивности. При этом уравнения (12) приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}} &= g \dot{\varphi}_1^* \tilde{Q} \times \tilde{P}, \\ \dot{\tilde{Q}} &= g \dot{\varphi}_2^* \tilde{P} \times \tilde{Q}. \end{aligned} \quad (16)$$

Полученная система описывает вращение зарядов относительно постоянного вектора $\tilde{\Omega} = \dot{\varphi}_1^* \tilde{P} + \dot{\varphi}_2^* \tilde{Q}$ с частотой $g|\tilde{\Omega}|$, при этом матрица C сохраняется, $dC/dt = 0$, так что потенциалы φ и векторное поле \mathbf{a} являются с точностью v/c квазистатическими.

Система (15) имеет ясный физический смысл. Порожденное двумя точечными источниками цветное поле само служит источником заряда, поскольку глюоны не нейтральны. В пространстве между зарядами устанавливается самосогласованная картина зарядов и соответствующих токов. Решения этой системы были подробно исследованы как аналитически, так и численно [24]. Оказалось, что частицы взаимодействуют кулоноподобным образом, и если константа связи не велика, $g/(4\pi) < \sqrt{2}$, то решение хорошо аппроксимируется при помощи кулоновских потенциалов $\varphi_{1,2} = 1/(4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{1,2}|)$ с векторным полем \mathbf{a} , которое генерируется этими потенциалами в следующей итерации по g . В целом векторное поле выглядит

тогда как своеобразное облако или как поле постоянного магнита с полюсами, расположенными в точках $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$. На отрезке, соединяющем источники, векторное поле имеет только продольную компоненту постоянной величины: $|\mathbf{a}_{||}| = 1/(4\pi|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|)$. При удалении от оси, на которой расположены заряды, поле резко падает. Хромомагнитное поле $\tilde{\mathbf{H}}$ состоит из единственной вихревой компоненты и, например, для зарядов, расположенных в точках 0 и 1 на оси z , имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{H}_\varphi &= \frac{g^3}{(4\pi)^2} \frac{1}{r} \times \\ &\times \left(\frac{1-\mu}{1+\mu} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{1+r}{(1-2r\mu+r^2)^{1/2}} \right) \times \\ &\times \tilde{P} \times \tilde{Q} \equiv H_\varphi \tilde{P} \times \tilde{Q}, \end{aligned} \quad (17)$$

где использованы сферические координаты: расстояние от начала координат r и косинус угла θ , отсчитываемого от оси z , $\mu = \cos \theta$. (При другом расположении зарядов формула более громоздка.) Полная энергия, сосредоточенная в цветовом поле, оценивается как

$$\begin{aligned} E &= \int d\mathbf{x} \frac{\tilde{\mathbf{E}}^2 + \tilde{\mathbf{H}}^2}{2} \simeq \\ &\simeq \alpha_g \frac{(\tilde{P}\tilde{Q})}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|} + \alpha_g^3 I \frac{(\tilde{P} \times \tilde{Q})^2}{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\alpha_g = g^2/(4\pi)$; $I = 3/2 - \pi^2/8$ (члены самодействия источников не приведены). Представленная оценка энергии хромоэлектрического и хромомагнитного полей ясно демонстрирует соотношение вкладов первой и последующих итераций и доминирующую роль первой итерации при константах связи, интересных для приложений.

Более внимательный анализ показывает, что в тех точках, где находятся заряды, потенциалы φ_i имеют особенность. Предельные значения $\dot{\varphi}_i^*$, при помощи которых определяется скорость вращения зарядов (см. (16)), зависят от пути, по которому они приходят в источник. Например, для одного из зарядов в начале координат имеем

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{x}|} - \frac{g^3}{4\pi} a\mu(\tilde{P}\tilde{Q}) + \dots, \\ \varphi_2 &= -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_2|} + \frac{g^3}{4\pi} a\mu(\tilde{P}\tilde{P}) + \dots, \end{aligned}$$

где a — величина векторного поля $\mathbf{a}_{||}$ на источнике. Формально наличие особенности приводит к противоречию с исходными предпосылками вывода (16), поскольку теперь возможно рассогласование вращения цветного вектора на самом заряде. Причина такого поведения заключается в том, что

рассматриваемая задача сродни задачам дифракции, и требуется более аккуратная постановка краевых условий на заряде. В частности, если сформулировать их таким образом, чтобы векторное поле \mathbf{a} не проникало в источники, то можно избежать указанной особенности [25]. Однако в случаях констант связи, интересных для приложений, вполне подходят и приближенные решения. Далее можно показать, что для краевого условия, при котором векторное поле выталкивается из заряда, решения системы (15) должны качественным образом перестраиваться при достижении некоторых пороговых значений констант связи

$$\Pi = \frac{g^2}{(4\pi)^2} \tilde{P}^2 \leq l(l+1), \quad (19)$$

где $l = 0, 1, 2, \dots$ — целые числа (угловые моменты), причем $l = 0$ отвечает как раз случаю с проникающим векторным полем. Помимо этих критических значений имеется еще одно условие, вытекающее из того же характеристического уравнения, с помощью которого получено ограничение (19). Отметим, что характеристическое уравнение определяет степень особенности решений системы (15) в окрестности начала координат, где располагается источник (например, \tilde{P}), $(\varphi_i - \varphi_i^*, a) \sim r^\sigma$ и

$$\sigma = -\frac{1}{2} \pm \frac{((2l+1)^2 - 4\Pi)^{1/2}}{2}.$$

Условие вещественности решений

$$\Pi \leq (l + 1/2)^2 \quad (20)$$

приводит к ограничению, которому в свое время было уделено много внимания [26]. Утверждалось, что при достижении этого порога в неабелевом случае возникает неустойчивость, в результате которой цветовой заряд полностью экранируется. Можно видеть, что критические значения (19) всегда достигаются раньше, чем вступает в силу условие (20), и поэтому векторное поле перестраивается прежде, чем произойдет экранирование заряда. Выполнить соответствующие трудоемкие численные расчеты возможно только путем применения бездивергентных численных схем. По счастью, указанные интересные эффекты ожидаются при тех константах связи, которые, по-видимому, представляют малый интерес для приложений.

Обратимся теперь к описанию так называемого глюонного облака. Скалярную компоненту системы (15) можно представить в следующем виде:

$$\nabla \mathbf{E} = \delta - \mathbf{aCE},$$

где введен столбец двух компонент хромозлектрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{D}\Phi$. Последнее слагаемое,

содержащее векторное поле \mathbf{a} , можно интерпретировать как плотность заряда, переносимого глюонным полем

$$G = -\mathbf{aCE}$$

(столбец зарядов G_1, G_2). Интуитивно кажется правдоподобным, что если цветковые источники антипараллельны, то заряд глюонного поля должен быть равным нулю. Действительно, если $\tilde{P} = -\tilde{Q}$, то, подсчитывая компоненты плотности заряда $G_1 = G_2 = \mathbf{a}\nabla(\Phi_2 - \Phi_1)$, можно видеть, что заряд глюонного поля на самом деле обращается в нуль: $\tilde{G} = G_1\tilde{P} + G_2\tilde{Q} = \tilde{0}$. Напротив, мы ожидаем, что заряд глюонного поля будет максимальным, если цветковые заряды частиц параллельны: $\tilde{P} = \tilde{Q}$. В этом случае $G_1 = -G_2 = \mathbf{a}\nabla(\Phi_1 + \Phi_2)$, откуда, вопреки ожиданиям, для заряда глюонного поля снова получаем нуль: $\tilde{G} = \tilde{0}$. Для других случаев заряд глюонного поля будет нетривиальным.

Важно отметить, что энергия системы глюонного поля и частиц может быть приведена (на решениях системы (15)) к виду

$$E = \int d\mathbf{x} \frac{\tilde{\mathbf{E}}^2 + \tilde{\mathbf{H}}^2}{2} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{x} (-\tilde{\varphi}\tilde{\delta} + \tilde{\varphi}\tilde{G}), \quad (21)$$

где, аналогично (13), $\tilde{\delta} = \delta_1\tilde{P} + \delta_2\tilde{Q}$, т.е. формально хромагнитная компонента как бы выпадает. Записанная в такой форме энергия напоминает известное из электродинамики выражение для электростатической энергии системы зарядов:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \varphi_i e_i,$$

где φ_i — значение потенциала (который, кстати сказать, можно уже рассматривать как наблюдаемую величину) в той точке, где расположен заряд e_i . Сопоставление этих выражений дает ясное представление о роли заряда глюонного облака, а с учетом знака, с которым этот вклад входит в энергию (см. (18)), можно видеть, что в системе неабелевых зарядов проявляется дополнительное отталкивание.

Если оставаться в рамках классического описания, то выражение (21) по сути служит тем единственным источником, из которого можно получить информацию о действующих в системе силах. Интересно отметить, что сила Вонга [27] (призванная описывать поведение цветкового заряда во внешнем поле), например, связана только с первым слагаемым $\tilde{\varphi}\tilde{\delta}$ выражения (21), как и должно быть в случае хромостатики, поскольку это единственная

комбинация, при помощи которой можно построить ковариантный импульс частицы, удлинив его должным образом. В этом можно также убедиться, подсчитывая силу Вонга для первого и второго зарядов явно (пользуясь определением напряженности хромоэлектрического поля $\tilde{\mathbf{E}}$):

$$\mathbf{F}_P = \tilde{P}\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}_1) = \nabla\varphi_1|_{\mathbf{x}_1}\tilde{P}^2 + \nabla\varphi_2|_{\mathbf{x}_1}(\tilde{P}\tilde{Q}),$$

$$\mathbf{F}_Q = \tilde{Q}\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{x}_2) = \nabla\varphi_1|_{\mathbf{x}_2}(\tilde{P}\tilde{Q}) + \nabla\varphi_2|_{\mathbf{x}_2}\tilde{Q}^2.$$

Сингулярные вклады описывают самодействие и должны быть регуляризованы аналогично электродинамике. Выражение (21) демонстрирует явным образом неприменимость принципа суперпозиции для зарядов общего положения и необходимость аккуратного учета энергии глюонного облака. Вид же глюонного окружения, а тем самым и энергия системы, зависит, вообще говоря, от выбора краевого условия для заряда.

Полезным будет также отметить, что итерационные ряды теории возмущений можно анализировать, опираясь только на систему уравнений Янга—Миллса (9), т.е. как бы не используя условие совместности системы (10). Правильное построение итерационного ряда с неизбежностью приводит к выводу о несохранении заряда, и это свойство качественно иного сорта (проявляющееся глобально в порядке g_0), чем наивно ожидаемые небольшие поправки к абелевому решению за счет нелинейности системы уравнений Янга—Миллса.

В определенном смысле этот вывод можно использовать и в обратном направлении. Решения будут автоматически правильными с точностью до g (в действительности до g^3 , см. (18)), если учтены условия совместности. Именно этим мы и воспользуемся ниже при построении приближенных решений в релятивистской ситуации.

В неабелевом случае технически затруднительно переходить к различным калибровкам, и, кроме того, набор физически оправданных наблюдаемых уже, чем в электродинамике. К этому классу наблюдаемых не относятся такие важные характеристики, как напряженности хромоэлектрического и хромоманнитного полей. Поэтому встает проблема интерпретации решений. В разобранном нами примере фиксация калибровки осуществляется неявным образом, путем выбора вида решения. Можно, например, выбрать другое представление решения и перейти в систему покоя вращающихся зарядов. При этом потенциалы $\varphi_{1,2}$ на пространственной бесконечности будут выходить на некоторые постоянные. Такие калибровки неудобно применять в численных расчетах, и опыт показывает, что по существу самыми информативными остаются кулоновские решения.

Добавление хотя бы одного цветового заряда или выход на более широкую группу $SU(3)$, например, не позволяет исследовать задачу с той же степенью полноты, как это имело место для случая двух частиц. Уравнения совместности в этом случае не интегрируются, тем не менее представляется правдоподобным, что энергия системы дается выражением, аналогичным (21), с кулоновским законом взаимодействия компонент.

Отметим еще одно важное следствие, вытекающее из представления (21). На его основе можно строить статистическое описание ансамбля частиц с цветовыми зарядами в важном для практики парном приближении. Потенциальная энергия системы выражается через скалярное произведение цветовых зарядов, которое в силу (16) с хорошей точностью не зависит от времени. Поэтому оправдано появление функции распределения частиц по этой переменной с последующим огрубленным описанием элементов ансамбля в каждой пространственной точке. Кинетическое описание ансамбля должно включать возможные переходы пар частиц, связанные с изменением скалярного произведения зарядов. К сожалению, остается неясным, возможен ли выход за рамки парного приближения, поскольку отсутствует соответствующий аналог представления (21) в случае трех и более цветовых зарядов. В случае более общей группы, чем рассматриваемая $SU(2)$, затруднительно даже сформулировать парное приближение.

Как нам кажется, мы привели здесь убедительные доводы, что попытки построения статистического описания ансамблей с цветовыми зарядами функциями распределения по собственно зарядам частиц (полагаясь на аналогию с электродинамикой) для ансамблей неабелевых зарядов общего положения в цветовом пространстве несостоятельны. Более того, на наш взгляд, и в современном потоке работ присутствует неоправданная самоуверенность в трактовке неабелевых классических полей, в частности, игнорируется тот простой факт, что в отличие от электродинамики множество интерпретируемых решений неабелевых уравнений с источниками почти пусто. Возможно, не последнюю роль в этом сыграла проблема конфайнмента кварков, когда основное внимание было приковано к экзотическим свойствам неабелевых полей, мы, однако, не ставим своей целью обсуждать работы этого направления.

Обратимся теперь собственно к предмету нашего исследования — описанию релятивистских неабелевых зарядов. Как было показано выше, в интересном для приложений диапазоне констант связи можно ожидать, что вклад заряда глюонного поля (размытого цветового облака) достаточно мал. Это особенно важно для практики, поскольку в релятивистской ситуации невозможно факторизовать

уравнения в общем виде аналогично (13), (14), и возникает настоятельная необходимость получения приближенного решения. В качестве такового мы будем придерживаться суперпозиции потенциалов Лье́нара–Вихерта вида (11), в которых вектор заряда частицы может теперь, вообще говоря, изменяться, причем его следует брать в запаздывающий момент времени, что непосредственно вытекает из общего вида решения

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi} \times \\ &\times \int \frac{\tilde{\rho}(\mathbf{r}', t') \delta(t - t' - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' dt', \\ \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi} \int \frac{\tilde{\mathbf{j}}(\mathbf{r}', t') \delta(t - t' - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' dt'.\end{aligned}\quad (22)$$

Мы примем для точечной частицы простую аппроксимацию ковариантного тока при помощи дельта-функции:

$$\tilde{j}_\mu = [\tilde{C}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}(t)), \tilde{C}\mathbf{v}(t)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}(t))], \quad (23)$$

где $\mathbf{v}(t) = \dot{\mathbf{r}}(t)$ есть скорость частицы. Как следствие, условие совместности для точечного заряда приобретает вид

$$\dot{\tilde{C}} = g \left[\tilde{\varphi}(t, \mathbf{r}) - \mathbf{v}\tilde{\mathbf{A}}(t, \mathbf{r}) \right] \times \tilde{C}. \quad (24)$$

Из этих уравнений легко видеть, что модуль заряда остается постоянным. Поэтому в дальнейшем положим векторы зарядов единичными, а величину заряда примем, для определенности, равной по порядку величины константе взаимодействия g ($\alpha_g = g^2/(4\pi) = 0.3$), которую будем всюду выносить в виде отдельного множителя.

Поскольку в неабелевом случае заряд может изменяться со временем, то в напряженностях хромoeлектрического и хромомагнитного полей возникнут дополнительные члены, связанные с производной вектора заряда по времени запаздывания:

$$\begin{aligned}\tilde{D} &= \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t'}, \quad \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} = \tilde{D} \frac{\partial t'}{\partial t}, \\ \nabla \tilde{C} &= \tilde{D} \nabla t',\end{aligned}$$

$$\nabla \times \tilde{C}\mathbf{v} = \nabla t' \times \tilde{D}\mathbf{v} + \nabla t' \times \tilde{C} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t'}.$$

В результате для неабелевых напряженностей полей можно получить

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}} &= \frac{1}{4\pi} \left[\frac{\tilde{C}}{R^2} \frac{(1 - \mathbf{v}^2)(\mathbf{n} - \mathbf{v})}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} + \right. \\ &+ \frac{\tilde{C}}{R} \frac{\mathbf{n} \times (\mathbf{n} - \mathbf{v}) \times \dot{\mathbf{v}}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} + \frac{\tilde{D}}{R} \frac{\mathbf{n} - \mathbf{v}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^2} \Big]_{t'}, \\ \tilde{\mathbf{H}} &= \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{\tilde{C}}{R^2} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{v}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^3} (1 - \mathbf{v}^2 + \dot{\mathbf{v}}\mathbf{R}) - \right.\end{aligned}\quad (25)$$

$$\left. -\frac{\tilde{C}}{R} \mathbf{n} \times \dot{\mathbf{v}} - \frac{\tilde{D}}{R} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{v}}{(1 - \mathbf{v}\mathbf{n})^2} \right]_{t'} = \mathbf{n} \times \tilde{\mathbf{E}}.$$

Формально новые члены отвечают излучению, но чтобы утверждать это, разумеется, требуется дополнительное рассмотрение, поскольку изменение вектора заряда не связано ни с какими перемещениями частицы. Как мы уже упоминали выше, напряженности хромoeлектрического и хромомагнитного полей непосредственно не являются наблюдаемыми, поэтому может возникнуть некоторая неопределенность при сопоставлении с результатами, полученными для абелева случая. Более последовательным было бы опираться, например, на такую скалярную переменную, как плотность энергии хромoeлектрического и хромомагнитного полей: \tilde{E}^2 , \tilde{H}^2 , также $(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{E}_2 \cdot \tilde{P} \times \tilde{Q})^2$, или силу Вонга, которая является аналогом электромагнитной силы Лоренца и служит мерой изменения импульса частицы с цветовым зарядом под действием внешнего цветового поля. Также можно предложить набор ковариантных функций, характеризующих напряженности хромoeлектрического и хромомагнитного полей в разных пространственно-временных точках (в принципе, исходя из этой информации, можно было бы определить ковариантные глюонные партонные функции распределения в духе подхода Вайцзеккера–Вильямса).

4. ПОЛЕ ДВУХ ЦВЕТОВЫХ ЗАРЯДОВ

Рассмотрим теперь поле двух цветовых зарядов \tilde{P} и \tilde{Q} , которые движутся по оси z навстречу друг другу со скоростями v и w . Для определенности пусть “столкновение” происходит в нулевой момент времени, т.е. координаты частиц в лабораторной системе задаются как $z_1 = vt$, $z_2 = -wt$. В этом обширном разделе мы достаточно подробно опишем алгоритм получения приближенных решений, который заключается по сути в простой сшивке фрагментов решений, полученных в различных аппроксимациях. Когда частицы находятся далеко друг от друга, то взаимодействие можно полагать слабым, и, по аналогии с электродинамикой, заряды партнеров с хорошей степенью точности можно считать постоянными. Как мы знаем из опыта, естественный масштаб, на котором должны проявляться эффекты неабелева (сильного) взаимодействия, составляет порядка 1 Фм. Примем для определенности, не вдаваясь в детали подобного механизма, что взаимодействие включается именно на этом расстоянии, которое мы обозначим как D . Как следствие, в задаче возникает характерная шкала времен. Первая отметка — это то время, когда частицы попадают в зону взаимодействия:

$$T = -\frac{D}{v + w}. \quad (26)$$

Следует отметить время t'_1 , когда к первой частице (с зарядом \tilde{P}) приходит сигнал о появлении заряда \tilde{Q}_T на расстоянии 1 Фм, аналогично для второй частицы обозначим момент времени, когда появляется заряд \tilde{P}_T на таком же расстоянии, как t'_2 , где \tilde{P}_T и \tilde{Q}_T — это заряды, которыми обладали частицы до входа в зону взаимодействия, т.е. до момента времени T :

$$t'_1 = \frac{1-w}{1+v}T, \quad t'_2 = \frac{1-v}{1+w}T. \quad (27)$$

Эти выражения легко получить, руководствуясь представленной на рис. 1 схемой и выписывая соотношения о приходе световых сигналов и частиц в интересующие нас точки. На схеме эти события принимают вид соответствующих треугольников. Стартуя с моментов времени t'_1 , t'_2 , заряд каждой из частиц начинает вращаться относительно своего постоянного цветового вектора, которым противоположная частица обладала до входа в зону взаимодействия. Такой режим продолжается вплоть до момента времени (причем интересно отметить — одинакового для обеих частиц)

$$t'' = \frac{1-w}{1+v} \frac{1-v}{1+w} T, \quad (28)$$

когда к партнеру приходит сигнал, сообщающий о том, что противоположный заряд стал вращаться, стартуя со своего асимптотического значения \tilde{P}_T , (\tilde{Q}_T). Отметим, что в таком же духе следует действовать, чтобы корректно сформулировать задачу Коши для уравнений, содержащих запаздывание [28].

Скорость частицы определяется релятивистским соотношением

$$v = \left(1 - \frac{m^2}{\mathcal{E}^2}\right)^{1/2} \simeq 1 - \frac{m^2}{2\mathcal{E}^2}, \quad (29)$$

где m и \mathcal{E} есть масса частицы и ее энергия. Отсюда можно заключить, что характерные времена имеют следующий порядок величин:

$$t' \sim \frac{m^2}{\mathcal{E}^2} T, \quad t'' \sim \frac{m^4}{\mathcal{E}^4} T.$$

Энергии действующих установок RHIC и LHC таковы, что для интересующего нас фактора можно получить оценку порядка $\mathcal{E}/m \sim 10^2, 10^3$ и выше. Еще одним масштабным фактором выступает расстояние между зарядами диполя δ , которое мы примем порядка межкваркового расстояния в нуклоне, и для определенности возьмем его равным 1 Фм. Благодаря лоренцевскому сжатию размер диполя в лабораторной системе будет восприниматься как

$$\Delta = \delta(1 - v^2)^{1/2} \sim \delta \frac{m}{\mathcal{E}}.$$

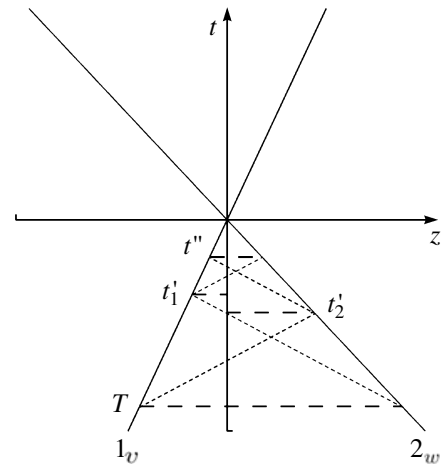


Рис. 1. Схема встречи двух цветных частиц. Сплошные линии — траектории частиц, точечные — световые сигналы. t'_1 — время прихода к первой частице сигнала о наличии цветового заряда \tilde{Q}_T на расстоянии 1 Фм; t'_2 — аналогичное время для второй частицы (т.е. появление заряда \tilde{P}_T на таком же расстоянии). Указанные значения зарядов относятся к моменту T — времени “начала” взаимодействия, когда частицы сблизились до расстояния D (1 Фм). До момента времени t'' первая и вторая частицы вращаются относительно постоянных цветовых векторов \tilde{Q}_T и \tilde{P}_T , которыми частицы обладали до входа в зону взаимодействия.

Соответствующее этому масштабу время мы обозначим как $t_3 \sim m/\mathcal{E}$, см. ниже. Таким образом, для интересующих нас в настоящей работе релятивистских задач выстраивается следующая шкала времен:

$$t'' \ll t' \ll t_3 \ll T.$$

В силу выбранной нами геометрии задачи приближенное решение уравнений Янга—Миллса можно представить в виде следующей суперпозиции, см. также (11):

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi} &= [\varphi_1 \tilde{P}]_{t'} + [\varphi_2 \tilde{Q}]_{t'}, \\ \tilde{A}_z &= v[\varphi_1 \tilde{P}]_{t'} - w[\varphi_2 \tilde{Q}]_{t'}. \end{aligned} \quad (30)$$

Конкретизируем вид скалярных потенциалов φ_1 и φ_2 :

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{4\pi} \frac{g}{R_1 - vR_1}, \\ \varphi_2 &= \frac{1}{4\pi} \frac{g}{R_2 - wR_2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Мы вынесли множитель g , поскольку выбрали единичной нормировку векторов зарядов частиц. В условия совместности (24) входят потенциалы в местах расположения частиц. Пусть z_1 и z_2 — координаты частиц в некоторый момент времени,

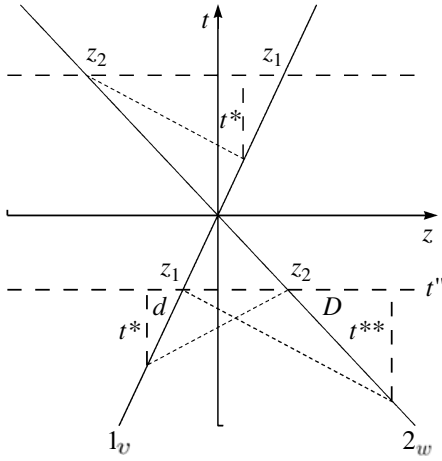


Рис. 2. Схема для определения времен запаздывания. Точки z_1 и z_2 — текущие положения частиц в некоторый момент времени. Заряд первой частицы характеризуется временем запаздывания t^{**} , а также отрезком D , с помощью которого определяется расстояние между частицами для этого момента времени. Аналогичный смысл имеют параметры t^* и d для второй частицы (см. также текст).

см. рис. 2. Из рисунка можно заключить, что интересующие нас значения потенциалов определяются при помощи расстояний

$$R_1 = d + z_2 - z_1 = t^*, \quad R_2 = D + z_2 - z_1 = t^{**},$$

где $d = vt^*$, $D = wt^{**}$. Применяя эти соотношения, можно получить

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{g}{z_2 - z_1}, \quad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi} \frac{g}{z_2 - z_1},$$

т.е. лоренцевские факторы компенсируются таким образом, что скалярные потенциалы в тех местах, где расположены заряды, выражаются просто через расстояние между частицами в текущий момент времени. Принимая также во внимание вид векторного потенциала, приходим к следующей форме условий совместности:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}} &= \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1 - z_2|} \tilde{Q}(t - t_{12}^{**}) \times \tilde{P}, \\ \dot{\tilde{Q}} &= \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1 - z_2|} \tilde{P}(t - t_{21}^*) \times \tilde{Q}. \end{aligned} \quad (32)$$

Для времен запаздывания можно получить (пользуясь рис. 2, например)

$$t_{21}^* = -\frac{v+w}{1-v}t, \quad t_{12}^{**} = -\frac{v+w}{1-w}t, \quad t < 0$$

($v, w \rightarrow -v, -w, t > 0$). По определению время запаздывания является положительной величиной. Для $t > 0$ в приведенных формулах следует произвести замены $v, w \rightarrow -v, -w$. В дальнейшем мы будем применять сокращенную форму записи для

времен запаздывания без дополнительных пояснений. Удобно ввести переменную $\varphi = -\ln|t|$, с помощью которой система (32) приводится к виду

$$\begin{aligned} \tilde{P}' &= \omega \tilde{Q}(\varphi - \Delta^*) \times \tilde{P} \quad (t < 0), \\ \tilde{Q}' &= \omega \tilde{P}(\varphi - \Delta^{**}) \times \tilde{Q} \end{aligned} \quad (33)$$

для отрицательного времени и

$$\begin{aligned} \tilde{P}' &= -\omega \tilde{Q}(\varphi + \Delta^{**}) \times \tilde{P} \quad (t > 0), \\ \tilde{Q}' &= -\omega \tilde{P}(\varphi + \Delta^*) \times \tilde{Q} \end{aligned} \quad (34)$$

— для положительного. Здесь штрих обозначает дифференцирование по переменной φ ,

$$\begin{aligned} \omega &= \alpha_g \frac{1+vw}{v+w}, \quad \Delta^* = \ln \frac{1+v}{1-w}, \\ \Delta^{**} &= \ln \frac{1+w}{1-v}. \end{aligned}$$

Ниже при обсуждении задачи о цветовом заряде и цветовом диполе, а также о двух диполях нам понадобится сопоставлять описание на различных шкалах для всех рассматриваемых задач. Для удобства сравнения мы отметим эти временные этапы в тексте. В принципе, детали построения приближенного непрерывного решения системы уравнений для зарядов очень простые, их можно опустить (см. разд. 4.1–4.3) и обратиться непосредственно к результатам, приведенным в конце этого раздела.

4.1. Временной этап $t < T, T \leq t < t''$ ($t'' < 0$)

Выше мы уже оговаривали вид решения для отрицательных времен. Так, до шкалы t' векторы зарядов постоянны:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \tilde{P}_T, \quad t < t'_1, \\ \tilde{Q} &= \tilde{Q}_T, \quad t < t'_2. \end{aligned} \quad (35)$$

Далее, вплоть до момента t'' , заряды вращаются, причем каждый из них вращается относительно постоянного вектора заряда противоположной частицы. Введем базисные векторы в цветовом (изотопическом) пространстве, через которые будет удобно выразить решения уравнений. С вектором \tilde{P} связана тройка ортогональных единичных векторов вида (см. систему (33))

$$\tilde{Q}_T, \quad \tilde{n}_{PT} = \frac{\tilde{P}_T \times \tilde{Q}_T}{\sin \theta}, \quad \tilde{m}_{PT} = \tilde{Q}_T \times \tilde{n}_{PT},$$

где $\cos \theta = (\tilde{P}_T \tilde{Q}_T)$. Аналогичный базис, связанный с вектором \tilde{Q} , задается как

$$\tilde{P}_T, \quad \tilde{n}_{QT} = -\tilde{n}_{PT}, \quad \tilde{m}_{QT} = \tilde{P}_T \times \tilde{n}_{QT}.$$

Решение (33) для рассматриваемых моментов времени может быть представлено в форме

$$\tilde{P}_< = \cos \theta \tilde{Q}_T + \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & + \sin \theta \{ \cos[\omega(\varphi - \varphi'_1)] \tilde{m}_{P_T} - \\ & - \sin[\omega(\varphi - \varphi'_1)] \tilde{n}_{P_T} \}, \quad t'_1 \leq t < t'', \\ \tilde{Q}_< &= \cos \theta \tilde{P}_T + \sin \theta \{ \cos[\omega(\varphi - \varphi'_2)] \tilde{m}_{Q_T} - \\ & - \sin[\omega(\varphi - \varphi'_2)] \tilde{n}_{Q_T} \}, \quad t'_2 \leq t < t'', \end{aligned}$$

где использованы следующие обозначения: $\varphi'_1 = -\ln |t'_1|$; $\varphi'_2 = -\ln |t'_2|$.

4.2. Временной этап $t'' \leq t \leq -t''$

Теперь рассмотрим асимптотику решений при больших φ (в окрестности точки встречи частиц). В этом случае в (33), (34) можно пренебречь факторами запаздывания Δ^* , Δ^{**} . Тогда как для положительного, так и отрицательного времени эти уравнения описывают вращение векторов зарядов относительно вектора $\tilde{P} + \tilde{Q}$, причем этот вектор сохраняется. Представляется разумным аппроксимировать решения системы (32) на всей полуоси отрицательного времени (вплоть до момента встречи частиц) путем сшивки решения на шкале t' с решением на шкале t'' , в котором пренебрегается запаздыванием. Численные исследования системы (32), полученные для ряда пробных вариантов, вполне оправдывают такую аппроксимацию. Итак, в момент времени t'' находим значения векторов

$$\tilde{P}'' = \tilde{P}_<(t''), \quad \tilde{Q}'' = \tilde{Q}_<(t'').$$

Тем самым задан вектор $\tilde{P} + \tilde{Q}$, относительно которого происходит вращение векторов зарядов частиц на шкале $t'' < t < 0$. Введем ортогональную тройку единичных векторов (аналогично тому, как мы поступали с решениями для (бóльшего) времени t')

$$\begin{aligned} \tilde{\Omega} &= \frac{\tilde{P}'' + \tilde{Q}''}{|\tilde{P}'' + \tilde{Q}''|}, \quad \tilde{n}_{P''} = \frac{\tilde{P}'' \times \tilde{\Omega}}{|\tilde{P}'' \times \tilde{\Omega}|}, \\ \tilde{m}_{P''} &= \tilde{\Omega} \times \tilde{n}_{P''}, \end{aligned} \quad (37)$$

с помощью которой выразим решение системы (33) как

$$\begin{aligned} \tilde{P}_< &= c\tilde{\Omega} + s\{\cos[\omega''(\varphi - \varphi'')]\tilde{m}_{P''} - \\ & - \sin[\omega''(\varphi - \varphi'')]\tilde{n}_{P''}\}, \\ \tilde{Q}_< &= c\tilde{\Omega} - s\{\cos[\omega''(\varphi - \varphi'')]\tilde{m}_{P''} - \\ & - \sin[\omega''(\varphi - \varphi'')]\tilde{n}_{P''}\}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \omega'' &= \omega|\tilde{P}'' + \tilde{Q}''|, \quad c = \cos \frac{(\tilde{P}'' \tilde{Q}'')}{2}, \\ s &= \sin \frac{(\tilde{P}'' \tilde{Q}'')}{2}, \quad \varphi'' = -\ln |t''|. \end{aligned}$$

Это решение описывает бесконечно быстрое вращение зарядов в окрестности точки встречи, если

рассматривать его как функцию времени. Тогда как в логарифмических переменных φ мы имеем вращение с постоянной частотой ω'' . Чтобы продолжить решение через сингулярность для положительных моментов времени, положим, что на отрезке $-t_{\min} < t < t_{\min}$ векторы зарядов частиц не изменяются. Шкала времени t_{\min} носит искусственный характер и может быть выбрана, в принципе, произвольно малой. При $t > t_{\min}$ решение системы (34) (без учета запаздывания) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \tilde{P}_> &= c\tilde{\Omega} + s\{\cos[\omega''(\varphi - \varphi^*)]\tilde{m}_{P''} + \\ & + \sin[\omega''(\varphi - \varphi^*)]\tilde{n}_{P''}\}, \\ \tilde{Q}_> &= c\tilde{\Omega} - s\{\cos[\omega''(\varphi - \varphi^{**})]\tilde{m}_{P''} + \\ & + \sin[\omega''(\varphi - \varphi^{**})]\tilde{n}_{P''}\}, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\varphi = -\ln t$, φ^* и φ^{**} есть произвольные фазы, которые определим по известным значениям векторов зарядов для $-t_{\min}$:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_<(-t_{\min}) &= \tilde{P}_>(t_{\min}), \\ \tilde{Q}_<(-t_{\min}) &= \tilde{Q}_>(t_{\min}). \end{aligned}$$

Сравнивая выражения (38) и (39), можно получить соотношения, связывающие фазу φ'' и фазы φ^* , φ^{**} . Можно также видеть, что определенное удобство возникает, если выбрать момент времени t_{\min} таким образом, чтобы $\sin[\omega''(\varphi_{\min} - \varphi'')] = 0$, где $\varphi_{\min} = -\ln t_{\min}$, т.е. $\varphi_{\min} = 2\pi n/\omega'' + \varphi''$, где n есть целые числа. Тогда можно положить $\varphi^* = \varphi^{**} = \varphi''$. В результате можно не перегружать выражения для положительного времени формальными сдвигами фаз и одновременно назначить произвольно малую шкалу времени t_{\min} . Таким образом, получено решение для отрезка времени $t_{\min} < t < |t''|$. Как следствие, можно видеть, что

$$\begin{aligned} \tilde{P}_<(t'') &= \tilde{P}_>(|t''|) = \tilde{P}'', \\ \tilde{Q}_<(t'') &= \tilde{Q}_>(|t''|) = \tilde{Q}'', \end{aligned}$$

т.е. в рассматриваемой аппроксимации сдвига фаз не наблюдается и вектор заряда при выходе со шкалы t'' совпадает с вектором заряда при входе на нее.

4.3. Временной этап $-t'' < t \leq t_{out}$, $t_{out} < t$

Мы бы хотели построить продолжение (приближенного) решения для бóльшего времени таким образом, чтобы, во-первых, на шкале $t_{out} \sim |t'|$ происходила смена режима вращения и, во-вторых, оно прекращалось бы при выходе на шкалу $t \sim |T|$ (симметрично по отношению к отрицательному времени). Такое решение для положительного

времени можно представить в виде (обратим внимание на смену знака в формуле по сравнению со случаем отрицательного времени, см. (33))

$$\begin{aligned}\tilde{P}_> &= \cos \theta_o \tilde{Q}_o + \\ &+ \sin \theta_o \{ \cos [\omega(\varphi - \varphi_o^*)] \tilde{m}_{P_o} + \\ &+ \sin [\omega(\varphi - \varphi_o^*)] \tilde{n}_{P_o} \}, \quad |t''| \leq t < |t'|, \\ \tilde{Q}_> &= \cos \theta_o \tilde{P}_o + \sin \theta_o \{ \cos [\omega(\varphi - \varphi_o^{**})] \tilde{m}_{Q_o} - \\ &- \sin [\omega(\varphi - \varphi_o^{**})] \tilde{n}_{Q_o} \}\end{aligned}\quad (40)$$

с неизвестными пока базисными векторами

$$\begin{aligned}\tilde{Q}_o, \quad \tilde{n}_{P_o} &= \frac{\tilde{P}_o \times \tilde{Q}_o}{\sin \theta_o}, \quad \tilde{m}_{P_o} = \tilde{Q}_o \times \tilde{n}_{P_o}, \\ \tilde{P}_o, \quad \tilde{n}_{Q_o} &= -\tilde{n}_{P_o}, \quad \tilde{m}_{Q_o} = \tilde{P}_o \times \tilde{n}_{Q_o},\end{aligned}$$

на которые натягивается решение, и соответствующими фазами φ_o^* , φ_o^{**} . Здесь $\cos \theta_o = (\tilde{P}_o \tilde{Q}_o)$. Эту информацию следует восстановить по имеющимся $\tilde{P}_>(|t''|) = \tilde{P}''$, $\tilde{Q}_>(|t''|) = \tilde{Q}''$. Векторное произведение $\tilde{P}'' \times \tilde{Q}''$ дает еще одно условие для разыскиваемых базисных векторов в дополнение к соотношениям (40). Применяя правила векторной алгебры, можно представить эти соотношения в матричной форме:

$$\begin{aligned}a_{11}\tilde{P}_o + a_{12}\tilde{Q}_o + a_{13}\tilde{n}_{P_o} &= \tilde{P}'', \\ a_{21}\tilde{P}_o + a_{22}\tilde{Q}_o + a_{23}\tilde{n}_{P_o} &= \tilde{Q}'', \\ a_{31}\tilde{P}_o + a_{32}\tilde{Q}_o + a_{33}\tilde{n}_{P_o} &= \tilde{P}'' \times \tilde{Q}''.\end{aligned}\quad (41)$$

Коэффициенты матрицы A имеют вид

$$\begin{aligned}a_{11} &= c_1, \quad a_{12} = c(1 - c_1), \quad a_{13} = s_1, \\ a_{21} &= c(1 - c_2), \quad a_{22} = c_2, \quad a_{23} = -s_2, \\ a_{31} &= (\alpha - \beta c)/s, \quad a_{32} = (\beta - \alpha c)/s, \quad a_{33} = \gamma s,\end{aligned}$$

где использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\alpha &= -c_2 s_1 - c(1 - c_1) s_2, \\ \beta &= c_1 s_2 + c(1 - c_2) s_1, \\ \gamma &= c_1 c_2 - c^2(1 - c_1)(1 - c_2), \\ c &= \cos \theta_o = (\tilde{P}_o \tilde{Q}_o), \\ s &= \sin \theta_o, \quad c_1 = \cos \theta_o^*, \\ s_1 &= \sin \theta_o^*, \quad \theta_o^* = \omega(\varphi'' - \varphi_o^*), \\ c_2 &= \cos \theta_o^{**}, \quad s_2 = \sin \theta_o^{**}, \quad \theta_o^{**} = \omega(\varphi'' - \varphi_o^{**}).\end{aligned}$$

Теперь если полагать все фазы известными, то с помощью обратной матрицы A^{-1} можно найти \tilde{P}_o , \tilde{Q}_o . Для определения фаз имеется важное соотношение, связанное со скалярным произведением векторов \tilde{P}'', \tilde{Q}'' :

$$(1 - c_1)(1 - c_2)c^3 + (c_1 + c_2 - c_1 c_2)c - \quad (42)$$

$$- s_1 s_2 = (\tilde{P}'' \tilde{Q}'').$$

Численный анализ с интересными для приложений значениями коэффициентов c_1, c_2 (s_1, s_2) показывает, что полученное кубическое уравнение для косинуса угла между векторами \tilde{P}_o, \tilde{Q}_o имеет один действительный и два комплексно-сопряженных корня, причем вещественный корень не всегда удовлетворяет требованию $|c| < 1$, т.е. в общем случае все коэффициенты c_1, c_2 (s_1, s_2) и c должны быть согласованы. Границы допустимой области определяются, если положить $c = \pm 1$, тогда

$$1 - s_1 s_2 = (\tilde{P}'' \tilde{Q}''), \quad -1 - s_1 s_2 = (\tilde{P}'' \tilde{Q}'').$$

В частности, для параллельных и антипараллельных векторов \tilde{P}'', \tilde{Q}'' имеем $s_1 = s_2 = 0$. В общем случае для приближенного решения можно ограничиться теми же условиями $s_1 = s_2 = 0$, аналогично тому как мы поступали при выборе фазы φ_{\min} . Тогда для разыскиваемых фаз можно получить

$$\begin{aligned}\omega(\varphi'' - \varphi_o^*) &= 0 + 2\pi n, \\ \omega(\varphi'' - \varphi_o^{**}) &= \pi + 2\pi n,\end{aligned}$$

где n есть целое число. Аналогичные соотношения имеют место и для фазы φ_o^{**} . Шкала времени, где прекращается вращение относительно постоянного вектора заряда частицы-партнера, определяется при помощи равенства $t_{\text{out}} = e^{-\varphi_o^*}$. Анализ примеров показывает, что с интересными для приложений скоростями частиц мы попадем с приемлемой точностью на шкалу $|t'|$, если выберем фазы в виде $\varphi_o^* = \varphi_o^{**} = \varphi'' - \pi/\omega$. Этот режим справедливо применять при $m/\mathcal{E} < 10^{-1.5}$, причем увеличение энергии способствует попаданию на требуемую шкалу. В принципе, ничто не мешает устанавливать подобным образом время t_{out} и для умеренных релятивистских скоростей, поскольку на шкале $\sim t'$, как показывает анализ примеров, изменение зарядов по сравнению с тем, что имеется на шкале t'' , оказывается несущественным. При таком выборе фаз (42) принимает вид

$$4c^3 - 3c = (\tilde{P}'' \tilde{Q}'').$$

Уравнение имеет один действительный корень, который всегда удовлетворяет условию $|c| < 1$, и два сопряженных мнимых корня. Теперь при известных коэффициентах c_1, c_2 (s_1, s_2) и c можно определить базисные тройки векторов, на которые “натянуты” решения для положительного времени на шкалах t_{out} и $|T|$. Для интересующего нас частного случая система (41) сводится к следующей:

$$\begin{aligned}-\tilde{P}_o + 2c\tilde{Q}_o &= \tilde{P}'', \\ 2c\tilde{P}_o - \tilde{Q}_o &= \tilde{Q}''.\end{aligned}$$

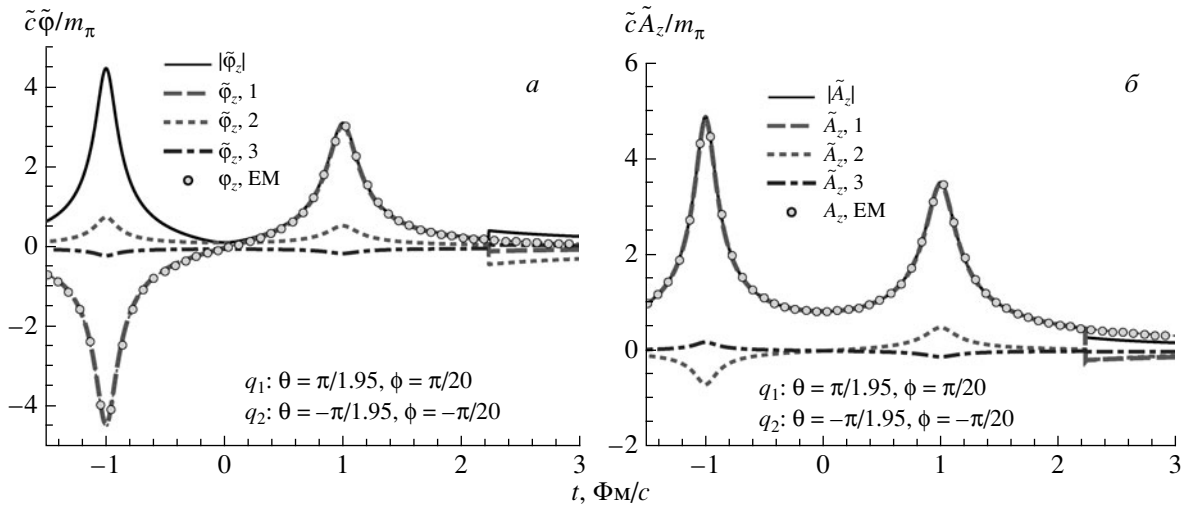


Рис. 3. *а* — Три пространственные компоненты $\tilde{\varphi}$ (штриховая, штрихпунктирная и точечная кривые) как функции времени. Сплошная кривая показывает абсолютное значение изовектора потенциала $|\tilde{\varphi}|$. Точки — потенциал, отвечающий электродинамической задаче с зарядами $\pm e$ и константе связи $\alpha_e = 0.3$. *б* — Аналогичные компоненты векторного потенциала \tilde{A}_z .

Отсюда получаем

$$\begin{aligned}\tilde{P}_o &= \frac{1}{4c^2 - 1} \tilde{P}'' + \frac{2c}{4c^2 - 1} \tilde{Q}'', \\ \tilde{Q}_o &= \frac{2c}{4c^2 - 1} \tilde{P}'' + \frac{1}{4c^2 - 1} \tilde{Q}''.\end{aligned}$$

Собирая теперь все имеющиеся результаты вместе, получаем непрерывное приближенное решение системы (32) на всей оси времени. Для нахождения напряженностей хромозлектрического и хромагнитного полей требуется также знать векторы производных заряда по запаздывающему времени $d\tilde{P}(t')/dt'$, $d\tilde{Q}(t')/dt'$. Они вычисляются по явным формулам (32).

В качестве примера реализации изложенной схемы построения решений рассмотрим поле, создаваемое двумя частицами со скоростями $v = 1 - 2 \times 10^{-2}$, $|w| = 1 - 1 \times 10^{-2}$. Отношение энергии частицы к ее массе составляет $\mathcal{E}/m \simeq 16$ для первой частицы и $\mathcal{E}/m \simeq 22$ — для второй. Выберем точку наблюдения $\mathbf{r}_0(x, 0, z)$ с координатами $x = 2 \text{ Фм}$, $z = 1 \text{ Фм}$. Для сравнения рассмотрим поле, создаваемое частицами с электрическими зарядами $\pm e$ (той же интенсивности, что и цветочные заряды, $e^2/(4\pi) = g^2/(4\pi) = 0.3$), движущимися с теми же скоростями. На рис. 3 приведены скалярный $\tilde{\varphi}$ и векторный \tilde{A}_z потенциалы цветочных частиц с зарядами, которые определяются при помощи следующих углов в цветовом пространстве: $\theta = \pi/1.95$, $\phi = \pi/20$ — для первой частицы, $\theta = -\pi/1.95$, $\phi = -\pi/20$ — для второй. При этом цветочный заряд, например, первой частицы будет $\tilde{P} = (P_1, P_2, P_3)$, $P_1 = \sin \theta \cos \phi$, $P_2 = \sin \theta \sin \phi$ с

$P_3 = \cos \theta$, т.е. эта конфигурация векторов \tilde{P} и \tilde{Q} отвечает почти противоположно направленным цветочным зарядам в начальный момент времени. Точками на рис. 3 указана эволюция потенциала соответствующей электродинамической задачи, а сплошной кривой показан модуль скалярного $|\tilde{\varphi}|$ (рис. 3а) и векторного $|\tilde{A}_z|$ (рис. 3б) потенциалов. Напомним, что эти переменные не имеют непосредственного отношения к наблюдаемым. Согласно выбору геометрии задачи понятно, что сначала мы видим прохождение ближайшей к точке наблюдения частицы, а затем прохождение второго заряда. Оба пика расположены симметрично по отношению к точке $t = 0$. Для выбранной конфигурации цветочных зарядов одна из компонент потенциалов, показанная штриховой кривой, доминирует и почти совпадает с соответствующим модулем вектора в цветовом пространстве (сплошная кривая). Как мы обсуждали выше, в точке встречи цветочные заряды вращаются бесконечно быстро. Точка встречи расположена примерно на расстоянии $R = (x^2 + z^2)^{1/2} = \sqrt{5} \sim 2.24$ от точки наблюдения. На рис. 3 видно, что в соответствующий момент прихода сигнала о встрече частиц наблюдается заметное отличие скалярного и векторного цветочных потенциалов от потенциала электродинамической задачи.

Временная зависимость компонент напряженности хромозлектрического поля \tilde{E}_x (штриховая, штрихпунктирная и точечная кривые) и его модуля $|\tilde{E}_x|$ (сплошная кривая) и аналогичные характеристики для хромагнитного поля, \tilde{H}_y , $|\tilde{H}_y|$,

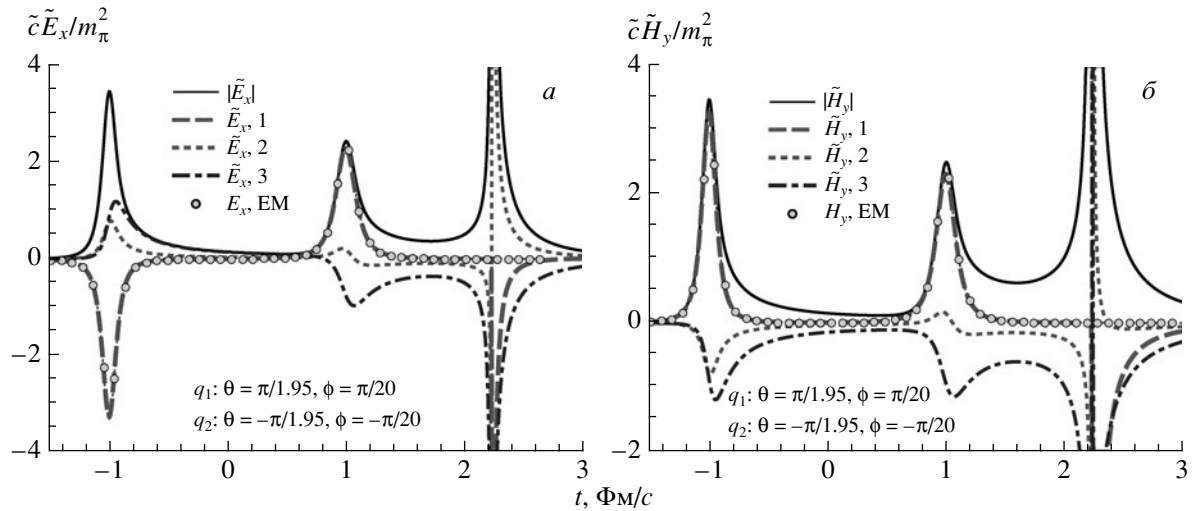


Рис. 4. *a* — Временная зависимость компонент напряженности хромоелектрического поля \tilde{E} (штриховая, штрихпунктирная и точечная кривые). Сплошная кривая показывает абсолютное значение изовектора потенциала $|\tilde{E}|$. Точки — векторное поле, отвечающее электродинамической задаче с зарядами $\pm e$ и константе связи $\alpha_e = 0.3$. *б* — Временная зависимость компонент напряженности хромомagnetного поля \tilde{H} .

представлены на рис. 4. Для величин на рисунке применено некоторое искусственное обрезание сингулярностей, поэтому пики выглядят несколько нерегулярно. Видно, что хромоелектрические и хромомagnetные поля (для рассматриваемой конфигурации цветовых зарядов) и поля соответствующей задачи из электродинамики в целом похожи друг на друга. Существенное различие обусловлено приходом сигнала от места встречи частиц, где заметным образом начинают проявляться дополнительные слагаемые хромоелектрического и хромомagnetного полей, связанные с изменением цветового заряда частицы. Этот эффект сияния цветовых зарядов будет виден и в других рассматриваемых нами конфигурациях даже ярче. Этот сигнал сияния цветового заряда не привязан к зарядам, как соответствующие пики на рис. 4, а движется (отрывается от более медленных зарядов) со скоростью света в виде фронта, напоминающего ударную волну (и может быть как раз идеальной жидкостью, так называемой глазмой).

На рис. 5 приведены значения модулей поперечной $|\tilde{E}_x|$ (сплошная кривая) и продольной $|\tilde{E}_z|$ (штриховая) компонент напряженности хромоелектрического поля. Продольная компонента сильно подавлена, как это и должно быть вследствие релятивистских эффектов, но сигнал от точки встречи частиц приводит к почти одинаковым вкладам. Важно также отметить, что каждое столкновение заметным образом сказывается на положении цветовых зарядов в цветовом пространстве, но мы не приводим соответствующих данных рассеяния.

На рис. 6, 7 приведены результаты, полученные для частиц с цветовыми зарядами, которые опре-

деляются при помощи следующих углов в цветовом пространстве: $\theta = 0, \phi = \pi/20$ — для первой частицы, $\theta = -\pi/1.95, \phi = -\pi/20$ — для второй, т.е. для почти ортогональных векторов зарядов в цветовом пространстве в начальный момент времени. Мы будем в дальнейшем ссылаться на этот вариант как на белев. Обозначения на представленных рисунках полностью аналогичны обозначениям на рис. 3 и 4. В этом варианте нет доминирующей компоненты, как в случае взаимно противоположных в цветовом пространстве зарядов, а существенными оказываются два выделенных направления в цветовом пространстве, о чем свидетельствуют представленные соответствующие кривые.

Сияние цветового заряда обусловлено чисто неабелевой компонентой \tilde{D} в (25). Этот эффект не был обнаружен в работах [29] по той причине, что скорости источников полагались равными скорости света. При этом использовалась подстановка из работ [30], которая по сути отбрасывает сигнал одного из полюсов функции Грина, и получающийся результат не совпадает с пределом $v \rightarrow 1$. Как увидеть в технике переменных светового конуса отрыв сигнала сияния цветового заряда (если это возможно вообще) — нам пока неизвестно. В нашей постановке задачи, когда речь идет о получении оценки хромоелектрических и хромомagnetных полей, вопрос аккуратного предельного перехода к переменным светового конуса в неабелевом случае просто излишен. В то же время, если не претендовать на точность выше α_g (α_g^3), наши результаты и результаты работ [29], с оговоркой на эффект сияния цветового заряда, в общем совпадают. Об этом, в частности, свидетель-

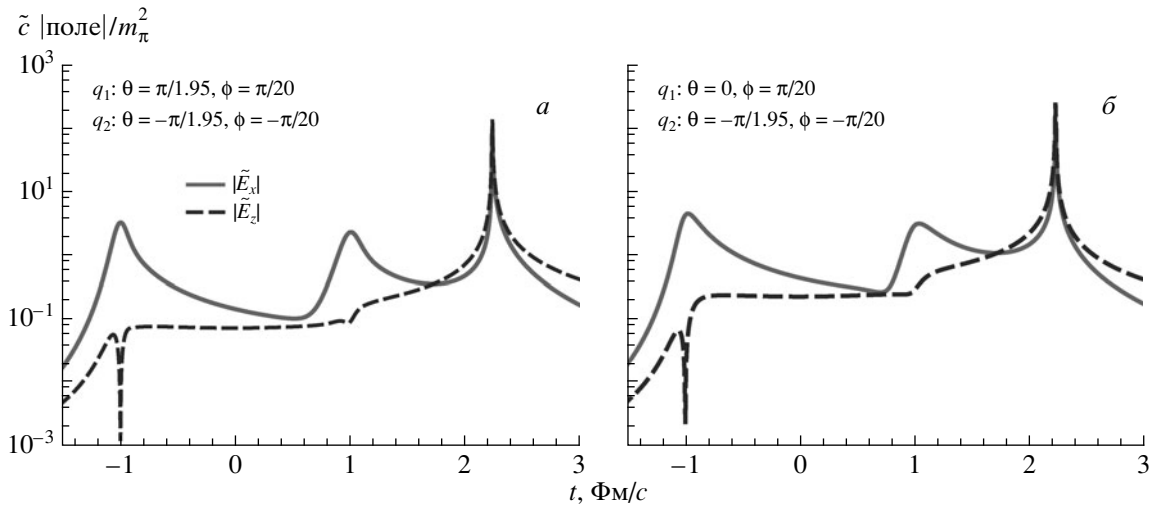


Рис. 5. Эволюция модулей двух компонент напряженности хромозлектрического поля $|\tilde{E}_x|$ (сплошная кривая) и $|\tilde{E}_z|$ (штриховая кривая) для двух цветовых зарядов, ориентированных в цветовом пространстве параллельно (а) и ортогонально (б) друг другу.

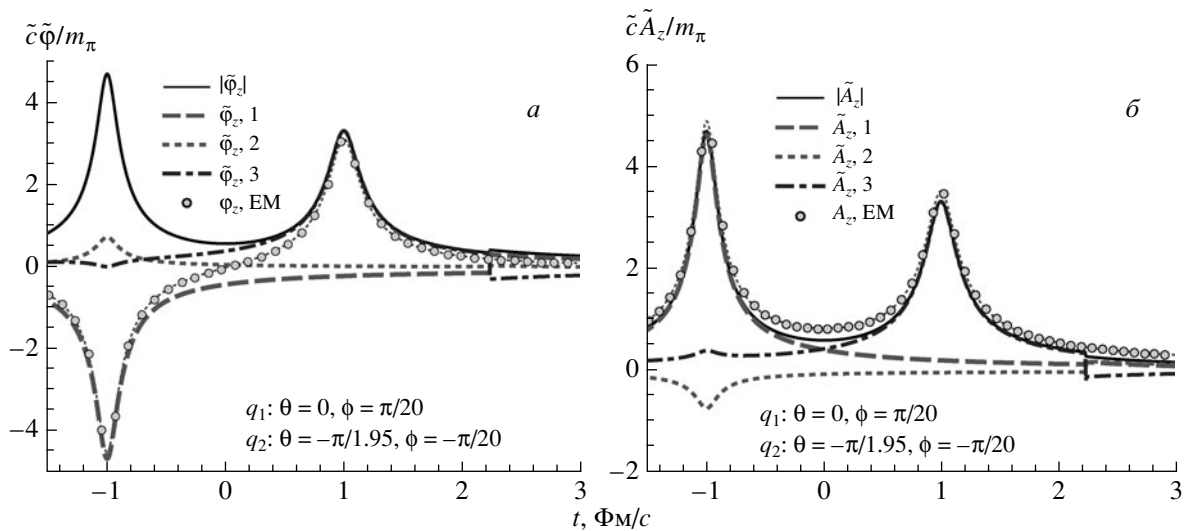


Рис. 6. Неабелева конфигурация зарядов (см. текст). Эволюция трех компонент $\tilde{\varphi}$ (а) и трех компонент \tilde{A}_z (б) для двух цветовых зарядов. Обозначения, как на рис. 3.

стует совпадение, в целом, наших результатов с картиной электродинамики. Позволим утверждать даже больше, что можно и вовсе игнорировать (даже пертурбативное) вращение зарядов. Этим достигается впечатляющее упрощение задачи, и практическая выгода заключается в том, что при оценке неабелевых полей можно применять уже имеющиеся транспортные коды. (При этом поля Вайцеккера–Вильямса “элементарно” получают-ся путем фурье-преобразования.) Заметим также, что рассмотренную нами конфигурацию двух покоящихся неабелевых зарядов можно рассматривать как хорошее приближение поля релятивистского диполя, если затем перейти к движущейся системе

отсчета. При этом видно, что имеется протяженное глюонное облако, которое никак не ухватывается обычно применяемой гауссовской аппроксимацией точечных источников [29].

5. ПОЛЕ ЦВЕТОВОГО ЗАРЯДА И ЦВЕТОВОГО ДИПОЛЯ

Как и в рассмотренном в предыдущем разделе случае, будем полагать, что имеется (первая) частица, обладающая цветовым зарядом \tilde{P} , которая движется по оси z со скоростью v . Пусть ей навстречу со скоростью w по оси z движется

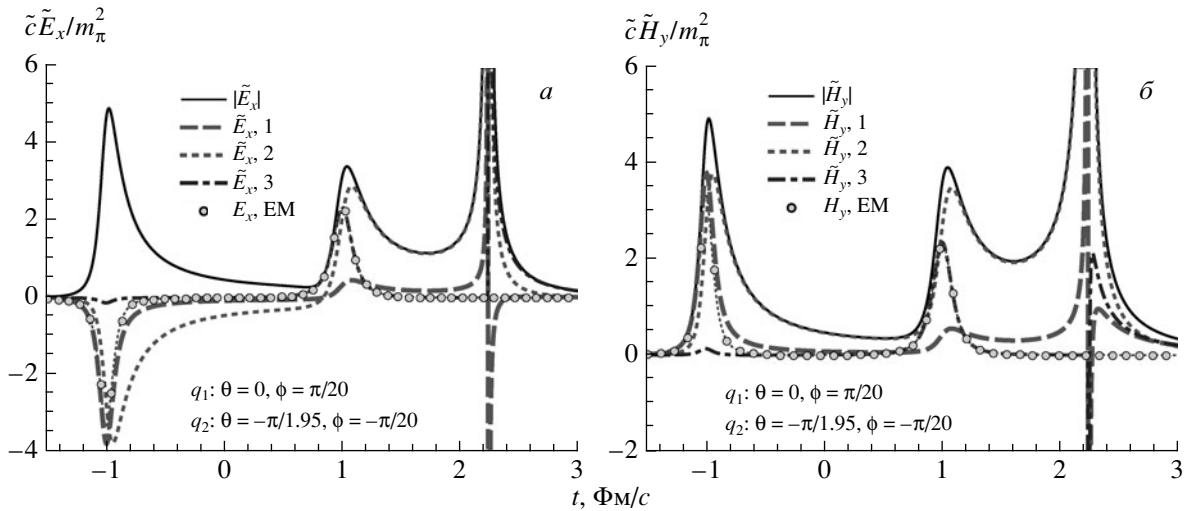


Рис. 7. Неабелева конфигурация зарядов (см. текст). Компоненты хромозлектрического \tilde{E} (а) и хромагнитного \tilde{H} (б) полей. Обозначения, как на рис. 4.

диполь, составленный второй и третьей частицами с зарядами \tilde{Q}_2, \tilde{Q}_3 . Обозначим расстояние между зарядами в диполе в его системе покоя как δ_w , составляющее по порядку величины около 1 Фм. В лабораторной системе отсчета заряды воспринимаются из-за лоренцевского сокращения расположенными ближе друг к другу: $\delta'_w = (1 - w^2)^{1/2} \delta_w$. Далее нам понадобится время $t_3 = \delta'_w / (v + w)$, в которое происходит вторая встреча первой и третьей частиц (см. ниже рис. 8). Пусть встреча первой и второй частиц происходит в момент времени нуль. Тогда траектории движения зарядов \tilde{P}, \tilde{Q}_2 и \tilde{Q}_3

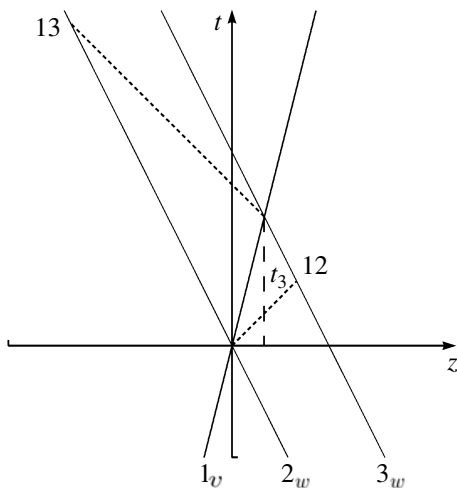


Рис. 8. Схема встречи цветовой частицы и диполя. Сплошные линии — траектории частиц, точечные — световые линии прихода сигнала от точки встречи частиц. Отмечены также точки прихода эхо 12 и 13 (см. текст) и t_3 — время встречи первой и третьей частиц.

определяются как $z_1 = vt, z_2 = -wt$ и $z_3 = -wt + \delta'_w$. Аналогично формуле (30) возьмем приближенное решение уравнений Янга—Миллса в виде

$$\tilde{\varphi} = [\varphi_1 \tilde{P}]_{t'} + [\varphi_2 \tilde{Q}_2]_{t'} + [\varphi_3 \tilde{Q}_3]_{t'}, \quad (43)$$

$$\tilde{A}_z = v[\varphi_1 \tilde{P}]_{t'} - w[\varphi_2 \tilde{Q}_2]_{t'} - w[\varphi_3 \tilde{Q}_3]_{t'}.$$

Найдем потенциалы в точках расположения зарядов и, действуя так же, как и в случае двух цветных зарядов, придем к условиям совместности, см. (24):

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}} &= \alpha_g \frac{1 + vw}{|z_1 - z_2|} \tilde{Q}_2(t - t_{12}^{**}) \times \\ &\times \tilde{P} + \alpha_g \frac{1 + vw}{|z_1 - z_3|} \tilde{Q}_3(t - t_{13}^{***}) \times \tilde{P}, \\ \dot{\tilde{Q}}_2 &= \alpha_g \frac{1 + vw}{|z_1 - z_2|} \tilde{P}(t - t_{21}^*) \times \tilde{Q}_2 + \alpha_g \frac{1 - w^2}{|z_2 - z_3|} \times \\ &\times \tilde{Q}_3(t - t_{23}^{***}) \times \tilde{Q}_2, \\ \dot{\tilde{Q}}_3 &= \alpha_g \frac{1 + vw}{|z_1 - z_3|} \tilde{P}(t - t_{31}^*) \times \tilde{Q}_3 + \alpha_g \frac{1 - w^2}{|z_2 - z_3|} \times \\ &\times \tilde{Q}_2(t - t_{32}^{**}) \times \tilde{Q}_3, \end{aligned} \quad (44)$$

$t_{31}^* = -\frac{v+w}{1+v}(t - t_3)$, $t_{13}^{***} = -\frac{v+w}{1+w}(t - t_3)$ при $t_3 < t$ ($v, w \rightarrow -v, -w$ при $t < t_3$), $t_{32}^{**} = \frac{v+w}{1+w}t_3$, $t_{23}^{***} = \frac{v+w}{1-w}t_3$. Времена запаздывания определяются аналогично тому, как это имело место в случае двух цветных зарядов, где, в частности, приведены времена запаздывания t_{21}^*, t_{12}^{**} , см. соответствующую схему на рис. 2. Интересной особенностью полученной системы уравнений является сильное подавление вкладов зарядов (\tilde{Q}_2 и \tilde{Q}_3) в попутном направлении, которое входит с лоренцевским множителем $1 - w^2$. Благодаря этому в ультрареля-

тивистской ситуации можно пренебречь взаимным влиянием летящих в попутном направлении цветочных зарядов и рассматривать систему как своего рода “замороженную”, причем это справедливо даже для тех случаев, когда она имеет размеры ядра. Нас будет интересовать случай, когда в начальном состоянии заряды диполя противоположны: $\tilde{Q}_3 = -\tilde{Q}_2$. Будем по-прежнему полагать, что частицы начинают чувствовать присутствие стороннего цветочного заряда при сближении на расстоянии D , которое мы оцениваем как 1 Фм. Сигнал о наличии заряда \tilde{P} приходит ко второй частице в момент времени t'_2 , к третьей — в момент времени $t'_3 = t'_2 + t_3$. Пренебрежем различием времен t'_2 и t'_3 (благодаря эффекту лоренцевского сокращения), т.е. пусть заряды второй и третьей частиц не изменяются вплоть до момента времени t'_2 . С той же степенью точности сигналы от зарядов \tilde{Q}_2 и \tilde{Q}_3 придут к первой частице в момент времени t'_1 . До этого момента времени заряд первой частицы \tilde{P} не изменяется. Затем заряды вращаются относительно постоянных векторов заряда, которыми частицы обладали на входе в зону взаимодействия, и для этих моментов времени условия совместности (40) приобретают вид

$$\dot{\tilde{P}} = \omega \left[\frac{1}{|t|} - \frac{1}{|t - t_3|} \right] \tilde{Q}_T \times \tilde{P}, \quad (45)$$

$$\dot{\tilde{Q}}_2 = \omega \frac{1}{|t|} \tilde{P}_T \times \tilde{Q}_2 - \omega_{||} \frac{1}{t_3} \tilde{Q}_T \times \tilde{Q}_2,$$

$$\dot{\tilde{Q}}_3 = \omega \frac{1}{|t - t_3|} \tilde{P}_T \times \tilde{Q}_3 - \omega_{||} \frac{1}{t_3} \tilde{Q}_T \times \tilde{Q}_3,$$

где $\omega_{||} = \frac{\alpha_g(1-w^2)}{v+w}$. Из системы уравнений (45) можно заключить, что благодаря присутствию фактора $\omega_{||}$ заряды \tilde{Q}_2 и \tilde{Q}_3 можно считать взаимно противоположными на достаточном расстоянии от точек встречи (как и до входа в зону взаимодействия), в частности, вплоть до шкалы t' , причем динамика зарядов описывается упрощенной системой двух уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}} &= \omega \left[\frac{1}{|t|} - \frac{1}{|t - t_3|} \right] \tilde{Q}_T \times \tilde{P}, \\ \dot{\tilde{Q}} &= \omega \frac{1}{|t|} \tilde{P}_T \times \tilde{Q}, \end{aligned} \quad (46)$$

$\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$, $\tilde{Q}_3 = -\tilde{Q}$. Сравнивая эту систему уравнений с системой (32), получаем решение в виде

$$\begin{aligned} \tilde{P}_< &= \cos \theta \tilde{Q}_T + \sin \theta \{ \cos[\omega(\eta - \eta'_1)] \tilde{m}_{P_T} - \\ &\quad - \sin[\omega(\eta - \eta'_1)] \tilde{n}_{P_T} \}, \quad t'_1 \leq t < t'', \\ \tilde{Q}_< &= \cos \theta \tilde{P}_T + \sin \theta \{ \cos[\omega(\varphi - \varphi'_2)] \tilde{m}_{Q_T} - \\ &\quad - \sin[\omega(\varphi - \varphi'_2)] \tilde{n}_{Q_T} \}, \quad t'_2 \leq t < t'', \end{aligned}$$

где

$$\eta = \varphi - \psi, \quad \varphi = -\ln |t|, \quad \psi = -\ln |t - t_3|,$$

с начальными данными на шкале t' . В рассматриваемом случае заряды диполя действуют на цветочный заряд первой частицы слабее, чем в случае одного цветочного заряда, поскольку компенсируют вклады друг друга. Эта схема эквивалентна рассмотренной в разд. 4.1 и описывает поведение зарядов для моментов времени $t < T$, $T \leq t < t''$.

Как и для двух цветочных зарядов, примем в качестве приемлемой аппроксимации точного решения сшивку решения на шкале t'' , в котором пренебрегается запаздыванием, и полученного выше решения для шкалы большого времени t' . При этом в зоне встречи заряды первой и второй частиц описываются знакомыми нам уравнениями

$$\dot{\tilde{P}} = \omega \frac{1}{|t|} \tilde{Q}_2 \times \tilde{P}, \quad (47)$$

$$\dot{\tilde{Q}}_2 = \omega \frac{1}{|t|} \tilde{P} \times \tilde{Q}_2.$$

На фоне сингулярного поведения, которое диктуется этой системой, заряд третьей частицы подчиняется уравнению

$$\dot{\tilde{Q}}_3 \simeq \omega \frac{1}{t_3} \tilde{P}_T \times \tilde{Q}_3.$$

В ситуациях, интересных для приложений, шкала времени t'' настолько мала, что вектор \tilde{Q}_3 на этом отрезке можно считать постоянным. Как мы отмечали в разд. 4, после точки сингулярности для положительного времени $t = |t''|$ заряды занимают те же положения, что и при входе в зону сингулярности. Поэтому процедура продолжения на большие положительные времена, которую мы применяли для двух цветочных зарядов, остается справедливой и в рассматриваемом случае, причем динамика зарядов описывается упрощенной системой (46). Начальные данные определяются очевидным условием сшивки с сингулярным решением в момент времени $t = |t''|$ (которые мы не выписываем). Понятно, что аналогичные соображения о поведении зарядов можно применить и к точке встречи первого заряда с третьей частицей для шкалы t'' в окрестности времени t_3 :

$$\dot{\tilde{P}} = \omega \frac{1}{|t - t_3|} \tilde{Q}_3 \times \tilde{P}, \quad (48)$$

$$\dot{\tilde{Q}}_3 = \omega \frac{1}{|t - t_3|} \tilde{P} \times \tilde{Q}_3.$$

В свою очередь, вектор заряда второй частицы \tilde{Q}_2 можно считать на этом отрезке постоянным. Как и в разд. 4.2 для моментов времени $t'' \leq t \leq -t''$,

здесь для моментов времени $t'' \leq t - t_3 \leq -t''$ следует построить соответствующую базисную тройку векторов на основе постоянного вектора $\tilde{P}(t_3 + t'') + \tilde{Q}_3(t_3 + t'')$ и ввести дополнительную шкалу времени t_{\min} , которая определяется соотношением $\varphi_{\min} = 2\pi n / \omega_{t_3+t''} + \varphi''$, $\omega_{t_3+t''} = |\tilde{P}(t_3 + t'') + \tilde{Q}_3(t_3 + t'')|$. Тем самым мы получили аналоги решений версии, рассмотренной в разд. 4.2, для мест встречи первой и второй, первой и третьей частиц.

Продолжение решения на большие моменты времени следовало бы проводить по аналогии с разд. 4.3, т.е. сначала строя описание зарядов на шкале $-t'$, затем на шкале $t_3 + t'$ и т.д., вплоть до шкалы $t_3 + t''$, где происходит встреча первой и третьей частиц, и поведение зарядов сингулярно. Но столь скрупулезное описание, по-видимому, излишне, если принять во внимание приближенный характер рассматриваемых решений. Поэтому просто примем, что переход на режим вращения относительно постоянных векторов зарядов частиц-партнеров, которыми они будут обладать на выходе из зоны взаимодействия, происходит где-то на шкале t_3 . Такое решение системы (46) представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned}\tilde{P}_> &= \cos \theta_o \tilde{Q}_o + \sin \theta_o \{ \cos[\omega(\eta - \eta_o^*)] \tilde{m}_{P_o} + \\ &+ \sin[\omega(\eta - \eta_o^*)] \tilde{n}_{P_o} \}, |t''| \leq t < t_{\text{out}}, \\ \tilde{Q}_> &= \cos \theta_o \tilde{P}_o + \sin \theta_o \{ \cos[\omega(\varphi - \varphi_o^{**})] \tilde{m}_{Q_o} - \\ &- \sin[\omega(\varphi - \varphi_o^{**})] \tilde{n}_{Q_o} \},\end{aligned}$$

в котором, как и в предыдущем разделе, следует определить базисные тройки векторов и фазы по имеющейся информации на шкале t'' , \tilde{P}'' , \tilde{Q}'' . Соответствующие системы уравнений имеют вид (41), (42), в которых следует произвести замену $\varphi \rightarrow \eta$ для переменных, связанных с вектором заряда первой частицы \tilde{P} . Как мы отмечали в предыдущем разделе, наиболее простой вариант обратной задачи восстановления базисных троек векторов и фаз получается, если приемлемым будет такой выбор переменных, при котором выполняются соотношения $s_1 = s_2 = 0$. Анализ вариантов с интересными для приложений скоростями частиц показывает, что для задачи о частице и диполе можно принять

$$\omega(\eta'' - \eta_o^*) = 2\pi, \quad \omega(\varphi'' - \varphi_o^{**}) = \pi.$$

При таком выборе фаз выход на большие положительные времена для первой частицы происходит где-то на шкале t_3 , для второй — на шкале t'_2 :

$$\begin{aligned}t_{o1} &= \frac{t_3}{1 - e^{-x_{o1}}}, \quad x_{o1} = \frac{2\pi}{\omega} - \eta'', \\ t_{o2} &= e^{-x_{o2}}, \quad x_{o2} = \varphi'' - \frac{\pi}{\omega}.\end{aligned}$$

Как мы отмечали выше, не имеет смысла усложнять задачу лучшим согласованием режима перехода на асимптотически большие времена. Теперь (42) приобретает вид ($c_1 = 1$, $c_2 = -1$)

$$c = (\tilde{P}'' \tilde{Q}'').$$

Уравнения (41) для интересующего нас частного случая сводятся к системе

$$\begin{aligned}\tilde{P}_o &= \tilde{P}'', \\ 2c\tilde{P}_o - \tilde{Q}_o &= \tilde{Q}''.\end{aligned}$$

Тем самым мы закончили описание, соответствующее варианту задачи о двух цветовых зарядах из разд. 4.3. Подытоживая, можно сказать, что вся процедура построения приближенного решения системы уравнений совместности (44) сводится к тому, что следует описывать поведение двух опорных зарядов, поскольку заряд-компаньон в дипольной паре можно рассматривать как подстраивающийся. Уход же на короткий промежуток времени на шкале t'' в сингулярный режим вращения не сопровождается изменением фазы.

До сих пор мы сознательно упускали из виду интересный эффект прихода сигнала эха к частице-партнеру в диполе от точки встречи двух других частиц. Обратимся к рис. 8. На нем отмечена точка 12 прихода светового сигнала к третьему заряду о встрече первого и второго зарядов (аналогично точка, обозначенная 13). Заряд третьей частицы описывается в эти моменты времени на шкале t'' уравнением

$$\tilde{Q}_3 \simeq \omega \frac{1}{t_3} \tilde{P} \times \tilde{Q}_3, \quad (49)$$

в котором заряд первой частицы быстро меняется сингулярным образом. К сожалению, затруднительно получить аналитические формулы, описывающие поведение заряда третьей частицы, и мы в настоящей работе просто игнорируем этот важный, но короткий эпизод. Важно, однако, отметить, что в свою очередь к первой частице успеет прийти сигнал о событии, произошедшем с третьим зарядом, еще до столкновения первого заряда с третьей частицей. Тогда до третьей частицы вновь успеет дойти сигнал эха еще до того, как произойдет встреча первой и третьей частицы, и т.д. Возникает опасность, что мы не в состоянии контролировать поведение зарядов во второй точке встречи, поскольку придется проследить всю лестницу событий вплоть до точки встречи (мы не изобразили на рис. 8 соответствующую последовательность сигналов, аналогичных тем, что изображены на схеме рис. 1). Но можно, однако, заметить, что эти процессы не должны слишком изменить фазу зарядов, поскольку первое эхо приходит на шкале

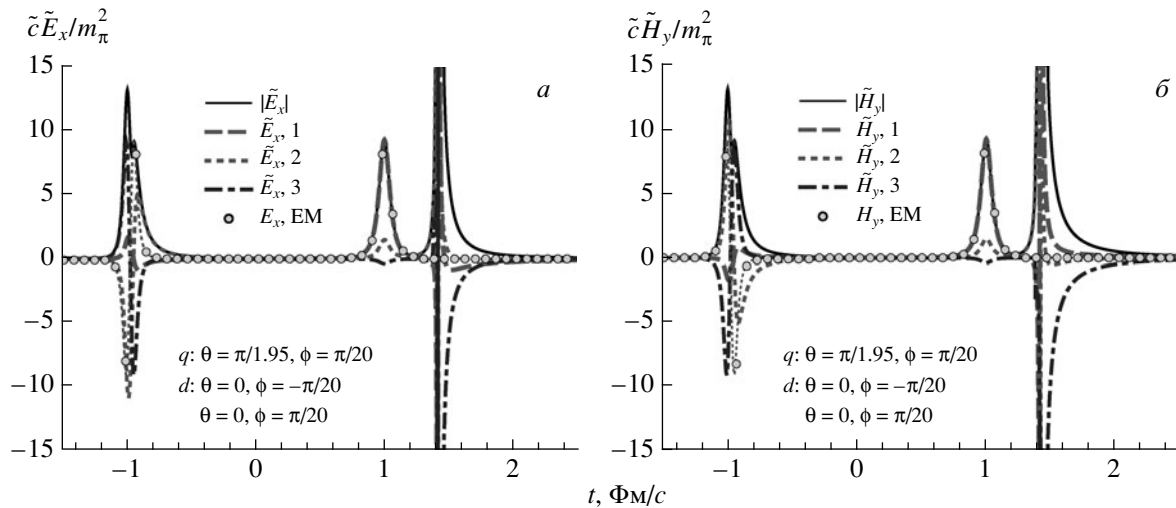


Рис. 9. Компоненты хромоелектрического \tilde{E} (а) и хромоманнитного \tilde{H}_y (б) полей, наведенных рассеянием заряда на цветовом диполе. Обозначения, как на рис. 4.

$t_3 \sim m/\mathcal{E}$, второе эхо возникает на шкале $t_3 \cdot t'' \sim m^5/\mathcal{E}^5$, тогда как сшивка решений производится на шкале t'' .

На рис. 9 продемонстрированы напряженности хромоелектрического и хромоманнитного полей, которые генерируются частицей со скоростью $v = 1 - 2 \times 10^{-2}$ и диполем со скоростью $|w| = 1 - 1 \times 10^{-2}$. Цветовые заряды частиц в начальный момент времени определяются при помощи следующих углов в цветовом пространстве: $\theta = \pi/1.95$, $\phi = \pi/20$ — для первой частицы, $\theta = 0$, $\phi = -\pi/20$ — для второй, с противоположными углами для третьей частицы. Это как раз и есть неабелев вариант, как мы условились называть подобную конфигурацию. Мы не приводим данных для потенциалов, поскольку они мало информативны. Обратим внимание на то, что первый максимум, образуемый при прохождении диполя, не гладкий, а имеет зигзагообразную форму. Эта структура обусловлена последовательным прохождением двух обратных зарядов, формирующих диполь. Точку наблюдения мы поместили в другое место по сравнению со случаем встречи двух частиц. Ее координаты: $x = 1$ Фм, $z = 1$ Фм, поэтому сигнал о встрече заряда и диполя приходит примерно в момент времени $\tau = (x^2 + z^2)^{1/2}/c = \sqrt{2} \sim 1.41$. Обозначения на представленных рис. 9 аналогичны обозначениям на рис. 4. Здесь в точке встречи ($\tau = 1.41$) кулоноподобное решение предсказывает значительно более узкое распределение из-за так называемого сияния цветового заряда (color charge glow), которое следует из взаимодействия цветовых зарядов благодаря временной зависимости цветовых векторов \tilde{D} (последний член в (25)).

6. ПОЛЕ ДВУХ ЦВЕТОВЫХ ДИПОЛЕЙ

Рассмотрим поле, создаваемое двумя цветовыми диполями. Первый диполь образован первой и четвертой частицами с зарядами \tilde{P}_1 , \tilde{P}_4 . Второй диполь составлен из второй и третьей частиц с зарядами \tilde{Q}_2 , \tilde{Q}_3 . В начальный момент времени цветовой заряд каждого из диполей нейтрален: $\tilde{P}_1 = -\tilde{P}_4$, $\tilde{Q}_2 = -\tilde{Q}_3$. Частицы первого диполя движутся по оси z со скоростью v , им навстречу со скоростью w движется второй диполь со второй и третьей частицами. Обозначим расстояние между зарядами в первом диполе в его системе покоя как δ_v , второго — δ_w . В лабораторной системе отсчета эти расстояния воспринимаются как $\delta'_v = (1 - v^2)^{1/2}\delta_v$, $\delta'_w = (1 - w^2)^{1/2}\delta_w$. Как и в предыдущем разделе, будет удобно ввести времена

$$t_3 = \frac{\delta'_w}{v + w}, \quad t_4 = \frac{\delta'_v}{v + w},$$

в которые происходит встреча первой и третьей, второй и четвертой частиц соответственно, см. рис. 10. В момент времени $t_3 + t_4$ встречаются третья и четвертая частицы. Пусть, для определенности, встреча первой и второй частиц происходит в момент времени нуль. Тогда траектории зарядов \tilde{P}_1 , \tilde{Q}_2 , \tilde{Q}_3 и \tilde{P}_4 определяются как $z_1 = vt$, $z_2 = -wt$, $z_3 = -wt + \delta'_w$, $z_4 = vt - \delta'_v$. Суперпозиционный анзац приближенного решения имеет в этом случае вид

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi} &= [\varphi_1 \tilde{P}_1]_{t'} + [\varphi_2 \tilde{Q}_2]_{t'} + \\ &+ [\varphi_3 \tilde{Q}_3]_{t'} + [\varphi_4 \tilde{P}_4]_{t'}, \\ \tilde{A}_z &= v[\varphi_1 \tilde{P}_1]_{t'} - w[\varphi_2 \tilde{Q}_2]_{t'} - \end{aligned} \quad (50)$$

$$-w[\varphi_3 \tilde{Q}_3]_{t'} + v[\varphi_4 \tilde{P}_4]_{t'}.$$

Аналогично тому как мы действовали в предыдущих разделах, можно получить условия совместности, см. (24):

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}}_1 &= \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1-z_2|} \tilde{Q}_2(t-t_{12}^{**}) \times \\ &\times \tilde{P}_1 + \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1-z_3|} \times \tilde{Q}_3(t-t_{13}^{***}) \times \\ &\times \tilde{P}_1 + \alpha_g \frac{1-v^2}{|z_1-z_4|} \tilde{P}_4(t-t_{14}^{IV}) \times \tilde{P}_1, \\ \dot{\tilde{Q}}_2 &= \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1-z_2|} \tilde{P}_1(t-t_{21}^*) \times \\ &\times \tilde{Q}_2 + \alpha_g \frac{1-w^2}{|z_2-z_3|} \times \tilde{Q}_3(t-t_{23}^{***}) \times \\ &\times \tilde{Q}_2 + \alpha_g \frac{1+vw}{|z_2-z_4|} \tilde{P}_4(t-t_{24}^{IV}) \times \tilde{Q}_2, \\ \dot{\tilde{Q}}_3 &= \alpha_g \frac{1+vw}{|z_1-z_3|} \tilde{P}_1(t-t_{31}^*) \times \\ &\times \tilde{Q}_3 + \alpha_g \frac{1-w^2}{|z_2-z_3|} \times \tilde{Q}_2(t-t_{32}^{**}) \times \\ &\times \tilde{Q}_3 + \alpha_g \frac{1+vw}{|z_3-z_4|} \tilde{P}_4(t-t_{34}^{IV}) \times \tilde{Q}_3, \\ \dot{\tilde{P}}_4 &= \alpha_g \frac{1-v^2}{|z_1-z_4|} \tilde{P}_1(t-t_{41}^*) \times \\ &\times \tilde{P}_4 + \alpha_g \frac{1+vw}{|z_4-z_2|} \times \tilde{Q}_2(t-t_{42}^{**}) \times \\ &\times \tilde{P}_4 + \alpha_g \frac{1+vw}{|z_3-z_4|} \tilde{Q}_3(t-t_{43}^{***}) \times \tilde{P}_4, \end{aligned} \quad (51)$$

где $t_{42}^{**} = -\frac{v+w}{1-w}(t-t_4)$, $t_{24}^{IV} = -\frac{v+w}{1-v}(t-t_4)$ при $t < t_4$ ($v, w \rightarrow -v, -w$ при $t_4 < t$), $t_{43}^{***} = -\frac{v+w}{1-v}(t-t_3-t_4)$, $t_{34}^{IV} = -\frac{v+w}{1-w}(t-t_3-t_4)$ при $t < t_3+t_4$ ($v, w \rightarrow -v, -w$ при $t_3+t_4 < t$), $t_{41}^* = -\frac{v+w}{1-v}t_4$, $t_{14}^{IV} = -\frac{v+w}{1+v}t_4$. По-видимому, нет необходимости описывать процедуру получения приближенного решения столь же подробно, как это было сделано в предыдущих разделах. Приведем сразу упрощенную систему уравнений, с помощью которой описывается поведение зарядов на больших временах:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{P}} &= \omega \left[\frac{1}{|t|} - \frac{1}{|t-t_3|} \right] \tilde{Q}_T \times \tilde{P}, \\ \dot{\tilde{Q}} &= \omega \left[\frac{1}{|t|} - \frac{1}{|t-t_4|} \right] \tilde{P}_T \times \tilde{Q}, \end{aligned} \quad (52)$$

$\tilde{P}_1 = \tilde{P}$; $\tilde{P}_4 = -\tilde{P}$; $\tilde{Q}_2 = \tilde{Q}$; $\tilde{Q}_3 = -\tilde{Q}$. Следует лишь оговорить, что при построении прибли-

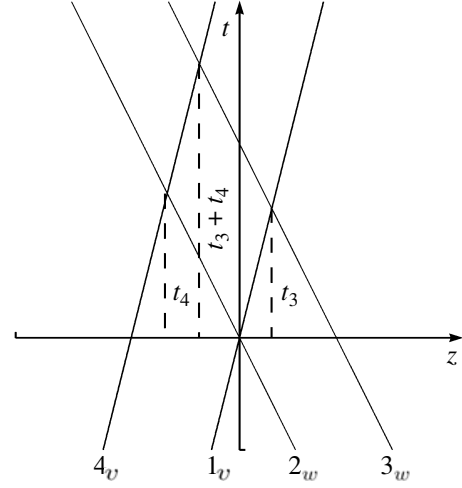


Рис. 10. Схема встречи двух цветовых диполей. Сплошные линии — траектории частиц. t_3 — Точка встречи первой и третьей частиц, t_4 — четвертой и второй частиц, t_3+t_4 — четвертой и третьей частиц.

женного решения появляются дополнительные базисные тройки векторов, при помощи которых строятся решения в точках встречи частиц. Также следует ввести соответствующий набор времен t_{\min} , формально сшиваются сингулярные решения. На шкале времени t' решение системы (52) имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{<} &= \cos \theta \tilde{Q}_T + \sin \theta \{ \cos[\omega(\eta - \eta'_1)] \tilde{m}_{P_T} - \\ &- \sin[\omega(\eta - \eta'_1)] \tilde{n}_{P_T} \}, \quad t'_1 \leq t < t'', \\ \tilde{Q}_{<} &= \cos \theta \tilde{P}_T + \sin \theta \{ \cos[\omega(\zeta - \zeta'_2)] \tilde{m}_{Q_T} - \\ &- \sin[\omega(\zeta - \zeta'_2)] \tilde{n}_{Q_T} \}, \quad t'_2 \leq t < t'', \end{aligned}$$

где $\eta = \varphi - \psi$; $\zeta = \varphi - \xi$; $\varphi = -\ln |t|$; $\psi = -\ln |t - t_3|$; $\xi = -\ln |t - t_4|$, с начальными данными при t' . Выход приближенного решения со шкалы $|t''|$ на большие положительные моменты времени описывается решением вида

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{>} &= \cos \theta_o \tilde{Q}_o + \sin \theta_o \{ \cos[\omega(\eta - \eta_o^*)] \tilde{m}_{P_o} + \\ &+ \sin[\omega(\eta - \eta_o^*)] \tilde{n}_{P_o} \}, \quad |t''| \leq t < t_{\text{out}}, \\ \tilde{Q}_{>} &= \cos \theta_o \tilde{P}_o + \sin \theta_o \{ \cos[\omega(\zeta - \zeta_o^{**})] \tilde{m}_{Q_o} - \\ &- \sin[\omega(\zeta - \zeta_o^{**})] \tilde{n}_{Q_o} \}, \end{aligned}$$

в котором базисные тройки векторов и фазы определяются при помощи обсуждавшихся выше условий $s_1 = s_2 = 0$, при выполнении которых легче решается обратная задача восстановления базисных троек векторов по начальным данным на шкале t'' . Для задачи о двух диполях можно принять

$$\omega(\eta'' - \eta_o^*) = 2\pi, \quad \omega(\zeta'' - \zeta_o^{**}) = 2\pi.$$

При таком выборе фаз выход на большие положительные времена для первой и четвертой частиц

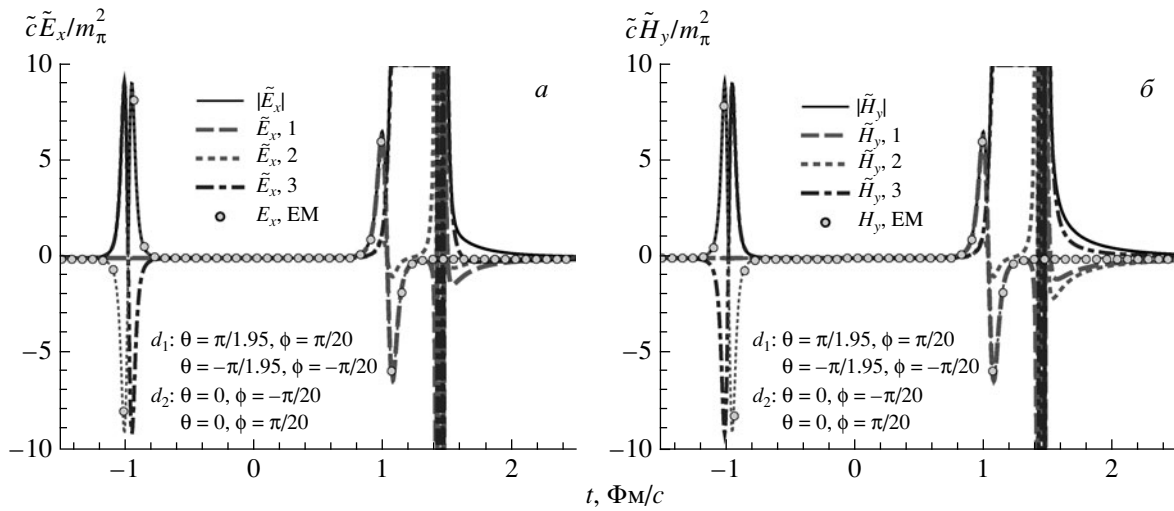


Рис. 11. Временная эволюция компонент электрического \tilde{E}_x (а) и магнитного \tilde{H}_y (б) хромополей при рассеянии двух диполей. Обозначения, как на рис. 4.

происходит где-то на шкале t_4 , для второй и третьей — в районе t_3 :

$$t_{o1} = \frac{t_3}{1 - e^{-x_{o1}}}, \quad x_{o1} = \frac{2\pi}{\omega} - \eta'',$$

$$t_{o2} = \frac{t_4}{1 - e^{-x_{o2}}}, \quad x_{o2} = \frac{2\pi}{\omega} - \zeta''.$$

Таким образом, в случае двух диполей выход на большие положительные времена согласован гармоничнее, чем это имело место в задаче о частице и диполе в предыдущем разделе. Теперь (42) принимает вид ($c_1 = 1$, $c_2 = 1$)

$$c = (\tilde{P}''\tilde{Q}'').$$

Система (41) для интересующего нас частного случая приводит к равенствам

$$\tilde{P}_o = \tilde{P}'', \quad \tilde{Q}_o = \tilde{Q}''.$$

Таким же путем можно построить приближенное решение для всей оси времени.

На рис. 11 продемонстрированы напряженности хромоелектрического и хромагнитного полей, которые генерируются диполем со скоростью $v = 1 - 2 \times 10^{-2}$ и диполем со скоростью $|w| = 1 - 1 \times 10^{-2}$. Цветовые заряды частиц в начальный момент времени определяются с помощью следующих углов в цветовом пространстве: $\theta = \pi/1.95$, $\phi = \pi/20$ — для первой частицы, $\theta = 0$, $\phi = -\pi/20$ — для второй, с противоположными углами для третьей и четвертой частиц. Точка наблюдения имеет координаты $x = 2$ Фм, $z = 1$ Фм, поэтому сигнал о встрече заряда и диполя приходит примерно в момент времени $\tau = (x^2 + z^2)^{1/2}/c = \sqrt{5} \sim 2.24$. Обозначения на представленных рисунках аналогичны обозначениям на рис. 4. Видно,

что фактически вся зона до точки наблюдения заполнена, и вблизи $\tau = 1.41$ это выглядит как полоса. Чтобы прояснить структуру полосы, мы представили на рис. 12 область вблизи точки встречи в более детальном масштабе. Видно, что реально эта область состоит из четырех максимумов громадной интенсивности, которые в динамических системах могут образовываться в результате сильных флуктуаций. Это свечение облака цветового заряда в основном обусловлено взаимодействием цветовых зарядов через временную зависимость цветовых векторов \tilde{D} (последний член в (25)), что определено не воспроизводится кулоновским решением с усиленной константой связи. Интересно отметить, что эффект сияния цветового заряда усиливается для более сложных систем.

7. ХРОМОПОЛЯ В ЯДРО-ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

Для того чтобы продемонстрировать возможности развиваемого подхода, рассмотрим здесь $\text{Au} + \text{Au}$ -столкновения при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ с прицельным параметром $b = 6$ Фм. В полной аналогии с электродинамикой принимается во внимание только первый член выражения (25), что отвечает “партону”, движущемуся с постоянной скоростью. Рассмотрим область в виде цилиндра радиусом $R_{\text{cyl}} = 3$ Фм и длиной $2D_{\text{cyl}}/\gamma$, расположенного вдоль оси столкновения с центром в точке максимального перекрытия сталкивающихся ядер, причем $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$. Поскольку напряженности хромоелектрического и хромагнитного полей являются флуктуирующими в цветовом пространстве величинами, их удобно характеризовать модулем соответствующего вектора, $\langle |\tilde{E}| \rangle$ и $\langle |\tilde{B}| \rangle$. На

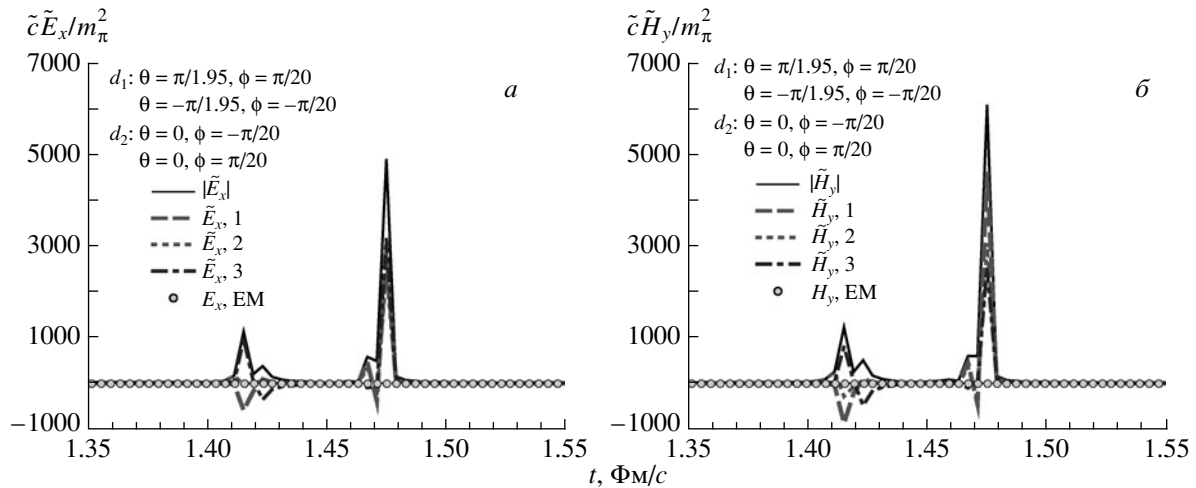


Рис. 12. Те же зависимости, что на рис. 11, но область вблизи точки встречи представлена в увеличенном масштабе.

рис. 13 показана эволюция полей периферического Au + Au (200 ГэВ)-столкновения, для сравнения представлено электромагнитное поле, полученное с использованием наших предыдущих результатов [3]. Видно, что усредненные напряженности цветового поля существенно превосходят соответствующие электромагнитные поля. В основном это обусловлено различием констант связи $\alpha_s/\alpha_e = 0.3/(1/137) \approx 40$. Обе зависимости имеют ярко

выраженный максимум в очень ранний момент времени $t \sim 0.4$ Фм/с. Более быстрое убывание абелевых полей по сравнению с цветовыми полями объясняется различной природой порождающих эти поля источников. Доминирующими источниками в случае электромагнитных полей являются быстро движущиеся спектаторные протоны. В точке полного перекрытия сталкивающихся ядер эти поля максимальны. Но после прохождения зоны столкновения в момент времени ~ 0.4 Фм/с спектаторы мишени и снаряда разделяются в пространстве и поля генерируются, в основном, почти свободно распространяющимися протонами. В противоположность этому цветовые поля генерируются рожденными кварками, занимающими сравнительно медленно расширяющуюся зону реакции. Существенное превалирование цветовых полей представляется несколько неожиданным. В расчетах также принимались во внимание эффекты дебаевского экранирования неабелевых полей. Помимо этого, на поздних стадиях эволюции наблюдается превалирование хромоелектрической компоненты над хромагнитной. Этот факт имеет простое объяснение. В отличие от предыдущих исследований, где цветовое поле рассматривалось как внешнее, мы изучаем динамическую картину поля, создаваемого движущимися источниками, и, как это следует из формулы (5), хромагнитное поле пропорционально скорости цветового источника $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{v} \times \tilde{\mathbf{E}}$, т.е. хромагнитное поле в процессе эволюции соответствующим образом подавляется в ходе ядро-ядерного столкновения. Более развернутый анализ мы планируем провести в следующих публикациях.

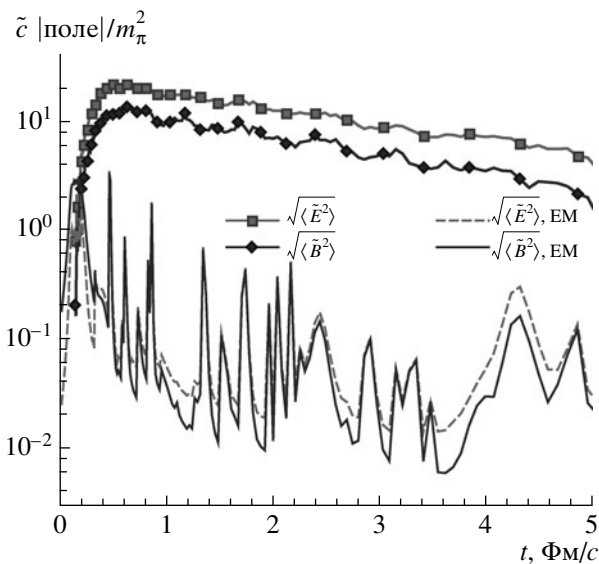


Рис. 13. Временная эволюция абелева (две нижние кривые) и неабелева (две верхние кривые) полей. Указаны хромоелектрическая $\langle |\tilde{E}| \rangle$ и хромагнитная $\langle |\tilde{B}| \rangle$ компоненты в центре области столкновения Au + Au (200 ГэВ) с прицельным параметром $b = 6$ Фм. Для сравнения представлены также соответствующие компоненты электромагнитного поля. Усреднение проведено по 70 событиям.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели несколько элементарных конфигураций релятивистских частиц (на которые, как представляется, разумно разложить любой процесс столкновения ядер на кварковом уровне) с неабелевыми зарядами для группы $SU(2)$. Было продемонстрировано, что, как и в случае нерелятивистских частиц [31], система в целом проявляет кулоноподобные черты, и эта аналогия убедительно подтверждается сравнением со случаем электродинамики. Необычным представляется дополнительный рост хромозлектрического и хромагнитного полей, которым сопровождается встреча частиц, обусловленный вкладом, связанным с изменением цветового заряда. Продольная и поперечная компоненты поля такого сигнала одинаковы по порядку величины, в отличие от сжатого в продольном направлении поля, обусловленного лоренцевской природой. Перемещая точку наблюдения, можно видеть предсказываемое смещение сигнала о встрече частиц. Фактически оказывается, что вся зона наблюдения с разумными размерами порядка нескольких ферми оказывается заполненной этим сигналом сияния цветового заряда заметной интенсивности (на шкале, характерной для сильных взаимодействий). В то же время в наблюдаемых характеристиках подобный сигнал может проявиться не столь непосредственно, как это может показаться при беглом взгляде на представленные рисунки. Хотя мы рассмотрели простейшие конфигурации, качественная картина представляется вполне разумной по физическому смыслу. Важный же для практики вывод состоит в том, что правильная оценка напряженностей хромополей получится, если даже просто ограничиться приближением “электродинамики” с фиксированным зарядом (т.е. g^0).

Мы смогли получить интересующую нас оценку хромозлектрических и хромагнитных полей только благодаря наличию явных формул, пригодных на всей оси времени, что было достигнуто, безусловно, ценой упрощений, в ряде случаев существенных. В принципе, просматривается некоторый резерв улучшения приближенного решения путем выработки соответствующих поправок по теории возмущений. Но в целом мы оказываемся в довольно трудной ситуации. Практически любой численный алгоритм из-за эффектов запаздывания будет при переходе на шкалу малых времен приводить к потере информации и, скорее всего, к неконтролируемому огрублению. Применение мелких сеток на малых временах неприемлемо в приложениях из-за неоправданно большого объема вычислений. Так что простота приближения классического неабелева поля по сравнению с квантовой формулировкой оказывается, по-видимому, иллюзорной.

Уже опыт нерелятивистской задачи с неабелевыми зарядами показал, что для описания коллективных эффектов затруднительно вводить понятие среднего заряда, которое является основополагающим в физике электромагнитной плазмы. В релятивистской ситуации также затруднительно искать упрощение в этом направлении, поскольку каждое столкновение заметным образом меняет ориентацию векторов зарядов в цветовом пространстве, и за несколько столкновений она становится, по-видимому, хаотической. Однако связанная с матрицей рассеяния стохастичность имеет несколько иную природу, чем хаотичность, присущая неабелевым полям, обнаруженная в работах [32], хотя в последнее время это направление привлекает к себе пристальное внимание [33].

Нам представляется более перспективным искать эффективные упрощения на пути аналогий с задачами запыленной (dusty or complex) плазмы. Такая плазма содержит жидкие или твердые объекты (пыль), которые заряжены и вполне соответствует конфигурациям, возникающим в столкновениях (в частности, периферических) ядер [34]. Присутствие массивных заряженных частиц в запыленной плазме оказывается весьма существенным для коллективных процессов и позволяет исследовать такие явления на фундаментальном кинетическом уровне [35]. Такие массивные объекты помимо влияния на зарядовый состав системы вводят в систему новые физические процессы, которые ассоциируются с диссипацией и рекомбинацией на поверхности частиц, изменением зарядов частиц и т.п. На самом деле запыленные плазмы представляют собой новый тип негамильтоновых систем со свойствами, которые могут существенно отличаться от свойств обычных многокомпонентных плазм. Электростатическая энергия взаимодействия их объектов может быть весьма высокой, что позволяет наблюдать переходы из разупорядоченной газоподобной фазы в жидкоподобную фазу и даже может вести к образованию упорядоченных структур — плазменных кристаллов.

В этом контексте интересно рассмотреть возможность образования объектов типа цветной трубки, т.е. формирование систем большего размера, которые образуются в столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ионов. Здесь дополнительно вступают в игру новые коллективные эффекты типа дебаевской экранировки, в аналитическом изучении которых достигнут определенный прогресс [35]. Однако эти вопросы выходят за рамки нашей работы и станут предметом наших будущих исследований. Важный практический вывод по существу заключается в том, что корректная оценка напряженностей хромозлектрического и хромагнитных полей получается уже в приближении “чистой” электродинамики с усиленной

константой связи g^0 . В действительности мы не видим прямых проявлений кулоновского закона взаимодействия кварков. Руководящей гипотезой, призванной объяснить наблюдаемое поведение кварков, является идея вакуумных глюонных полей. В настоящей работе мы не касались этой темы, но отметим, что оценки, основанные на инстантонной модели вакуума, например, свидетельствуют, что вакуумные поля могут оказаться намного сильнее полей, генерируемых при столкновении кварков [36]. Причем каждый открытый цвет в инстантонной среде экранируется, что свидетельствует о невозможности формирования глюонных полей заметной интенсивности и по физическому смыслу, по-видимому, отвечает превращению (туннелированию) квантов глюонного поля в энергетически более выгодные конфигурации. Мы ожидаем, что сигналы дополнительного отталкивающего неабелева взаимодействия могли бы проявиться на ранней стадии развития эллиптического потока в релятивистских ядро-ядерных столкновениях еще до установления термодинамического равновесия в партонной материи.

Авторы выражают глубокую благодарность А.Г. Загороднему, М.Э. Ильгенфритцу и С.Н. Неделько за многочисленные полезные обсуждения, а также рецензенту за разумные замечания. Работа Г.М.З. и С.В.М. поддержана Государственной целевой научно-технической программой Украины по развитию ГРИД технологий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Peshier and W. Cassing, Phys. Rev. Lett. **94**, 172301 (2005); M. Gyulassy and L. McLerran, Nucl. Phys. A **750**, 30 (2005).
2. F. Wang, arXiv: 1401.1758 [nucl-ex].
3. V. Skokov, A. Y. Illarionov, and V. D. Toneev, Int. J. Mod. Phys. A **24**, 5925 (2009); V. Voronyuk, V. D. Toneev, W. Cassing, *et al.*, Phys. Rev. C **83**, 054911 (2011).
4. K. Fukushima, D. E. Kharzeev, and H. J. Warringa, Phys. Rev. D **78**, 074033 (2008).
5. D. E. Kharzeev, K. Landsteiner, A. Schmidt, and Hong-Ung Yee, arXiv:1211.6245 [hep-ph].
6. B. Abelev *et al.* (ALICE Collab.), Phys. Rev. Lett. **110**, 012301 (2013).
7. S. A. Voloshin, arXiv:1211.5680 [nucl-ex].
8. T. Epelbaum and F. Gelis, arXiv:1307.1765 [hep-ph]; J. Berges, K. Boguslavski, S. Schlichting, and R. Venugopalan, arXiv:1311.3005 [hep-ph].
9. L. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. D **49**, 2233 (1994); F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, and R. Venugopalan, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **60**, 463 (2010); F. Gelis, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1330001 (2013).
10. Е. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин, ЖЭТФ **72**, 377 (1977) [Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977)]; Я. Я. Балицкий, Л. Н. Липатов, ЯФ **28**, 1597 (1978) [Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978)].
11. A. Kovner, L. McLerran, and H. Weigert, Phys. Rev. D **52**, 6231, 3809 (1995).
12. I. Balitsky, Nucl. Phys. B **463**, 99 (1996); Phys. Rev. D **60**, 014020 (1999); Yu. V. Kovchegov, Phys. Rev. D **60**, 034008 (1999).
13. J. Jalilian-Marian, A. Kovner, and H. Weigert, Phys. Rev. D **59**, 014015 (1998) [hep-ph/9709432].
14. E. Iancu, A. Leonidov, and L. McLerran, Phys. Lett. B **510**, 133 (2001); Nucl. Phys. A **692**, 583 (2001).
15. T. Lappi and L. McLerran, Nucl. Phys. A **772**, 200 (2006).
16. В. Г. Захаров, Письма в ЖЭТФ **63**, 906 (1996); **64**, 737 (1996); **65**, 585 (1997) [JETP Lett. **63**, 952 (1996); **64**, 781 (1996); **65**, 615 (1997)]; N. N. Nikolaev, W. Schäfer, B. G. Zakharov, and V. R. Zoller, ЖЭТФ **124**, 491 (2003) [JETP **97**, 441 (2003)]; ЯФ **68**, 692 (2005) [Phys. Atom. Nucl. **68**, 661 (2005)].
17. B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, Phys. Rev. Lett. **108**, 252301 (2012); Phys. Rev. C **86**, 034908 (2013).
18. J. L. Albacete, J. Phys. G **38**, 124006 (2011).
19. Ch. Gale, S. Jeon, B. Schenke, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 012302 (2013); T. Epelbaum and F. Gelis, Phys. Rev. Lett. **111**, 232301 (2013).
20. I. N. Mishustin and J. T. Kapusta, Phys. Rev. Lett. **88**, 112501 (2002); I. N. Mishustin and K. A. Lyakhov, Phys. Rev. C **76**, 011603 (2007).
21. Я. П. Терлецкий, Ю. П. Рыбаков, *Электродинамика* (Высшая школа, Москва, 1990).
22. F. Rohrlich, *Classical Charged Particles*, 3rd ed. (World Sci., 2007).
23. И. Б. Хриплович, ЖЭТФ **74**, 37 (1978) [Sov. Phys. JETP **47**, 18 (1978)].
24. В. В. Головинин, С. В. Молодцов, А. М. Снигирев, ЯФ **56**(6), 123 (1993) [Phys. Atom. Nucl. **56**, 782 (1993)].
25. А. Ф. Матвеев, С. В. Молодцов, Дифференциальные уравнения **29**, 1533 (1993).
26. J. E. Mandula, Phys. Rev. D **14**, 3497 (1976); Phys. Lett. B **67**, 175 (1977); **69**, 495 (1977).
27. S. K. Wong, Nuovo Cimento A **65**, 689 (1970).
28. Л. Э. Эльсгольц, С. Б. Норкин, *Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом* (Наука, Москва, 1971); А. Д. Мышкис, *Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом* (Наука, Москва, 1972); Э. Пинин, *Обыкновенные дифференциально-разностные уравнения*, пер. с англ. (Иностр. лит., Москва, 1961); Р. Беллман, К. Л. Кук, *Дифференциально-разностные уравнения*, пер. с англ. (Иностр. лит., Москва, 1967).
29. Y. V. Kovchegov and D. N. Rischke, Phys. Rev. C **56**, 1084 (1997).
30. A. H. Mueller, Nucl. Phys. B **415**, 373 (1994); **437**, 107 (1995); A. H. Mueller and B. Patel, Nucl. Phys. B **425**, 471 (1994).
31. S. V. Molodtsov, A. M. Snigirev, and G. M. Zinovjev, Phys. Lett. B **443**, 387 (1998); Phys. Rev. C **59**, 955 (1999).

32. Г. З. Бассеян, С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди, Письма в ЖЭТФ **29**, 641 (1979) [JETP Lett. **29**, 587 (1979)]; С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди, Н. Г. Тер-Аратюнян-Саввиди, ЖЭТФ **80**, 830 (1981) [Sov. Phys. JETP **53**, 421 (1981)]; Письма в ЖЭТФ, **34**, 613 (1981) [JETP Lett. **34**, 590 (1981)]; Б. В. Медведев, ТМФ **60**, 224 (1984); **79**, 404 (1989); **109**, 406 (1996); **122**, 325 (2000) [Theor. Math. Phys. **60**, 782 (1984); **79**, 618 (1989); **109**, 1565 (1996); **122**, 269 (2000)]; А. Г. Лавкин, ЯФ **53**, 313, 601, 1724 (1991) [Sov. J. Nucl. Phys. **53**, 198, 377, 1055 (1991)]; **55**, 222, 2550 (1992) [Phys. Atom. Nucl. **55**, 124, 1422 (1992)].
33. R. J. Fries, B. Müller, and A. Schäfer, Phys. Rev. C **79**, 034904 (2009); T. Kunihiro, B. Müller, A. Ohnishi, *et al.*, Phys. Rev. D **82**, 114015 (2010).
34. V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, *et al.*, Phys. Rept. **421**, 1 (2005).
35. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., ЖЭТФ **131**, 164 (2007) [JETP **104**, 147 (2007)].
36. Г. М. Зиновьев, С. В. Молодцов, ТМФ **146**, 267 (2006) [Theor. Math. Phys. **146**, 221 (2006)]; ЯФ **70**, 1172 (2007) [Phys. Atom. Nucl. **70**, 1136 (2007)].

CLASSICAL GLUON FIELDS AND COLLECTIVE DYNAMICS OF A COLOR CHARGE SYSTEM

**V. Voronyuk, V. V. Goloviznin, G. M. Zinovjev, W. Cassing, S. V. Molodtsov,
A. M. Snigirev, V. D. Toneev**

In studying color fields created in relativistic heavy-ion collisions, it was observed that the presence of an additional term in the non-Abelian case due to changing the color charge results in a noticeable contribution of “color charge glow” in chromomagnetic and chromoelectric fields. A possible appearance of the “echo” in scattering of composite color particles like a color dipole is discussed. Arguments are given in favor of importance of such effects at modelling an initial time evolution of ultrarelativistic heavy-ion collisions, where the initial partonic state is defined by highly nonequilibrium partonic density and strong local color fluctuations.